9 КЛАСС. ВАРИАНТ 1.

Задача 1 (5 баллов).

Доказать, что число $13+13^2+13^3\ldots+13^{2025}+13^{2026}$ делится на 7 без остатка.

Задача 2 (8 баллов).

Совет акционеров, акции которых хранятся в сейфе, состоит из одиннадцати человек. Вынуть акции из сейфа можно только в том случае, когда на их собрании присутствует не менее семи акционеров. Какое наименьшее число замков нужно установить на сейф и сколько ключей придется изготовить (и как их распределить), чтобы это условие выполнялось?

Задача 3 (10 баллов).

Доказать, что число $2024^2+2024^2\cdot 2025^2+2025^2$ является квадратом целого числа. Найти это число.

Задача 4 (12 баллов).

Найти значения параметра p, при которых оба корня уравнения

$2x^2-2(p+3)x+(3p+725)=0$

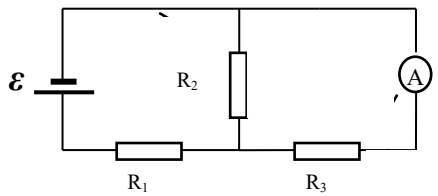
являются целыми числами.

Задача 5 (15 баллов).

В равнобокой трапеции $ABCD$ отрезок MN проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и параллелен основаниям, точки F и S - середины оснований BC и AD. Найти отношение длин оснований (большего к меньшему), если известно, что площадь четырехугольника $MFNS$ составляет $\frac{3}{8}$ площади трапеции.

Задача 6 (8 баллов).

На рисунке изображена электрическая схема, состоящая из источника тока, амперметра и трёх сопротивлений. ЭДС (ε)=5 В, сопротивления равны R_1=2Ом, R_2=4Ом, R_3=6 Ом соответственно. При условии, что источник тока и амперметр – идеальные, найти силу тока, которую показывает амперметр.



Задача 7 (8 баллов).

«Поднять якорь!» - дал приказ боцман, и якорь был поднят (равномерно) со дна с помощью лебёдки на высоту 10 м, при этом была совершена работа 8,57 кДж. Определите, из какого материала изготовлен якорь, если его масса составляла 100 кг. Плотности некоторых веществ приведены в таблице. Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2.

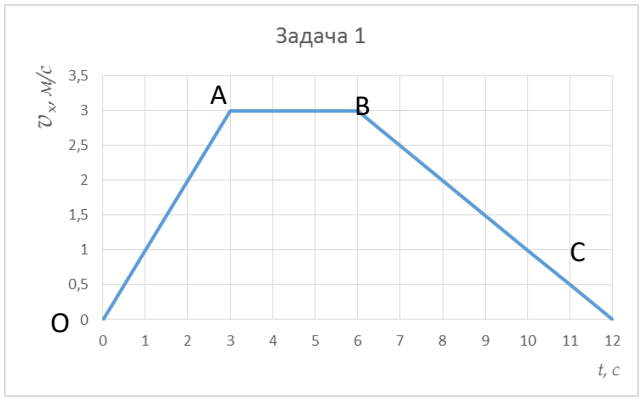
	Вещество	Плотность, кг/м^3
1	золото	19300
2	серебро	10500
3	сталь	7800
4	чугун	7000
5	вода	1000

Задача 8 (10 баллов).

Воздушный шарик объёмом V_1 заполнен гелием под давлением p_1 при температуре T_1. Его соединили с камерой насоса объёмом V_2, в которой находился гелий под давлением p_2 при температуре T_2. При соединении установилось давление p и температура T. Найти давление и температуру, которые установятся в шарике и камере насоса после их соединения. Считать, что теплообмен с окружающей средой отсутствуют.

Задача 9 (12 баллов).

Разносчик пиццы на скутере двигался вдоль оси *x*, как указано на графике зависимости его скорости от времени. Дать характеристику движения на всех участках пути, нарисовать графики зависимости координаты *x*, ускорения a_x и пройденного пути *S* от времени на участке OABC. В начальный момент времени координата x=0.



