



Вариант № 4

| Оценка выполнения олимпиадной работы<br>(заполняется проверяющим) |                      |   |   |                   |   |       |   |    |   |    |    |
|-------------------------------------------------------------------|----------------------|---|---|-------------------|---|-------|---|----|---|----|----|
| № задания                                                         | 1                    | 2 | 3 | 4                 | 5 | 6     | 7 | 8  | 9 | 10 | Σ  |
| Полученный балл                                                   | 3                    | 2 | 0 | 2                 | 0 | 4     | 3 | 10 | 0 | 2  | 19 |
| I проверка                                                        | Подпись проверяющего |   |   | Σ баллов прописью |   |       |   |    |   |    |    |
|                                                                   | Подпись проверяющего |   |   | Σ баллов прописью |   |       |   |    |   |    |    |
| II проверка                                                       | Подпись проверяющего |   |   | Σ баллов прописью |   | три   |   |    |   |    |    |
|                                                                   | Подпись проверяющего |   |   | Σ баллов прописью |   | шесть |   |    |   |    |    |

~1

$$\frac{g^x}{g^x - 3} = \frac{1}{1 - \frac{3}{g^x}} = \frac{1}{1 - 3^{1-2x}} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{1 - 3^{1-2x}}$$

$$S = \frac{1}{1-3^1} + \frac{1}{1-3^{\frac{1010}{1011}}} + \frac{1}{1-3^{\frac{1009}{1011}}} + \dots + \frac{1}{1-3^{\frac{1009}{1011}}} + \frac{1}{1-3^{\frac{1010}{1011}}} + \frac{1}{1-3^1}$$

$$t \in \mathbb{R}: \frac{1}{1-t} + \frac{1}{1-\frac{1}{t}} = \frac{1}{1-t} + \frac{1}{1-\frac{1}{t}} = \frac{1}{1-t} + \frac{t}{t-1} = \frac{t-1}{t-1} = 1$$

$$\Rightarrow f(0) + f(1) = f\left(\frac{1}{2022}\right) + f\left(\frac{2021}{2022}\right) = f\left(\frac{1}{2022}\right) + f\left(\frac{2020}{2022}\right) = \dots = f\left(\frac{1010}{2022}\right) + f\left(\frac{2021-1010}{2022}\right) = 1$$

$$f\left(\frac{1011}{2022}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{1-3^{1-1}} = 1$$

$$\Rightarrow S = (f(0) + f(1)) + (f\left(\frac{1}{2022}\right) + f\left(\frac{2021}{2022}\right)) + \dots + (f\left(\frac{1010}{2022}\right) + f\left(\frac{1012}{2022}\right)) + f\left(\frac{1011}{2022}\right) =$$

$$= 1010 \cdot 1 + 1 = 1011$$

Ответ:  $S = 1011$

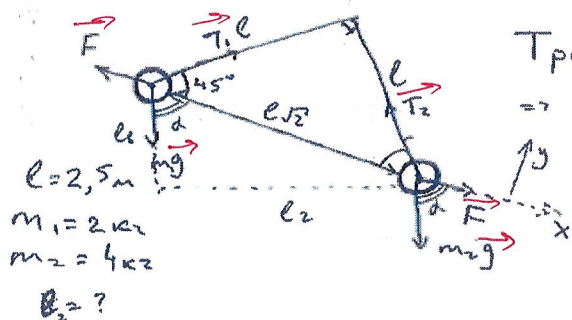
± 3

2



Вариант № 4

№8



Треугольник равнобедренный и прямоугольный  
 $\Rightarrow$  расстояние между шарами равно  $l\sqrt{2}$

$$F = \frac{kq_1q_2}{2l^2}$$

$$O_x: T_1 \cos 45^\circ + m_1 g \cos \alpha = F \quad (+)$$

$$T_2 \cos 45^\circ = m_2 g \cos \alpha + F$$

$$O_y: T_1 \sin 45^\circ = m_1 g \sin \alpha$$

$$T_2 \sin 45^\circ = m_2 g \sin \alpha$$

*Handwritten note: T1, m1, m2*

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ \Rightarrow$$

$$m_1 g \sin \alpha + m_1 g \cos \alpha = F$$

$$m_2 g \sin \alpha = m_2 g \cos \alpha + F$$

$$\Rightarrow \frac{m_1 g (\sin \alpha + \cos \alpha)}{m_2 g (\sin \alpha - \cos \alpha)} = \frac{F}{F}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 2 \sin \alpha - 2 \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = 3 \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

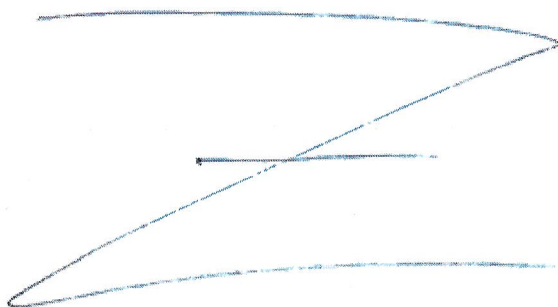
$$\tan \alpha = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow l_2 = 3l_1$$

$$l_2^2 + l_1^2 = 2l^2 \Rightarrow l_2^2 + \frac{1}{9}l_2^2 = 2l^2 \Rightarrow \frac{5}{9}l_2^2 = 2l^2 \Rightarrow l_2 = \frac{3l}{\sqrt{5}} = \frac{3 \cdot 2,5}{\sqrt{5}} = \frac{7,5}{\sqrt{5}}$$

$$l_2 = \frac{3 \cdot 2,5 \cdot \sqrt{5}}{5} = 1,5 \sqrt{5} \text{ м}$$

Ответ:  $l_2 = 1,5 \sqrt{5} \text{ м}$

(10)





