



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Шифр работы

ЕИ34-32

(не заполнять)

Вариант № 1

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

№ задания		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл		5	—	1	0	0	—	3	1	5	1 15	16
I проверка	Подпись проверяющего											Σ баллов прописью
	Подпись проверяющего											Σ баллов прописью
II проверка	Подпись проверяющего											Σ баллов прописью
	Подпись проверяющего											Σ баллов прописью

девятнадцать

шесть

шесть

десять

7



Вариант № 1

1. $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$, $S = f(0) + f(\frac{1}{2023}) + f(\frac{2}{2023}) + \dots + f(\frac{2022}{2023}) + f(1) = ?$

Найдем $f(0)$: $f(0) = \frac{4^0}{4^0 + 2} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$

Найдем $f(1)$: $f(1) = \frac{4^1}{4^1 + 2} = \frac{4}{4+2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Найдем $f(0) + f(1)$: $f(0) + f(1) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

Найдем $f(\frac{1}{2023})$: $f(\frac{1}{2023}) = \frac{4^{\frac{1}{2023}}}{4^{\frac{1}{2023}} + 2}$

Найдем $f(\frac{2022}{2023})$: $f(\frac{2022}{2023}) = \frac{4^{\frac{2022}{2023}}}{4^{\frac{2022}{2023}} + 2}$

Найдем $f(\frac{1}{2023}) + f(\frac{2022}{2023})$: $f(\frac{1}{2023}) + f(\frac{2022}{2023}) = \frac{4^{\frac{1}{2023}}}{4^{\frac{1}{2023}} + 2} + \frac{4^{\frac{2022}{2023}}}{4^{\frac{2022}{2023}} + 2} =$

$$= \frac{4^{\frac{2023}{2023}} + 2 \cdot 4^{\frac{1}{2023}} + 4^{\frac{2023}{2023}} + 2 \cdot 4^{\frac{2022}{2023}}}{4^{\frac{2023}{2023}} + 2 \cdot 4^{\frac{2022}{2023}} + 2 \cdot 4^{\frac{1}{2023}} + 4} = \frac{4 + 4 + 2(4^{\frac{1}{2023}} + 4^{\frac{2022}{2023}})}{4 + 4 + 2(4^{\frac{2022}{2023}} + 4^{\frac{1}{2023}})} =$$

$= 1$.

Аналогично каждая пара «равноудаленных» от концов будет давать 1, то есть: $f(0) + f(1) = f(\frac{1}{2023}) + f(\frac{2022}{2023}) = \dots = f(\frac{1011}{2023}) + f(\frac{1012}{2023})$

$= 1$.

Всего в сумме 2024 слагаемых, то есть $\frac{2024}{2} = 1012$ пар, сумма которых (слагаемых) равна единице, то есть $S = 1 \cdot 1012 = 1012$ (1 - сумма в паре, 1012 - кол-во пар).

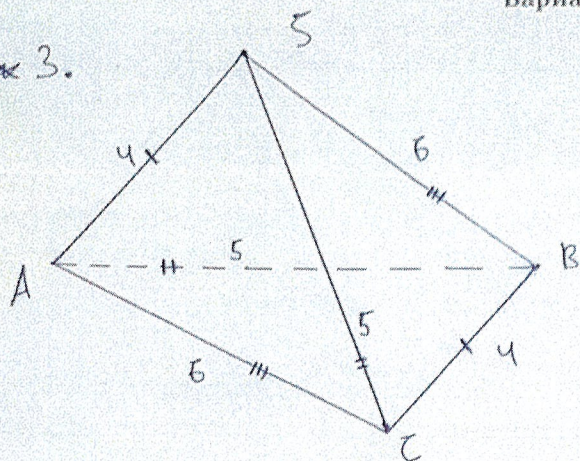
Ответ: $S = 1012$

58



Вариант № 1

№ 3.



