



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Шифр работы Е 81 33-12
(не заполнять)

Вариант № 1

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)												
№ задания		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл		—	01	10	10	15	51	0	—	1	—	42
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Мамакиев ЭС			Подпись				Σ баллов прописью	шесть		
	Фамилия И.О. проверяющего	Рыжов ВВ Синьванович							Σ баллов прописью	тридцать шесть баллов		
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Добовин А.О. Порова Р.Ю.			Подпись				Σ баллов прописью	шесть		
	Фамилия И.О. проверяющего	Резкожаева КС Равилов АВ							Σ баллов прописью	тридцать шесть баллов		

3. Пусть m — общее кол-во игроков, k — количество игроков не от
участвующих с 27 и 14 игроками, пусть t_a — 27 игроков отсюда t_a раз,
а t_b с 14 — t_b раз, пусть стартовая кол-во игроков — n .
 $t_a, t_b, n, k, m \in \mathbb{N}$ (т.к. количество игроков было 0)

Запишем как игроки получили такое кол-во очков:

$$27 = k + n - (m-1)t_a + t_b \quad (1)$$

$$14 = k + n - (m-1)t_b + t_a \quad (2)$$

$$(1) - (2): t_b - t_a + (m-1)(t_b - t_a) = 13$$

$$(t_b - t_a)(m-1+1) = 13$$

$$m \cdot (t_b - t_a) = 13$$

— это значит или $m=13$ и $t_b - t_a = 1$, или m, t_b и $t_a \in \mathbb{N}$, а

$m=1$ — невозможно (тогда бы было 1 игрок, что неверно)

Пусть $k=13$; $n=13$; $t_a=0$ и $t_b=1$:

$$27 = 13 + 13 - 12 \cdot 0 + 1$$

$$27 = 13 + 13 - 12 \cdot 1 + 0$$

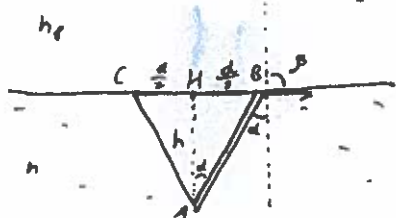
— верно, значит пример есть

Ответ: 13 участников



Вариант № 1

6. $d = 16 \text{ см}$
 $h = 6 \text{ см}$
 $n = ?$



т.к. $\angle H$ бок. пов. конуса не видно
 $\Rightarrow$ все пути с его вершинами
пределовый сигнал представляется на
рисунке.

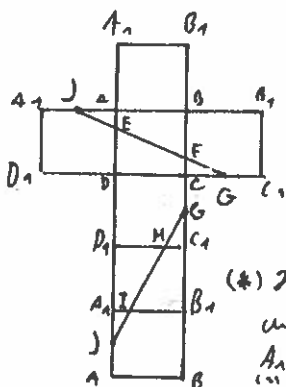
То же самое предположение: $n \cdot \sin \alpha = n_p \cdot \sin \beta = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{\sin \alpha}$

из $\triangle ABH$: $\sin \alpha = \frac{d}{2 \cdot \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}} = \frac{8}{\sqrt{64 + 36}} = \frac{8}{10}$

$h = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$; важно отметить, что это предельное значение, и поэтому
все значения в промежутке $[\frac{5}{4}; +\infty)$

Ответ: $\frac{5}{4}$

5. Треугольник равнобедренный. Нарисовать развёртку куба + дан. $A_1 B_1 A B$



Раскладываем точки на $A_1 A$ и $C_1 G$

Осталось заметить, что на развёртке отрезки
разд. и разд. два разд. отрезка JG
(через E и F и через I и H).

(*) Нетрудно заметить, что расстояния от J до G
имеют минимум и максимум. Минимум в 3-х точках:
 A_1, A и середина $A_1 A$ для J и аналогично для G

Расстояние l в этих случаях: $l_1 = 2\sqrt{a^2 + a^2} = 2a\sqrt{2} = 4\sqrt{5}$
или $l_{2,3} = \sqrt{a^2 + a^2} + \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} + a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a = 2\sqrt{2}(1+\sqrt{5})$

$l_1 < l_2 \Rightarrow l_1$ - мин.

(*) В известном смысле задача поставлена так, что $AJ = CG$ и
расстояние тем самым l , очевидно, что $4\sqrt{5}$ - минимум.
Если не отказываться от симметрии и рассуждать $AJ = x$ и $CG = y$,
то ответ не может быть к таким же величинам, правда при
крайних значениях x и y будет бесконечность - при $x=0$ или $y=0$, либо $x=y$
и т.д. Минимум же достигается при $x=y$ и очевиден.