30°	0.5000	40°	0.6428	50°	0.7660
31°	5150	41°	6561	51°	7771
32°	5299	42°	6691	52°	7880
33°	5446	43°	6820	53°	7986
34°	5592	44°	6947	54°	8090
35°	0.5736	45°	0.7071	55°	0.8192
36°	5878	46°	7193	56°	8290
37°	6018	47°	7314	57°	8387
38°	6157	48°	7431	58°	8480
39°	6293	49°	7547	59°	8572
				60°	0.8660

Задача 10 (12 баллов).

Водолаз во время погружения посветил фонарём из воды на поверхность водоёма. Угол падения луча сначала составил 30°, а затем, после подъёма на некоторую высоту - 55°. Нарисовать ход лучей. Показатель преломления воды 1,33. Таблица синусов прилагается.

9 КЛАСС. ВАРИАНТ 2.

Задача 1 (5 баллов).

Доказать, что число $14+14^2+14^3+\ldots+14^{2025}+14^{2026}$ делится на 5 без остатка.

Задача 2 (8 баллов).

Совет акционеров, акции которых хранятся в сейфе, состоит из десяти человек. Вынуть акции из сейфа можно только в том случае, когда на их собрании присутствует не менее семи акционеров. Какое наименьшее число замков нужно установить на сейф и сколько ключей придется изготовить (и как их распределить), чтобы это условие выполнялось?

Задача 3 (10 баллов).

Доказать, что число $2025^2+2025^2\cdot 2026^2+2026^2$ является квадратом целого числа. Найти это число.

Задача 4 (12 баллов).

Найти значения параметра p, при которых оба корня уравнения

$$2x^2-2(p+3)x+(3p+714)=0$$

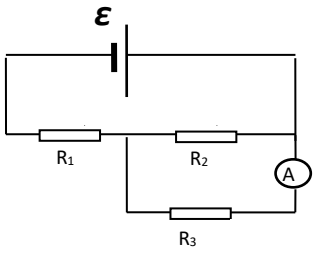
являются целыми числами.

Задача 5 (15 баллов).

В равнобокой трапеции $ABCD$ отрезок MN проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и параллелен основаниям, точки F и S-середины оснований BC и AD. Найти отношение длин оснований (большего к меньшему), если известно, что площадь четырехугольника $MFNS$ составляет $\frac{4}{9}$ площади трапеции.

Задача 6 (8 баллов).

Найти силу тока, протекающего через амперметр, если сопротивления R_1, R_2 и R_3 равны соответственно 5, 6 и 3 Ом. Напряжение на зажимах источника равно 2,1В. Внутренним сопротивлением амперметра и источника пренебречь. Схема на рисунке.



Задача 7 (8 баллов).

Искатели сокровищ подняли со дна на высоту 8 м сундук со старинными монетами массой 11,6 тонн. Какие монеты были в сундуке, если при равномерном подъёме была совершена работа $881{,}6 \cdot 10^3$ Дж. Считать объём сундука равным объёму заключенных в нем монет, массой ого сундука пренебречь. Плотности некоторых веществ приведены в таблице.

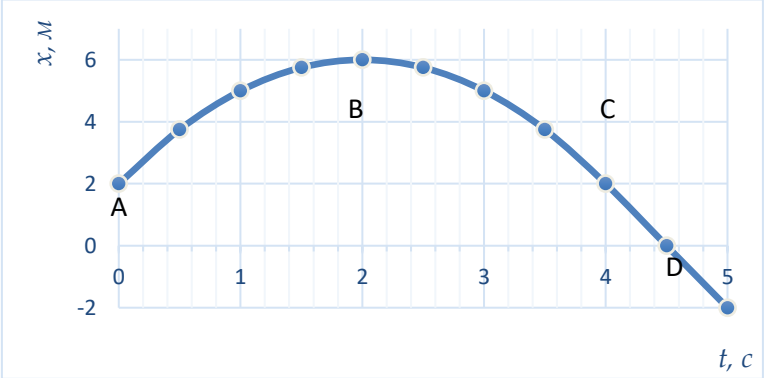
	Вещество	Плотность, кг/м^3
1	золото	19300
2	серебро	10500
3	сталь	7800
4	чугун	7000
5	вода	1000

Задача 8 (10 баллов).

