Олимпиада школьников «Гранит науки» Шифр работы ЕИ23-054

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ (не заполнять)

Вариант № 4

**Оценка выполнения олимпиадной работы**
(заполняется проверяющим)

| № задания | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Полученный балл | | 5 | 3 | — | 3 | — | 1 | 1 | 4 | 10 | 2 | 29 |
| I проверка | Подпись проверяющего | | | | Σ баллов прописью | одиннадцать | | | | | | |
| | Подпись проверяющего | | | | Σ баллов прописью | восемнадцать | | | | | | |
| II проверка | Подпись проверяющего | | | | Σ баллов прописью | одиннадцать | | | | | | |
| | Подпись проверяющего | | | | Σ баллов прописью | восемнадцать | | | | | | |

Вариант № 4

1. $0,(54)x^2-1,(36)x-1,(90)=0$

$0,(54)=\frac{6}{11}$

$1,(36)=\frac{15}{11}$

$1,(90)=\frac{21}{11}$

$\frac{6}{11}x^2-\frac{15}{11}x-\frac{21}{11}=0$

$6x^2-15x-21=0$

$2x^2-5x-7=0$

$D=25+4\cdot2\cdot7=81;\ \sqrt{D}=9$

$x_{1,2}=\frac{5\pm9}{4}$

$x_1=-1 \quad x_2=3,5$ + 5

Ответ: $-1;\ 3,5$.

6. Весь путь – 2

$S=vt$

$t_{общ}=t_1+t_2+t_3+t_4+t_5=\frac{2}{5}:0,3+\frac{3}{5}:0,34+\frac{1}{3}:0,24+\frac{1}{3}:0,18+\frac{1}{3}:0,21=\frac{2\cdot10}{5\cdot3}+\frac{3\cdot100}{5\cdot34}+\frac{1\cdot100}{3\cdot24}+$

$+\frac{1\cdot100}{3\cdot18}+\frac{1\cdot100}{3\cdot21}=\frac{4}{3}+\frac{30}{17}+\frac{25}{18}+\frac{50}{27}+\frac{100}{63}=5+\frac{1}{3}+\frac{13}{17}+\frac{7}{18}+\frac{23}{27}+\frac{37}{63}=$

$=5+\frac{9\cdot7\cdot2\cdot17+27\cdot7\cdot2+3\cdot7\cdot17+7\cdot2\cdot17+3\cdot2\cdot17}{27\cdot7\cdot2\cdot17}=5+\frac{2142+378+357+238+102}{6426}=5+\frac{3217}{6426}$

$v_{ср}=\frac{2}{5+\frac{3217}{6426}}=\frac{6426\cdot2}{35347}=\frac{12852}{35347}\ \frac{км}{мин}$ 1

$\frac{12852}{35347}\ \frac{км}{мин}=\frac{12852000}{35347\cdot60}\ \frac{м}{с}=\frac{642600}{35347\cdot3}\ \frac{м}{с}=\frac{214200}{35347}\ \frac{м}{с}=6\frac{2118}{35347}\ \frac{м}{с}\approx6,06\ \frac{м}{с}$

Ответ: $6,06\ \frac{м}{с}$

7. $m_{воды}=\rho_{воды}\cdot V_{воды}=900\frac{кг}{м^3}\cdot1,4л=900\frac{кг}{м^3}\cdot1,4дм^3=0,9\frac{кг}{дм^3}\cdot1,4дм^3=1,26$ кг

$1,5-1,26=0,24$ кг – масса пара 1

Ответ: 0,24 кг

8. $M_1=M_2$ – равенство моментов сил

$F_1L_1=F_2L_2$ 4,0

Вариант № 4

Для стержня 4:

Масса-$M_4$

$\frac{2}{5}M_4g\cdot 2 + m_1g\cdot 1 = \frac{3}{5}M_4g\cdot 3 + m_2g\cdot 3$

$g(\frac{4}{5}M_4 + 5m_2) = g(\frac{9}{5}M_4 + 3m_2)$

$\frac{4}{5}M_4 + 5m_2 = \frac{9}{5}M_4 + 3m_2$

$M_4 = 2m_2$

$M_4 = 4$ кг

Для стержня 3:

Масса - $M_3$

$\frac{1}{4}M_3g\cdot 1 + (M_4 + m_1 + m_2)g\cdot 1 = \frac{3}{4}M_3g\cdot 3$

$\frac{1}{4}M_3g + 16g = \frac{9}{4}M_3g$

$\frac{1}{4}M_3 + 16 = \frac{9}{4}M_3$

$16 = 2M_3$

$M_3 = 8$ кг

Для стержня 2:

Масса-$M_2$

$\frac{2}{3}M_2g\cdot 2 = \frac{1}{3}M_2g\cdot 1 + (M_3 + M_4 + m_1 + m_2)g\cdot 1$

$\frac{4}{3}M_2g = \frac{1}{3}M_2g + 24g$

$\frac{4}{3}M_2 = \frac{1}{3}M_2 + 24$

$M_2 = 24$ кг

Для стержня 1:

Масса - $M_1$

$\frac{4}{5}M_1g\cdot 4 = \frac{1}{5}M_1g\cdot 1 + (M_2 + M_3 + M_4 + m_1 + m_2)g\cdot 1$

$\frac{16}{5}M_1g = \frac{1}{5}M_1g + 48g$

$\frac{16}{5}M_1 = \frac{1}{5}M_1 + 48$

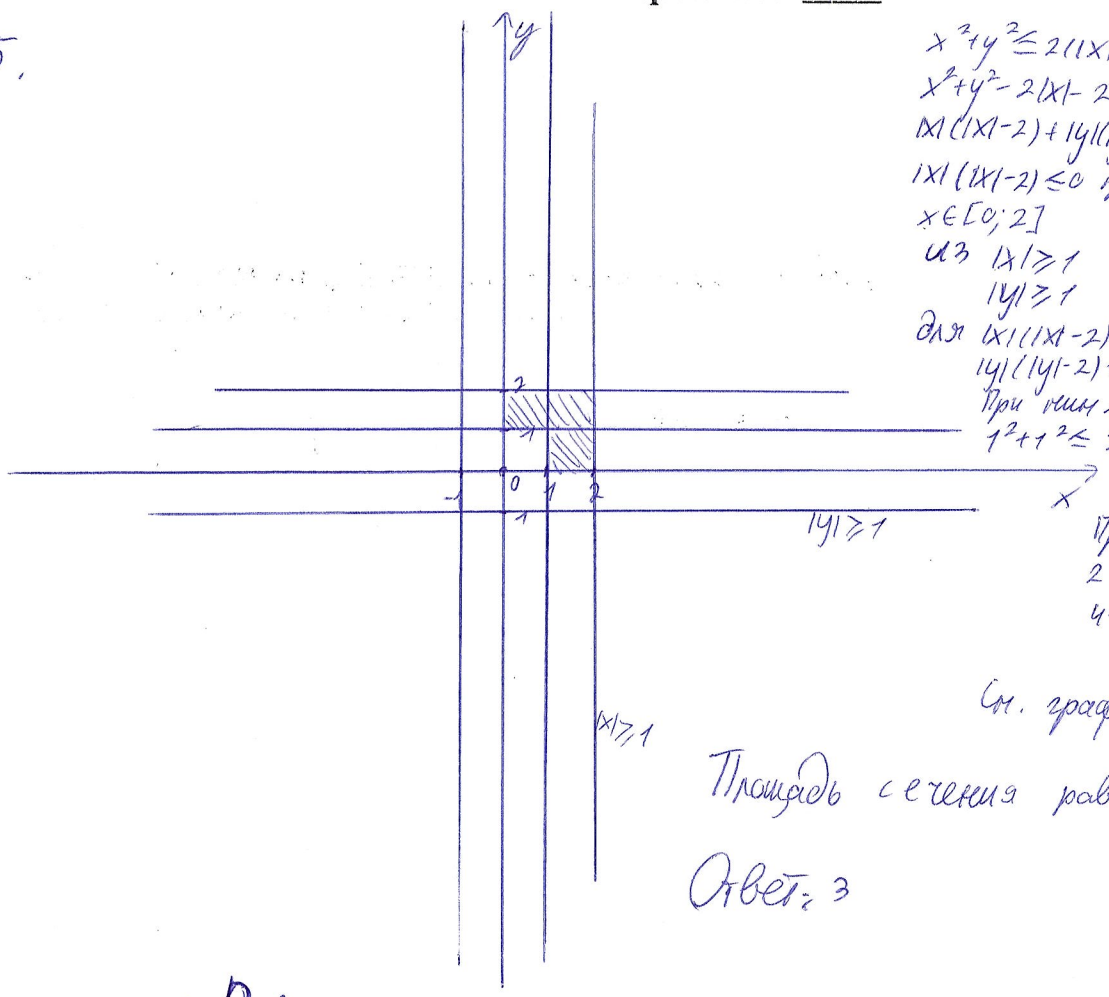
$3M_1 = 48$

$M_1 = 16$ кг

Ответ: 16 кг; 24 кг; 8 кг; 4 кг.

Вариант № 4

5.




$x^2+y^2 \le 2(|x|+|y|)$

$x^2+y^2-2|x|-2|y| \le 0$

$|x|(|x|-2)+|y|(|y|-2) \le 0$

$|x|(|x|-2) \le 0$ при $x \in [0;2]$ | $|y|(|y|-2) \le 0$ при $y \in [0;2]$

из $|x| \ge 1$

$|y| \ge 1$ получим, что

для $|x|(|x|-2) \le 0$ $x \in [1;2]$ и

$|y|(|y|-2) \le 0$ $y \in [1;2]$

При мин. значениях:

$1^2+1^2 \le 2(1+1)$

$2 \le 4$ +

При макс. знач.:

$2^2+2^2 \le 2(2+2)$

$4+4 \le 8$ +

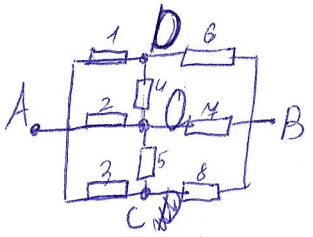
