

Вариант № 2

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

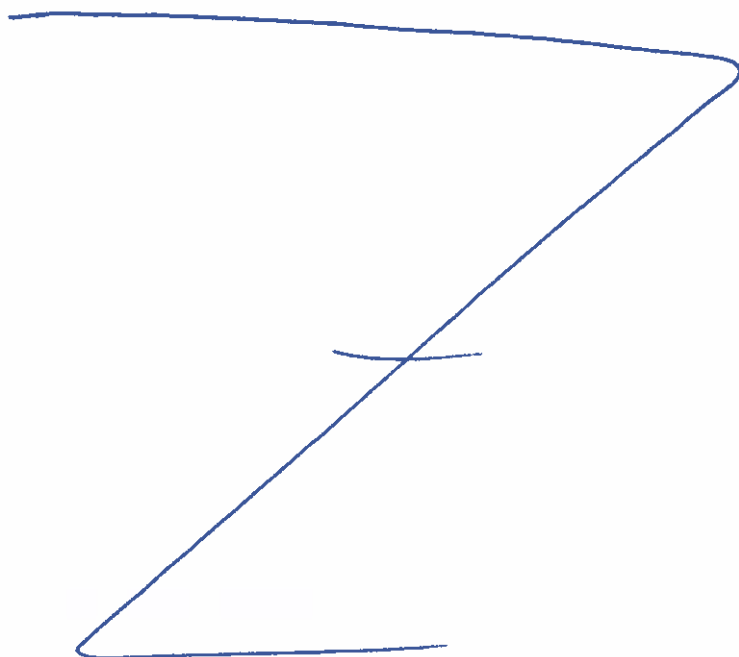
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	5	8	10	12	—	54	0	10	0	00	55 49
I проверка	Пронин А.Ю.			Подпись	А.Ю.			Σ баллов	двадцать один балл		
II проверка	Семёнов Е.И.			Подпись	Е.И.			Σ баллов	тридцать пять баллов		
III проверка	Сидоров А.Ю.			Подпись	А.Ю.			Σ баллов	сорок четыре балла		
IV проверка	Васильева А.В.			Подпись	А.В.			Σ баллов	записать нет б.		

ЗАДАЧА 1.

$$(7^{(4-1)} - 9 \cdot 2 : 3) \cdot 6 = (343 - 6) \cdot 6 = 2022$$

Ответ. $(7^{(4-1)} - 9 \cdot 2 : 3) \cdot 6$

+5



Вариант № 2

ЗАДАЧА 2

$$n = 2$$

$$n_{2022} = 337$$

Найти $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}}$

Решение:

Введем последовательность $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2022}$

$$\text{где } x_n = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$$

Найдем x_3 : $x_3 = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} = \frac{a_3 + a_1}{a_1 a_2 a_3} = \frac{2}{a_1 a_3}$

Докажем с помощью мат. индукции,

$$\text{что } x_n = \frac{n-1}{a_1 a_n}$$

$$\begin{aligned} x_n &= x_{n-1} + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{n-2}{a_1 a_{n-1}} + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{(n-2)a_n + a_1}{a_1 a_{n-1} a_n} = \frac{(n-1)a_1 + (n-1)(n-2)a_n}{a_1 a_{n-1} a_n} = \\ &= \frac{(n-1)(a_1 + (n-2)a_n)}{a_1 a_{n-1} a_n} = \frac{(n-1) a_{n-1}}{a_1 a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_n} \end{aligned}$$

— Докажем ($x_3 = \frac{3-1}{a_1 a_3}$)

Значит $x_{2022} = \frac{2021}{a_1 a_{2022}} = \frac{2021}{2 \cdot 337} = \frac{2021}{674} = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}}$

Ответ. $\frac{2021}{674}$

+ 85

Вариант № 2

ЗАДАЧА 13

Пусть в самом начале у участников x фишек

Пусть k — это кол-во фишек, которое отдал участник с 20 фишками.