Дано:

$SABC$ - трех. пирамида
 $\triangle BCA$ - основание
 $BC=4, BA=5, AC=6$
 $SC=5, AS=4, SB=6$

Найти:

$V_{SABC} - ?$

Решение:

1) $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}$ - по Т. Герона,

$$p = \frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{5+4+6}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

$$S_{ABC} = \sqrt{7,5(7,5-5)(7,5-4)(7,5-6)} = \sqrt{\frac{75}{10} \cdot \frac{25}{10} \cdot \frac{35}{10} \cdot \frac{15}{10}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3}{10^4}} =$$
$$= \sqrt{\frac{25^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 7}{10^4}} = \frac{25 \cdot 5 \cdot 3}{10^2} \sqrt{7} = \frac{25 \cdot 5 \cdot 3}{400 \cdot 4} = \frac{15}{4} \cdot \sqrt{7}, \text{ м.к.}$$

$\triangle ABC = \triangle SAC = \triangle SAB = \triangle SBC$, по $S_{\text{поверх.}} SABC = 4 \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{15}{4} \cdot \sqrt{7} \cdot 4 = 15\sqrt{7}$

15

2



Вариант № 1

4.

2 Пусть M - вершина правильного 2023-угольника, возьмем еще две вершины - A и B , так, чтобы $MA = MB$, если в вершинах M, A и B помещены одного цвета, то выполняется необходимое условие. Заметим, что из одной вершины можно провести 1010 равнобедренных треугольников, всего же - $2023 \cdot 1010$ треугольников. Ювельер будет не прав, т.к. максимальное количество полученных равнобедренных треугольников получается в том случае, когда M помещены разноцветные, а A и B - одного цвета. Золотые, серебряные и медные треугольники чередуются, во всех других случаях это кол-во будет меньше.

Ответ: ~~Ювельер~~ Ювельер не прав.

05

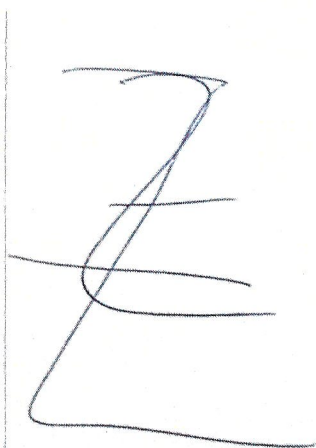
7



Вариант № 1

5.
 $|x + \cos^2 4\alpha - 2\sin\alpha \cos^4 4\alpha| + |x - \sin^2 \alpha| = b(\alpha + \frac{3\pi}{2})$; $\alpha, b - ?$
(св. реш.)

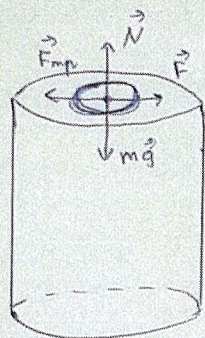
05





Вариант № 1

7.



Решение:

$$1) p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{mg}{\pi R^2} \quad (1)$$

- давление, оказываемое крышкой на сосуд.

$$2) p_1 V = \frac{m}{\mu} R T \quad \text{уравнение}$$

Менделеева - Киппегроу,

т.к. $V = \text{const}$ и $T = \text{const}$ (в процессе), а $R = \text{const}$, то $p \sim \nu$, и т.к.

$\nu_2 = \frac{\nu_1}{2}$, то $p_2 = \frac{p_1}{2}$ (после того, как выкачим половину воздуха).

3) т.к. $V = \text{const}$, то во время охлаждения имеет место изохорный процесс, тогда: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}$ - по закону Шарля $\Rightarrow$

$$p_3 = \frac{p_2 T_3}{T_2}, \text{ т.к. } p_2 = \frac{p_1}{2}, \text{ то } \Rightarrow p_3 = \frac{p_1 T_3}{2 T_2} \quad \text{давление, которое}$$

оказывает газ на крышку, $p_3 = \frac{F_2}{S} \Rightarrow F_2 = p_3 S = \frac{p_1 T_3 \pi R^2}{2 T_2} \quad (2)$

или, с которой газ действует на крышку, найдем разность сил: $(2) - (1) = \left| \frac{p_1 T_3 \pi R^2}{2 T_2} - mg \right|$ - вес крышки, с учетом двух сил.