$8 \le 8$

См. график

Площадь сечения равна $2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 3$

Ответ: 3

9.




См. схему

Резисторы – ребра

$R_1 = R_3 = R_8 = R_6 = \frac{5{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot 6\ \text{см}}{0{,}5\ \text{мм}^2} = \frac{5{,}5 \cdot 10^{-10}\ \text{Ом} \cdot 6\ \text{м} \cdot \text{м}^2}{0{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2} = \frac{33 \cdot 10^{-4}}{0{,}5}\ \text{Ом} = 66 \cdot 10^{-4}\ \text{Ом}$

$R_2 = R_4 = R_5 = R_7 = \frac{5{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot 12\ \text{см}}{1\ \text{мм}^2} = 66 \cdot 10^{-4}$

$R_{16} = 132 \cdot 10^{-4}\ \text{Ом}$

$R_{27} = 132 \cdot 10^{-4}$

$R_{38} = 132 \cdot 10^{-4}\ \text{Ом}$

$R_{общ} = \frac{1}{\frac{1}{66 \cdot 10^{-4}} + \frac{1}{264 \cdot 10^{-4}}} = \frac{1}{\frac{10^4}{66} + \frac{10^4}{264}} = \frac{1}{\frac{5 \cdot 10^{4}}{264}} = \frac{264}{50000} = \frac{528}{100000} = 0{,}00528\ \text{Ом}$

Ответ: 0,00528 Ом

Вариант № 4

$R_{общ} = \frac{1}{\frac{1}{132\cdot10^{-4}} + \frac{1}{132\cdot10^{-4}} + \frac{1}{132\cdot10^{-4}}} = \frac{132\cdot10^{-4}}{3} = \frac{132}{30000} = \frac{44}{10000} = 0{,}0044$ Ом