Значит, $x - k = 20$

$$x + \frac{k}{n-1} = 37$$

$$\Rightarrow k + \frac{k}{n-1} = 17 \Rightarrow \frac{k(n-1)+k}{n-1} = 17$$

$$\Downarrow \\ \Leftrightarrow n(17-k) = 17$$

$$17 = 1 \cdot 17$$

1) $n=1, k=16$ — не подходит

2) $n=17, k=16$ — подходит.

В начале было 17 участников, и у каждого было по 36 монет.

1 участник дал по одной монете каждому из 16 участ, и у него осталось 20 фишек (фишка = монета), а у других по 37 фишек.

Ответ. 17 участников

+ 105



Вариант № 2

Задача 4

Дано:

$$x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$\left(\frac{x+3y}{z}\right)^2 + \left(\frac{y+3z}{x}\right)^2 + \left(\frac{z+3x}{y}\right)^2 = 48.$$

Найти x, y, z

Решение:

$$\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}} \geq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{x+3y}{z}\right)^2 + \left(\frac{y+3z}{x}\right)^2 + \left(\frac{z+3x}{y}\right)^2}{3}} \geq \frac{\frac{x+3y}{z} + \frac{y+3z}{x} + \frac{z+3x}{y}}{3}$$

$$\frac{x+3y}{z} + \frac{y+3z}{x} + \frac{z+3x}{y} = 3\left(\frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{y}\right) + 3\left(\frac{y}{y} + \frac{z}{x} + \frac{x}{z}\right)$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} \Rightarrow \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{xyz}{xyz}} \geq 3$$

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{x} + \frac{y}{z} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{xyz}{xyz}} \geq 3$$

Следовательно $\frac{x+3y}{z} + \frac{y+3z}{x} + \frac{z+3x}{y} \geq 12$. $\sqrt{\frac{48}{3}} \geq \frac{12}{3}$

$$4 \geq 4$$

значит, что достигается равенство,

такое возможно, только тогда, когда $\frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} = 3$, следовательно

$x=y=z$. (Должны достигаться равенства $(x-y)^2=0, (x-z)^2=0, (y-z)^2=0$)

Ответ, $\left. \begin{matrix} x=k \\ y=k \\ z=k \end{matrix} \right\} k \in \mathbb{N}$

+125

Вариант № 2

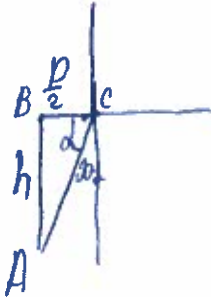
ЗАДАЧА 6

Дано:

$$B = 240 \text{ мм}$$

$$h = 90 \text{ мм}$$

$$n_1 = ?$$



Рассмотрим сечение, где луч от
 изобразительного конуса падает под
 минимальным углом.

ABC - конус (прямой)

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (90^2 + \frac{240^2}{2^2}) \text{ мм}^2$$

$$AC = \sqrt{90^2 + 120^2} = 150 \text{ мм}$$

$(90 - \alpha)$ - угол абсолютного
 преломления

по закону
 внутреннего
 отражения

$$\cos \alpha = \frac{120}{150} = \sin(90 - \alpha)$$

$$n_1 \cdot \sin(90 - \alpha) = n \cdot \sin \alpha_{\text{max}}$$

$$n_1 \cdot \frac{12}{13} = 1$$

$$n_1 = \frac{13}{12}$$

Ответ. $n_1 = \frac{13}{12} = 1,25 \oplus$



Вариант № 2

ЗАДАЧА 8

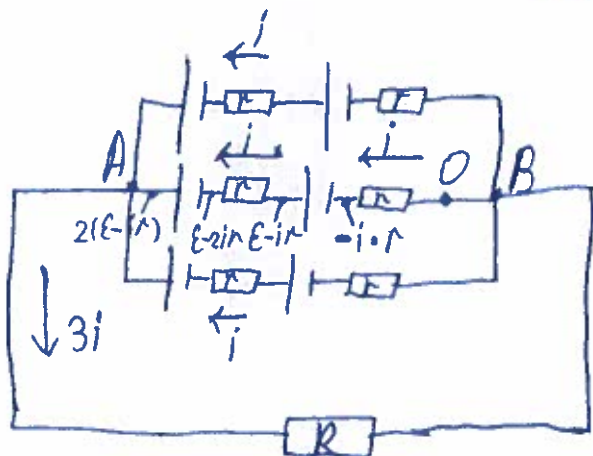
Дано:

$$r = 1.5 \text{ Ом}$$

$$R = 3 \text{ Ом}$$

$$\mathcal{E} = 4 \text{ В}$$

$$R_2 = ?$$



В точку A приходит $i + i + i$,
значит выходит $3i$

Перечисли схему, сделав
источник идеальным.