Вариант № 4

№6

$$\lambda_1 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\lambda_2 = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\lambda_3 = 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$L = 10^{-3} \text{ м}$$

$$N = 500$$

$$d \sin \varphi = m \lambda, \quad m = \text{max} \Rightarrow d = m \lambda$$

$$\text{или } d_1 = \frac{L}{N}$$

$$m_1 = \frac{L}{N \lambda_1} + \frac{L}{N \lambda_2} + \frac{L}{N \lambda_3} = \frac{L}{N} \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \right)$$

$$m_1 \approx \frac{10^{-3} \cdot 10^7}{500} \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6,5} \right) = \frac{406}{3,9} \Rightarrow m_1 = 10$$

$$\Rightarrow \text{полос } n_1 = 2m_1 + 1 = 21$$

$$d_2 = \frac{d_1}{2} = \frac{2L}{N} \Rightarrow m_2 = \frac{L}{2N \lambda_2} + \frac{L}{2N \lambda_3} = \frac{L}{2N} \left( \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \right)$$

$$m_2 = \frac{10^{-3} \cdot 10^7}{500} \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{6,5} \right) = \frac{425}{156} \Rightarrow m_2 = 4$$

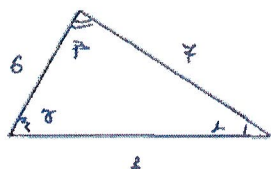
$$\Rightarrow \text{полос } n_2 = 2m_2 + 1 = 9$$

$$\Delta n = n_1 - n_2 = 21 - 9 = 12$$

Ответ: кол-во наблюдаемых полос уменьшится на 12

№3

Все  $\Delta$ -ки — грани пирамиды, равны между собой, т.к. имеют равные длины сторон.



$$p = \frac{6+7+8}{2} = \frac{21}{2}$$

$$S_0 = \sqrt{\frac{21}{2} \cdot \frac{21-6}{2} \cdot \frac{21-7}{2} \cdot \frac{21-8}{2}} = \frac{1}{4} \sqrt{21 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13} = \frac{7}{4} \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7}$$

$$\text{или } S_0 = \frac{21\sqrt{130}}{4}$$

$$36 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 56 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{77}{112}$$

$$64 = 36 + 49 - 2 \cdot 42 \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{1}{4}$$

$$49 = 36 + 64 - 2 \cdot 48 \cos \gamma \Rightarrow \cos \gamma = \frac{51}{96}$$

$$V = \frac{1}{3} S_0 \sin h = \frac{1}{3} S_0 h = \frac{7\sqrt{130}}{4} h$$

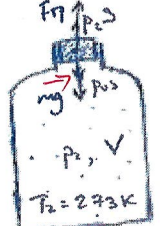
? - 05



Вариант № 4

✓7

$p_0 V = \nu R T_0$   
 $\frac{2}{3} p_0 V = \nu R T_1 \quad (+) \Rightarrow \frac{T_1}{T_0} = \frac{2}{3} \Rightarrow T_1 = \frac{2}{3} T_0 = 200 \text{ K}$   
 $p_2 V = \nu R T_2 \Rightarrow \frac{T_2}{T_0} = \frac{p_2}{p_0} \Rightarrow p_2 = \frac{p_0 T_2}{T_0}$   
 $mg + p_0 S = F_{\text{TP}} + p_2 S$   
 $F_{\text{TP}} = (1 - \frac{T_2}{T_0}) p_0 S + mg$



$p_{\text{uc}} \quad (+)$   
 ✓5

~~3~~  
 1

$|x + \cos^2 4a - 2 \sin 2a \cos^4 4a| < |x - \sin^2 2a| = b (a - \frac{\pi}{4})$

$\begin{cases} x \geq 2 \sin 2a \cos^4 4a - \cos^2 4a \\ x \geq \sin^2 2a \\ x \leq 2 \sin 2a \cos^4 4a - \cos^2 4a \\ x \leq \sin^2 2a \end{cases}$

— иначе  $0 \cdot x = \dots$ , решений либо нет, либо их бесконечное мн-во

-05

✓9

$l = 0,3 \text{ м}$

$d = 0,1 \text{ мм}$

$\rho = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м} = 1,15 \frac{\text{Ом} \cdot \text{м}}{\text{мм}^2}$

$R_1 = \frac{\rho l}{S} = \frac{4 \rho l}{\pi d^2}$  — сопр. Токсового отр

$R_2 = \frac{\rho l \sqrt{2}}{S} = \frac{4 \sqrt{2} \rho l}{\pi d^2}$  — сопр. диаз отр

~~0~~  
 1