Ответ: 0,0044 Ом

Ошибка в математике! +

10

10. $T = 3\cdot60\,c + 3\,c = 183\,c$  L – глубина

$T = t_{пад} + t_{звука}$

$t_{звука} = \frac{L}{340\frac{м}{с}}$  $L = 340 t_{зв.}$

$L = \frac{g t_{пад}^2}{2}$

$2L = g t_{пад}^2$

$2L = 10 t_{пад}^2$

$L = 5 t_{пад.}^2$

$5 t_{пад.}^2 = 340 t_{зв}$

$t_{пад.}^2 = 68 t_{зв}$  $t_{зв} = 183 - t_{пад}$

$t_{пад}^2 = 68(183 - t_{пад.})$

$t_{пад}^2 = 12444 - 68 t_{пад}$

$t_{пад}^2 + 68 t_{пад} - 12444 = 0$

2

$D = 68^2 + 4\cdot12444 = 4624 + 49776 = 54390$

$t_{пад} = \frac{\sqrt{54390} - 68}{2} \approx \frac{233{,}5 - 68}{2} = \frac{165{,}5}{2} = 82{,}75\,c$

$L = 5\cdot82{,}75^2 = 34237{,}8125\,м \approx 30\,км$

Ответ: 30 км

4. $\begin{cases} \sqrt{x^2+y^2-2x+10y+26} + \sqrt{x^2+y^2-10x+4y+29} = 5 & 1 \\ 2x+4y = -5 & 2 \end{cases}$

1) $\sqrt{(x-1)^2+(y+5)^2} + \sqrt{(x-5)^2+(y+2)^2} = 5$

$(x-1)^2+(y+5)^2 + \sqrt{((x-1)^2+(y+5)^2)((x-5)^2+(y+2)^2)} + (x-5)^2+(y+2)^2 = 25$

$(x-1)^2+(y+5)^2 + \sqrt{((x-1)(x-5))^2+((y+5)(y+2))^2+((y+5)(x-5))^2+((x-1)(y+2))^2} + (x-5)^2+(y+2)^2 = 25$

**Вариант № 4**

$\cancel{x^2+2x+yx+y^2-10y+75+\sqrt{(x^2-6x+5)^2+(y^2+7y+10)^2+(xy+5x+5y+25)^2+1xy}}$

$3x+4y=-5$

$y=\frac{-5-3x}{4}=-1{,}25-0{,}75x$

$\sqrt{(x-1)^2+(y+5)^2}+\sqrt{(x-5)^2+(y+2)^2}=5$

$\sqrt{(x-1)^2+(y+5)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(-0{,}75x+3{,}75)^2}=\sqrt{x^2-2x+1+\frac{9}{16}x^2-\frac{90}{4}x+\frac{225}{4}}=$

$=\sqrt{\frac{25}{16}x^2+\frac{98}{4}x+\frac{229}{4}}=\frac{\sqrt{\frac{25}{4}x^2+98x+229}}{2}$

$\sqrt{(x-5)^2+(y+2)^2}=\sqrt{(x-5)^2+(-0{,}75x+0{,}75)^2}=\sqrt{x^2-10x+25+\frac{9}{16}x^2-\frac{9}{4}x+\frac{9}{16}}=$

$=\sqrt{\frac{25}{16}x^2-\frac{49}{4}x+\frac{409}{16}}=\frac{\sqrt{\frac{25}{4}x^2-49x+\frac{409}{4}}}{2}$

3

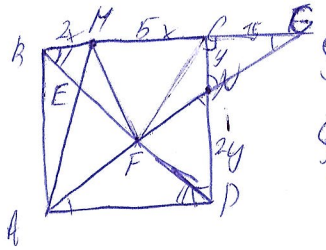
$\frac{\sqrt{\frac{25}{4}x^2+98x+229}}{2}+\frac{\sqrt{\frac{25}{4}x^2-49x+\frac{409}{4}}}{2}=5$

$\sqrt{\frac{25}{4}x^2+98x+229}+\sqrt{\frac{25}{4}x^2-49x+\frac{409}{4}}=10$

$\frac{25}{4}x^2+98x+229+\frac{25}{4}x^2-49x+\frac{409}{4}+2\sqrt{(\frac{25}{4}x^2-49x+\frac{409}{4})(\frac{25}{4}x^2+98x+229)}=10$

$\frac{25}{2}x^2+49x+331{,}25+2\sqrt{(\frac{25}{4}x^2-49x+\frac{409}{4})(\frac{25}{4}x^2+98x+229)}=10$

2.