Воздушный шар объёмом V_1, заполненный гелием, соединили с камерой насоса объёмом V_2, в которой находился гелий под давлением p_2 при температуре T_2. При соединении установилось давление p и температура T. Найти давление и температуру, при которых находился гелий в воздушном шарике. Процессом обмена теплом с окружающей средой можно пренебречь.

Задача 9 (12 баллов).

Мальчик на самокате движется вдоль горизонтальной оси *x*. На графике приведена зависимость координаты мальчика от времени x(t). Участок ABC - парабола, CD – отрезок прямой (т. D соответствует время 4,5 с).



Дать характеристику движения на всех участках пути, нарисовать графики зависимости скорости от времени $v_x(t)$, ускорения a_x и пройденного пути S(t) от времени на участке ABCD.

Задача 10 (12 баллов). Гарри Поттер на уроке зельеварения уронил волшебный фонарик в зелье, которое представляло собой жидкость с показателем преломления 1,47. Один луч фонарика падает на границу раздела зелье – воздух под углом 35°, другой – под углом 43°. Нарисовать ход лучей для обоих случаев, иначе Гарри ждёт наказание. Выручайте! Таблица синусов прилагается.

30°	0.5000	40°	0.6428	50°	0.7660
31°	5150	41°	6561	51°	7771
32°	5299	42°	6691	52°	7880
33°	5446	43°	6820	53°	7986
34°	5592	44°	6947	54°	8090
35°	0.5736	45°	0.7071	55°	0.8192
36°	5878	46°	7193	56°	8290
37°	6018	47°	7314	57°	8387
38°	6157	48°	7431	58°	8480
39°	6293	49°	7547	59°	8572
				60°	0.8660

9 КЛАСС. ВАРИАНТ 3.

Задача 1 (5 баллов).

Доказать, что число $13+13^2+13^3\ldots+13^{2023}+13^{2024}$ делится на 7 без остатка.

Задача 2 (8 баллов).

Совет акционеров, акции которых хранятся в сейфе, состоит из семи человек. Вынуть акции из сейфа можно только в том случае, когда на их собрании присутствует не менее пяти акционеров. Какое наименьшее число замков нужно установить на сейф и сколько ключей придется изготовить (и как их распределить), чтобы это условие выполнялось?

Задача 3 (10 баллов).

Доказать, что число $2023^2+2023^2\cdot 2024^2+2024^2$ является квадратом целого числа. Найти это число.

Задача 4 (12 баллов).

Найти значения параметра p, при которых оба корня уравнения

$$2x^2-2(p+3)x+(3p+670)=0$$

являются целыми числами.

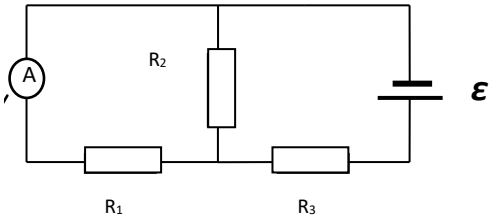
Задача 5 (15 баллов).

В равнобокой трапеции $ABCD$ отрезок MN проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и параллелен основаниям, точки F и S - середины оснований BC и AD. Найти отношение длин оснований (большего к меньшему), если известно, что площадь четырехугольника $MFNS$ составляет $\frac{8}{17}$ площади трапеции.

Задача 6 (8 баллов).

Для электрической схемы, изображенной на рисунке, надо подобрать амперметр (найти силу тока, которую можно пропустить через амперметр). ЭДС (ε) и сопротивления R_1, R_2 и R_3 соответственно равны: ε =24 В, R_1=4 Ом, R_2=4 Ом, R_3 =2 Ом.

Можно считать, что источник тока и амперметр – идеальные.