т.к. $F_{\text{тр}} = \mu R$, то $F = F_{\text{тр}} = \mu R$ (для того чтобы сдвинуть крышку необходимо преодолеть $F_{\text{тр}}$) $\Rightarrow F = \mu R = \mu \left| \frac{p_1 T_3 \pi R^2}{2 T_2} - mg \right| =$

$$= \frac{1}{10} \left| \frac{10^5 \cdot 273 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 300} - 65 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \right| =$$

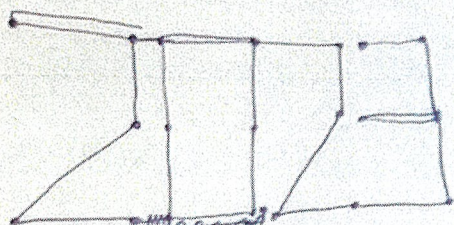
$$= \frac{1}{10} \left| \frac{273 \cdot 25 \cdot \pi \cdot 10^5}{2 \cdot 300 \cdot 12} - 65 \cdot 10^{-2} \right| = \frac{1}{10} \left| \frac{273 \cdot \pi \cdot 5}{12} - 65 \cdot 10^{-2} \right| =$$

$$= \frac{1365 \pi - 78}{120} = \frac{4641 - 78}{120} = \frac{4563}{120} \approx 39 \text{ Н}$$

Ответ: $F \approx 39 \text{ Н}$



Вариант № 1



(1)

Дано:

$$d = 0,055 \cdot 10^{-3} \text{ м}, U = 220 \text{ В}$$

$$L = 19 \cdot 10^{-2} \text{ м}, P \leq 36 \text{ Вт}$$

$$\rho = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$R_{\min} = ?$

Решение:

1) Всего было использовано 22 куски проволоки

$$R_{\min} = 22 \cdot \frac{\rho L}{S} = \frac{22 \cdot \rho L}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{22 \cdot \rho L \cdot 4}{\pi d^2}, R = \frac{\rho L}{S} - \text{но выразим}$$

$$R_{\min} = \frac{22 \cdot 5,5 \cdot 10^{-8} \cdot 19 \cdot 10^{-2} \cdot 4}{\pi \cdot 55^2 \cdot (10^{-3})^2 \cdot (10^{-3})^2} = \frac{22 \cdot 5,5 \cdot 19 \cdot 10^{-10} \cdot 4}{55^2 \cdot \pi \cdot 10^{-12}}$$

$$= \frac{22 \cdot 5,5 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 10^2}{55^2 \cdot \pi} = \frac{22 \cdot 55 \cdot 10^{-1} \cdot 19 \cdot 4 \cdot 10^2}{55^2 \cdot \pi} = \frac{19 \cdot 4 \cdot 22 \cdot 10^2}{55 \pi}$$

$$= \frac{19 \cdot 4 \cdot 4}{\pi} = \frac{304}{\pi}$$

$$2) P = UI = \frac{U^2}{R} = \frac{220^2 \cdot \pi}{304} \leq 36 \Rightarrow R_{\min} = \frac{304}{\pi}$$

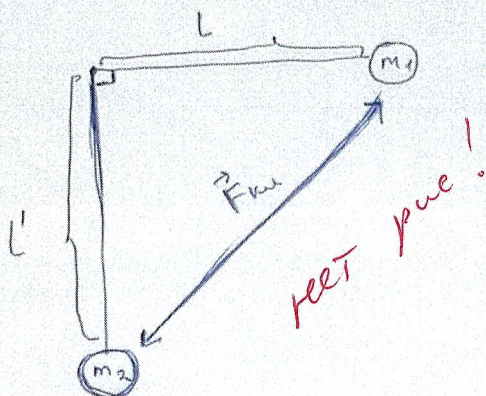
Ответ: $R_{\min} = \frac{304}{\pi} \approx (100)$

7



Вариант № 1

8.