$\cancel{S_{ABM}=\frac{2}{7}\cdot 30\cdot 30\cdot\frac{1}{2}=\frac{900}{7}}$

$\cancel{S_{AND}=\frac{2}{3}\cdot 30\cdot 30}$

Продлим AN до пересечения с BC

$BC\cap AN=G$

$\triangle CGN\sim\triangle DAN$ по 2 углам ($\angle D=\angle C=90^\circ$; $\angle AND=\angle GNC$ – верт.)

$\frac{GC}{AD}=\frac{CN}{ND}=\frac{4}{24}=\frac{1}{2}$

$GC=\frac{1}{2}\cdot 30=15$

$AG=\frac{3}{2}AN$

$\triangle BFG\sim\triangle DFA$ (накр. л.)

$\frac{BG}{AD}=\frac{BF}{FD}=\frac{30+15}{30}=\frac{3}{2}$

$BF=1{,}5FD$

$BF=\frac{3}{5}BD$

$EF=\frac{3}{5}BD-\frac{2}{9}BD=\frac{17}{45}BD$

$\frac{GF}{AF}=\frac{3}{2}$ $AF=\frac{2}{5}AG=\frac{3}{5}AN$

$\triangle BME\sim\triangle DEA$ (накр. л.)

$\frac{BE}{ED}=\frac{BM}{AD}=\frac{2}{7}$ $BE=\frac{2}{7}ED$

$\frac{ME}{AE}=\frac{2}{7}$ $ME=\frac{2}{9}AM$ $BE=\frac{2}{9}BD$

**Вариант № 4**

$BD = 30\sqrt{2}$

$EF = \frac{17 \cdot 30\sqrt{2}}{45} = \frac{17 \cdot 2\sqrt{2}}{3} = \frac{34\sqrt{2}}{3}$

$AM = \sqrt{(\frac{2}{7} \cdot 30)^2 + 30^2} = \sqrt{\frac{3600}{49} + 900} = \frac{30}{7}\sqrt{5}$

$ME = \frac{20}{21}\sqrt{5}$

$AH = \sqrt{(\frac{2}{3} \cdot 30)^2 + 30^2} = \sqrt{400 + 900} = 10\sqrt{13}$

$AF = 6\sqrt{13}$

$P_{AEF} = \frac{34\sqrt{2}}{3} + \frac{20}{21}\sqrt{5} + 6\sqrt{13}$

$P_{AEF} = \frac{34\sqrt{2}}{6} + \frac{10\sqrt{5}}{21} + 3\sqrt{13}$

По ф-ле Герона

$S_{AEF} = \sqrt{(\frac{34\sqrt{2}}{6} + \frac{10\sqrt{5}}{21} + 3\sqrt{13})(\frac{34\sqrt{2}}{6} + \frac{10\sqrt{5}}{21} - 3\sqrt{13})(\frac{34\sqrt{2}}{6} - \frac{10\sqrt{5}}{21} + 3\sqrt{13})(\frac{10\sqrt{5}}{21} + 3\sqrt{13} - \frac{34\sqrt{2}}{6})}$

$S_{AMCN} = 900 - S_{ABM} - S_{ADN} = 900 - \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot \frac{2}{7} \cdot 30 - \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot \frac{2}{3} \cdot 30 = \frac{6}{7} \cdot 900 - 300 = \frac{300 \cdot 18 - 300 \cdot 7}{7} =$

$= \frac{300 \cdot 11}{7}$

$S_{EMCNF} = S_{AMCN} - S_{AEF}$

3

~~Р. 2:3:4 - 0,05~~
~~5:3:2 - 0,07~~