Задача 7 (8 баллов).

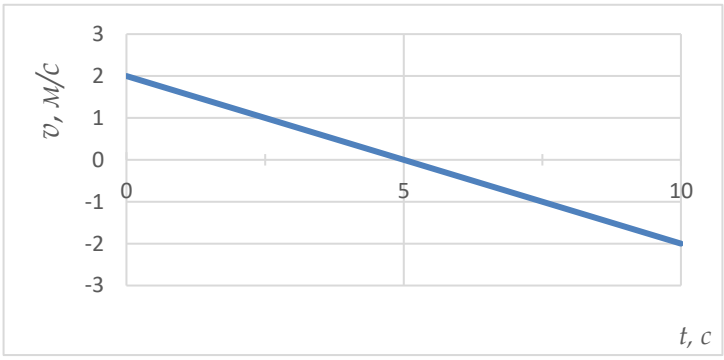
Ловцы жемчуга обнаружили на дне океана сосуд объёмом сосуда 0,4 м^3 с неизвестными сокровищами и подняли его на высоту 12 м. В сосуде оказались монеты, состав которых на вид определить было сложно. Монеты из какого металла были в сосуде, если при равномерном подъёме сосуда была совершена работа 446,88 кДж? Считать объём сосуда равным объёму заключенных в нем монет, массой сосуда пренебречь. Плотности некоторых веществ приведены в таблице.

	Вещество	Плотность, кг/м3
1	золото	19300
2	серебро	10500
3	сталь	7800
4	чугун	7000
5	вода	1000

Задача 8 (10 баллов).

Одноатомный газ, находящийся в теплоизолированном сосуде объёма V_1 под давлением p_1 при температуре T_1, соединили с сосудом объёмом V_2, в котором находился такой же газ. В результате установилось давление p и температура T. Второй сосуд тоже теплоизолирован. Найти давление и температуру, при которых находился газ во втором сосуде.

Задача 9 (12 баллов). Девочка на самокате движется в соответствии с графиком зависимости скорости v_x от времени, представленным на рисунке. В начальный момент времени координата x(0)=0. Дать характеристику движения на всех участках пути, нарисовать графики зависимости перемещения, ускорения и пройденного пути от времени на участке от 0 до 10 секунд.



Задача 10 (12 баллов). Магический кристалл медленно погружается в жидкость, испуская волшебные световые лучи. Один луч падает на границу раздела жидкость – воздух под углом 60°, другой под углом 35°. Нарисовать ход лучей в обоих случаях, идущих от магического кристалла, если жидкость имеет показатель преломления 1,3. Таблица синусов прилагается.

30°	0.5000	40°	0.6428	50°	0.7660
31°	5150	41°	6561	51°	7771
32°	5299	42°	6691	52°	7880
33°	5446	43°	6820	53°	7986
34°	5592	44°	6947	54°	8090
35°	0.5736	45°	0.7071	55°	0.8192
36°	5878	46°	7193	56°	8290
37°	6018	47°	7314	57°	8387
38°	6157	48°	7431	58°	8480
39°	6293	49°	7547	59°	8572
				60°	0.8660

9 КЛАСС. ВАРИАНТ 4

Задача 1 (5 баллов)

Доказать, что число $14+14^2+14^3\ldots+14^{2023}+14^{2024}$ делится на 5 без остатка.

Задача 2 (8 баллов)

Совет акционеров, акции которых хранятся в сейфе, состоит из восьми человек. Вынуть акции из сейфа можно только в том случае, когда на их собрании присутствует не менее шести акционеров. Какое наименьшее число замков нужно установить на сейф и сколько ключей придется изготовить (и как их распределить), чтобы это условие выполнялось?

Задача 3 (10 баллов)

Доказать, что число $2030^2+2030^2\cdot 2031^2+2031^2$ является квадратом целого числа. Найти это число.