Применим метод потенциалов

Разность потенциалов
между точками A и B:
 $2(\mathcal{E} - ir)$, где i — ток текущий
по каждой цепи в парал. соединении.

$$3iR = 2(\mathcal{E} - ir) \Rightarrow i = \frac{2\mathcal{E}}{3R + 2r} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ Ампер (в 1 случае)}$$

Предположим, что сопротивление равно $i = \frac{8}{3R_2 + 3} = \frac{8}{3(R_2 + 1)}$

В 1 случае мощность равна: $P = 9i^2 \cdot R = \frac{9 \cdot 4}{9} \cdot 3 = 12 \text{ Вт}$

Во 2 случае: $P = \frac{64 \cdot 2}{3(R_2 + 1)^2} \cdot R_2 \Rightarrow \frac{128 \cdot 2}{3(R_2 + 1)^2} = \frac{16}{3} R_2$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{27R_2 + 34R_2 + 27}{27R_2 + 38R_2 + 2} = 16R_2 \right)$$

$$3R_2^2 + 6R_2 + 3 = 16R_2$$

$$3R_2^2 - 10R_2 + 3 = 0$$

$$D = 100 - 36 = 64$$

$$R = \frac{10 \pm 8}{6} = 3 \text{ Ом} \quad R_2 = \frac{10 - 8}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ Ом} \quad \text{т.е.}$$

Ответ. $R_2 = \frac{1}{3} \text{ Ом}$

10 дан



Вариант № 2

Задача 9

$$m = 0.000 \text{ кг}$$

$$M_B = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$T_K = 160^\circ$$

$$m = 110 \text{ кг}$$

$$P_K = 360000 \text{ Па}$$

$$P_A = 10^5 \text{ Па}$$

$$R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$h = ?$

В самом конце под поршнем будет газ:
воздух и пар.

Силы

$\vec{P} \cdot S \uparrow$



$\downarrow mg$

решение
нес

0.8

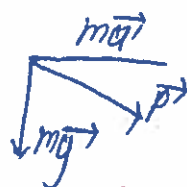
Вариант № 2

ЗАДАЧА 10

$$\begin{array}{|l} v = 220 \text{ км/ч} \\ S = 90 \text{ м} \\ n = ? \end{array}$$

Вес ящика при торможении будет равен:

$$P_T = \sqrt{m^2 g^2 + m^2 a^2}, \text{ где } a - \text{ускорение торможения}$$



неверный
ход решения

$$\cancel{vt - \frac{at^2}{2} = S} \Rightarrow \frac{v^2}{a} - \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a} = S \Rightarrow v^2 = 2aS \Rightarrow a = \frac{v^2}{2S}$$

$$v = at, t = \frac{v}{a}$$

$a \neq \text{const}$ т.д. $F_T = \cancel{ma}$ — сила инерционная

$$P_T = \sqrt{m^2 g^2 + m^2 a^2} = m \sqrt{g^2 + a^2} = m \sqrt{g^2 + \frac{v^4}{4S^2}}$$

$$P_{\text{сп}} = mg$$

$$n = \frac{P_T}{P_{\text{сп}}} = \frac{m \sqrt{g^2 + \frac{v^4}{4S^2}}}{mg} = \sqrt{1 + \frac{v^4}{4S^2 g^2}}$$

0,5 балла
(маленько)

Ответ. $n = \sqrt{1 + \frac{v^4}{4S^2 g^2}} \approx \sqrt{5,3}$

Зачем так сложно?