Дано:

$$L = 1 \text{ м}$$

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$m_2 = 3 \text{ кг}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$h = ? (L' = ?)$$

$$1) F_{\text{м}} = \frac{k|q_1||q_2|}{\epsilon r^2}, \quad \epsilon = 1 \Rightarrow$$

$$F_{\text{м}} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}, \quad F_{\text{м}} = m_2 g.$$

$$2) F_{\text{м}_2} = m_2 g = 3 \cdot 10 = 30 \text{ Н}$$

$$F_{\text{м}_1} = m_1 g = 1 \cdot 10 = 10 \text{ Н}$$

$$3) r^2 = L'^2 + L^2 = \boxed{r^2 = L'^2 + 1}, \text{ м}^2$$

$$r^2 = \frac{k|q_1||q_2|}{\epsilon F_{\text{м}}} \Rightarrow$$

$$\frac{k|q_1||q_2|}{\epsilon F_{\text{м}}} = L'^2 + 1 \Rightarrow h(L') = \sqrt{\frac{k|q_1||q_2|}{\epsilon F_{\text{м}}} - 1}$$

З



Вариант № 1

2.

Пусть 60 минут — 1 (в-ть), тогда
50 минут — $\frac{5}{6}$ (в-ть), а 10 минут — $\frac{1}{6}$.

Вм:

$$1 \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} + \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$$

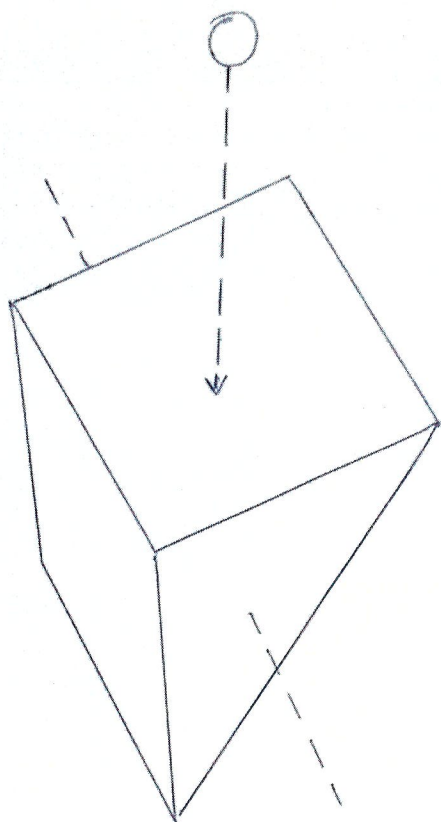
Ответ: $V_m = \frac{11}{36}$

7



Вариант № 1

10.



Дано:

$$v_0 = 0 \frac{m}{c}$$

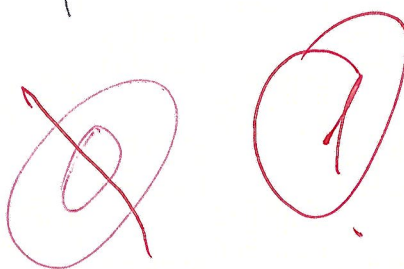
$$v \neq const$$

$$a = const$$

$$Q_{1\%} - ?$$

$$Q_{2\%} - ?$$

$$Q_{3\%} - ?$$



Решение:

- 1) $E_{n_1} = mgh_1$ - энергия в начальный момент времени
- 2) $E_{n_2} = mgh_2$ - энергия, когда шарик был 2 раз в высшей точке
- 3) $E_{n_3} = mgh_3$ - энергия, когда шарик был 3 раз в высшей точке
- 4) $E_k = \frac{mv^2}{2}$ - кинетическая энергия
- 5) $E_{полн.} = E_n + E_k$

З