Задача 4 (12 баллов)

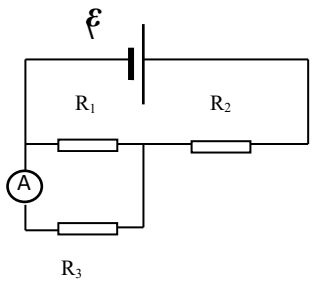
Найти значения параметра p, при которых оба корня уравнения $2x^2-2(p+3)x+(3p+780)=0$ являются целыми числами.

Задача 5 (15 баллов)

В равнобокой трапеции $ABCD$ отрезок MN проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и параллелен основаниям, точки F и S-середины оснований BC и AD. Найти отношение длин оснований (большего к меньшему), если известно, что площадь четырехугольника $MFNS$ составляет $\frac{5}{18}$ площади трапеции.

Задача 6 (8 баллов).

Найти силу тока, протекающего через амперметр, если значения сопротивлений R_1, R_2 и R_3 одинаковы и равны 6 Ом. Напряжение на зажимах источника равно 2,7 В. Внутренним сопротивлением амперметра и источника пренебречь. Схема на рисунке



Задача 7 (8 баллов).

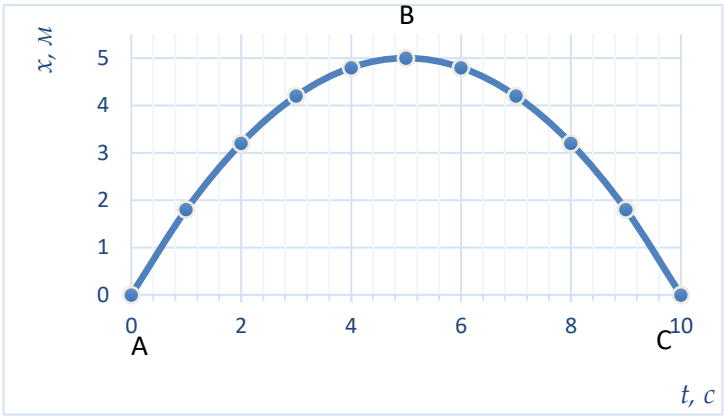
Пираты, услышав звуки приближающегося патрульного катера, подняли чугунный якорь массой 400 кг и приготовились к отплытию. Определите работу по его поднятию, если высота подъёма составила 10 м. Подъём осуществлялся равномерно, несмотря на спешку. Плотность чугуна равна 7000 кг/м3.

Задача 8 (10 баллов).

Аэростат объёмом V_1, заполненный гелием под давлением p_1 при температуре T_1, соединили с баллоном с гелием, объём которого равен V_2, давление p_2 при температуре T_2. При соединении установилось давление p и температура T. Найти температуру T_1, при которой находился гелий в аэростате, и давление p, которое установилось при соединении аэростата с баллоном. Процессом обмена теплом с окружающей средой можно пренебречь.

Задача 9 (12 баллов).

Курьер на скутере движется вдоль оси x. На графике приведена зависимость координаты скутера от времени $x(t)$. Участок ABC - парабола. Дать характеристику движения на всех участках пути, нарисовать графики зависимости скорости от времени $v_x(t)$, ускорения $a_x(t)$ и пройденного пути S(t) от времени на участке ABC.



Задача 10 (12 баллов).

Бассейн для гидродинамических исследований заполнен жидкостью с показателем преломления 1,4. Аквалангист, находясь на дне бассейна, посветил фонариком на поверхность. Сначала угол падения составил 30°, а затем –55°. Нарисовать ход лучей в обоих случаях. Таблица синусов прилагается.

30°	0.5000	40°	0.6428	50°	0.7660
31°	5150	41°	6561	51°	7771
32°	5299	42°	6691	52°	7880
33°	5446	43°	6820	53°	7986
34°	5592	44°	6947	54°	8090
35°	0.5736	45°	0.7071	55°	0.8192
36°	5878	46°	7193	56°	8290
37°	6018	47°	7314	57°	8387
38°	6157	48°	7431	58°	8480
39°	6293	49°	7547	59°	8572
				60°	0.8660