



Вариант № 1

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)											
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	5	—	—	2	—	5	0	4	2	1	19
I проверка	Подпись проверяющего			Σ баллов прописью	двенадцать						
	Подпись проверяющего			Σ баллов прописью	семь						
II проверка	Подпись проверяющего			Σ баллов прописью	семь						
	Подпись проверяющего			Σ баллов прописью	двенадцать						



Вариант № 1

Задача 1

$$\frac{0,(18) + 0,(52)}{0,(13) + 0,(2)} x = 4$$

Представим иррациональные периодические дроби в виде обыкновенных:

Пусть $0,00181818... = y$, тогда $0,181818... = 100y \Rightarrow 100y - y = 0,18$

$$99y = \frac{18}{100} \Rightarrow y = \frac{18}{100 \cdot 99} \Rightarrow 0,181818... = \frac{18}{100 \cdot 99} \cdot \frac{1}{100} = \frac{18}{99}$$

Аналогично и для остальных дробей, получим:

$$0,(52) = 0,525252... = \frac{52}{99}$$

$$0,(13) = 0,131313... = \frac{13}{99}$$

$$0,(2) = 0,222222... = \frac{22}{99}$$

$$\frac{\frac{18}{99} + \frac{52}{99}}{\frac{13}{99} + \frac{22}{99}} x = 4$$

$$\frac{\frac{18}{99} + \frac{52}{99}}{\frac{13}{99} + \frac{22}{99}} x = 4$$

$$2x = 4 \quad | : 2$$

$$x = 2$$

Ответ: 2

58

Задача 4

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2 + 2x + 10y + 26} + \sqrt{x^2 + y^2 - 8x - 14y + 65} = 13 \\ 12x + 5y = 11 \end{cases}$$



Вариант № 1

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x + 1 + y^2 + 10y + 25} + \sqrt{x^2 - 8x + 16 + y^2 - 14y + 49} = 13 \\ 5y = 11 - 12x \quad | :5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x+1)^2 + (y+5)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-7)^2} = 13 \\ y = \frac{11-12x}{5} \end{cases}$$

Возведём в квадрат левую и правую части первого уравнения, выполним подстановку:

$$(x+1)^2 + \left(\frac{11-12x}{5} + 5\right)^2 + (x-4)^2 + \left(\frac{11-12x}{5} - 7\right)^2 = 13^2$$

$$(x+1)^2 + \left(\frac{36-12x}{5}\right)^2 + (x-4)^2 + \left(\frac{-24-12x}{5}\right)^2 = 13^2$$

$$(x+1)^2 + \left(\frac{12^2(3-x)^2}{25}\right) + (x-4)^2 + \left(\frac{(-12)^2(2+x)^2}{25}\right) = 13^2 \quad | \cdot 25$$

$$25x^2 + 50x + 25 + 144(9 - 6x + x^2) + 25x^2 - 200x + 400 + 144(4 + 4x + x^2) = 169$$

$$\underline{25x^2} + \underline{144x^2} + \underline{25x^2} + \underline{144x^2} + \underline{50x} - \underline{864x} - \underline{200x} + \underline{546x} + \underline{25} + \underline{1296} + \underline{400} + \underline{546} - \underline{169} = 0$$

$$338x^2 - 438x + 2128 = 0 \quad | :2$$

$$169x^2 - 219x + 1064 = 0$$

$$D = 219^2 - 4 \cdot 169 \cdot 1064 = 47961 - 425264 = -674303 < 0 \Rightarrow \emptyset \quad 25$$

Ответ: корней нет.



Вариант № 1

Переведем скорость из км/мин в м/с:

$$0,9 \text{ км/мин} = \frac{0,9 \cdot 1000}{60} \text{ м/с} = 15 \text{ м/с} \quad \times$$

$$1 \text{ км/мин} = \frac{1 \cdot 1000}{60} \text{ м/с} = 16 \frac{2}{3} \text{ м/с} \quad \times$$

$$0,45 \text{ км/мин} = \frac{0,45 \cdot 1000}{60} \text{ м/с} = 12,5 \text{ м/с} \quad \times$$

$$0,6 \text{ км/мин} = \frac{0,6 \cdot 1000}{60} \text{ м/с} = 10 \text{ м/с} \quad \times$$

$$0,96 \text{ км/мин} = \frac{0,96 \cdot 1000}{60} \text{ м/с} = 16 \text{ м/с} \quad \times$$

П.к. остановок не было средней скоростью движения будет являться средняя путевая скорость

$$V_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{весь}}}{t_{\text{всё}}}$$

Пусть x (км) - расстояние от начала пути до ветеринара, тогда $S_{\text{весь}} = 2x$

$$t_{\text{всё}} = \frac{3}{5}x = 15 + \frac{1}{5}x \cdot 16 \frac{2}{3} + \frac{1}{5}x \cdot 12,5 + \frac{2}{3}x : 10 + \frac{1}{3}x : 16 = \frac{1}{25}x + \frac{3}{25}x + \frac{1}{25}x + \frac{1}{15}x + \frac{1}{48}x = \frac{80+24+80+25}{2000}x + \frac{1}{15}x = \frac{1024}{6000}x$$

$$V_{\text{ср}} = \frac{2x \cdot 6000}{1024x} \approx 11,68 \text{ м/с}$$

Ответ: 11,68 м/с

Задача 8



Вариант № 1

Будем последовательно применять правило моментов (условие равновесия рычага):

$$M_1 = M_2$$

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= F_1 l_1 = m_1 g l_1 \\ M_2 &= F_2 l_2 = m_2 g l_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_1 l_1 = m_2 l_2$$

$$M_2 = F_2 l_2 = m_2 g l_2$$

1 «кусочек» на рисунке = 1 см

Для 1-ого рычага:

$$4 l m_1 = l m_2 \quad 1:1$$

Нет рис.