15

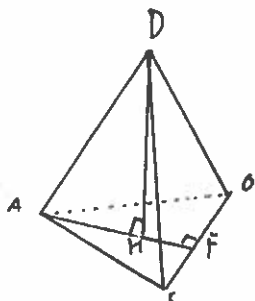
Ответ: $4\sqrt{5}$



Вариант № 1

05

7.



Дано: $DH = 30$ м
 $AB = BC = AC = 60$ м
 $AD = BD = CD$
М? —

Нельзя сразу заметить, что точки $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ — равносторонние. Если же предположить, что это так, то при построении катета получим, что он равен нулю.

Среднее расстояние, на которое съезжал пирамиды. Тогда перевернуть на другой бок пирамиды можно было еще 2 измерения: еще на $\triangle ABC$ и на другом боковом грани. Итого получилось 4 измерения, но не один из них не изменился, поэтому все равно, на которые грани, измерили. Итого получилось 3 уравнения с 3 неизвестными. Данное уравнение должно иметь решение.

$$4. \quad x, y, z \in \mathbb{N} \quad \left(\frac{2x+3y}{2}\right)^2 + \left(\frac{2y+3z}{x}\right)^2 + \left(\frac{2z+3x}{y}\right)^2 = 25$$

предположим $x=y=z$, тогда: $\left(\frac{2x+3x}{x}\right)^2 + \left(\frac{2x+3x}{x}\right)^2 + \left(\frac{2x+3x}{x}\right)^2 = 3(5)^2 = 75$

— значит $x=y=z$ — решение.

Других решений нет, т.к. если изменить переменную x хотя бы на 1, то y и z должны быть кратными $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$ разам больше, но за несколько раз, то x будет кратным $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{3}$ разам больше, но это не будет целым числом, следовательно, таких решений нет.

Решение как-то решений таких чисел, но при увеличении неизвестных переменных и положительных деления чисел, невозможно заметить, что может возникнуть зависимость.

Пусть $y = nx$; $z = kx$: $\left(\frac{2x+3nx}{x}\right)^2 + \left(\frac{2nx+3kx}{x}\right)^2 + \left(\frac{2kx+3x}{nx}\right)^2 = 25$

$$x \neq 0: \quad \frac{4 + 12n + 9n^2}{x^2} + \frac{4n^2 + 12k + 9k^2}{x^2} + \frac{4k^2 + 12k + 9k^2}{n^2 x^2} = 25 \quad (1)$$

$n, k \in \mathbb{N}$ — тогда $y > x$ и $z > x$, а x имеет единственное решение.

$$(1): \quad 4n^3 + 4n^2k^2 + 4k^2n^2 + 12n^3 + 12k^3 + 12k^2 + 9n^2k^2 + 9k^2n^2 + 9k^2 = 25 \cdot n^2 \cdot k^2$$

В данном уравнении нет членов n^2 , а отсюда и следует, что

— т.к. мы не знаем, может ли такое уравнение решаться, что это неверно для всех n и $k \neq (1;1)$, что и будет окончательным ответом.

Ответ: $x=y=z$



8.

$$\xi = 4\beta$$

$$r = 1 \text{ Ом}$$

$$R = 5 \text{ Ом}$$

$$P = ?$$

Вариант № 1

м.к. 10 Ом, значит ток через резистор, мА $U_{\text{рез}} = 5 \text{ В} = 3 \text{ В}$, а
м.к. ветви резистора, значит ток, мА $U_{\text{рез}} = 3 \text{ В} = 3 \text{ В} = 4 \text{ мА}$
 $R_{\text{внут}} =$

2. $a_1 = 3; a_{2011} = 337$ $S = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2010} a_{2011}}$ $S = ?$

$$a_{2011} = a_1 + 2010d = 3 + 2010d \Rightarrow d = \frac{337-3}{2010} = \frac{334}{2010}$$

$$S = \frac{a_2 \cdot a_3 \dots a_{2011} + \dots + a_1 a_2 \dots a_{2010}}{a_1 a_2 a_3 \dots a_{2011}}$$

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} = \frac{a_1 + a_3}{a_1 a_2 a_3} = \frac{2a_2 + a_3}{2a_1 a_2 a_3} = \frac{2a_2}{a_1 a_2 a_3} = \frac{2}{a_1 a_3}$$

9. $S = 10^3 \text{ см}^2$

$$m = 0,01 \text{ кг}$$

$$t_0 = 0^\circ \text{C}$$

$$t_1 = 163^\circ \text{C}$$

$$M = 100 \text{ кг}$$

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$M_{\text{из}} = 27 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$p_{\text{н.н}} = 9 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$h = ?$$

$$pV = \frac{m}{M} RT_1$$

$$p_{\text{н.н}} = p + \frac{mg}{S}$$

$$\frac{p_{\text{н.н}}}{p_{\text{н.о}}} = \frac{V_{\text{н.н}}}{V_{\text{н.о}}}$$