$$4 m_1 = m_2$$

$$M_1 = 64 \text{ кг} \Rightarrow m_1 + m_2 = 64 \text{ кг}$$

$$m_1 = \frac{m_2}{4}$$

$$\frac{m_2}{4} + m_2 = 64$$

$$\frac{5}{4} m_2 = 64$$

$$m_2 = 51,2 \text{ кг}$$

Для 2-ого рычага:

$$2 l m_1 = l m_2 \quad 1:1$$

$$2 m_1 = m_2$$

$$M_2 = 51,2 \text{ кг} \Rightarrow m_1 + m_2 = 51,2 \text{ кг}$$

$$m_1 = \frac{m_2}{2}$$



Вариант № 1

$$\frac{m_2}{2} + m_2 = 51,2$$

$$\frac{3}{2} m_2 = 51,2$$

$$m_2 = 34 \frac{13}{30} \text{ кг}$$

Для 3-его рычага:

$$m_1 l = m_2 3l \quad 1:l$$

$$m_1 = 3m_2$$

$$M_3 = 34 \frac{13}{30} \text{ кг} \Rightarrow m_1 + m_2 = 34 \frac{13}{30}$$

$$3m_2 + m_2 = 34 \frac{13}{30}$$

$$4m_2 = 34 \frac{13}{30}$$

$$m_1 + \frac{1}{3} m_1 = 34 \frac{13}{30}$$

$$\frac{4}{3} m_1 = 34 \frac{13}{30}$$

$$m_1 = 25,6 \text{ кг}$$

Для 4-ого рычага:

$$M_1 = m_1 g l + m_1 g l$$

$$M_2 = m_2 g 3l + m_2 g 3l$$

$$m_1 g 2l + m_1 g l = m_2 g 3l + m_2 g 3l \quad | :gl$$

$$2m_1 + m_1 = 3m_2 + 3m_2$$

$$M_4 = 4 \text{ кг} \Rightarrow m_1 + m_2 = 4$$



Вариант № 1

$$m_1 + m_2 = 25,6 \text{ кг} - 4 \text{ кг} = 21,6 \text{ кг}$$

$$m_2 = 4 - m_1$$

$$m_2 = 21,6 - m_1$$

$$2m_1 + m_1 = 3(4 - m_1) + 21,6 - m_1$$

$$m_1 = 21,6 - m_2$$

$$2m_1 + 21,6 - m_2 = 3m_2 + 3m_2$$

$$m_1 \cdot 2 = m_2 \cdot 3 \quad | :1$$

$$2m_1 = 3m_2$$

$$m_1 = \frac{3}{2}m_2$$

$$\frac{3}{2}m_2 + m_2 = 4$$

$$\frac{5}{2}m_2 = 4$$

$$m_2 = 1,6 \text{ кг}$$

$$m_1 = 2,4 \text{ кг}$$

$$2 \cdot 2,4 + m_1 = 3 \cdot 1,6 + 3m_2 \quad | - 4,8$$

$$m_1 = 3m_2$$

$$3m_2 + m_2 = 21,6$$

$$4m_2 = 21,6$$

$$m_2 = 5,4 \text{ кг}$$

$$m_1 = 16,2 \text{ кг}$$

9.

Ответ: ~~$m_1 = 16,2 \text{ кг}, m_2 = 5,4 \text{ кг}.$~~



Вариант № 1

Задача 10

Глубина пропасти равна сумме путей: свету в глубину и звука от дна до поверхности в момент, когда свету услышали этот звук.

$$h = S_{\text{св}} + S_{\text{зв}}$$

$$S_{\text{св}} = g t_1^2$$

$$S_{\text{зв}} = V_{\text{зв}} t_2$$

$$t_1 = t_2 - 5 \text{ с}$$

$$h = 10 \text{ м/с}^2 \cdot (300 \text{ с} - 5 \text{ с})^2 + 340 \text{ м/с} \cdot 300 \text{ с} = 870250 \text{ м} + 102000 \text{ м} = 972250 \text{ м}$$
$$\approx 972 \text{ км}$$

Ответ: ~~972 км~~

Задача 9

Из рисунка видно, чтобы добраться из вершины А в вершине В так нужно пройти через два параллельных соединения: в основании и на боковой стороне:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_{AD}} + \frac{1}{R_{BC}} = \frac{S_{\text{осн}}}{\rho_{\text{у}} l_{\text{осн}}} + \frac{S_{\text{осн}}}{\rho_{\text{у}} l_{\text{осн}}} = 2 \cdot \frac{0,5 \text{ мм}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{мм} \cdot 0,06 \text{ м}} = 2 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot 0,06 \text{ м}} = \frac{1}{12} \Rightarrow R_0 = 12 \text{ Ом}$$



Вариант № 1

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_{\text{в0}}} = \frac{1}{12 \text{ Ом}} + \frac{S_{\text{бок}}}{\rho_{\text{г}} l_{\text{бок}}} = \frac{1}{12 \text{ Ом}} + \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 0,12 \text{ м}} = \frac{1^{125}}{12 \text{ Ом}} + \frac{24^{13}}{100} =$$
$$= \frac{97}{300} \Rightarrow R_{\text{общ}} = \frac{300}{97} \text{ Ом} = 3 \frac{9}{97} \text{ Ом}$$

Ответ: ~~$3 \frac{9}{97} \text{ Ом}$~~

2