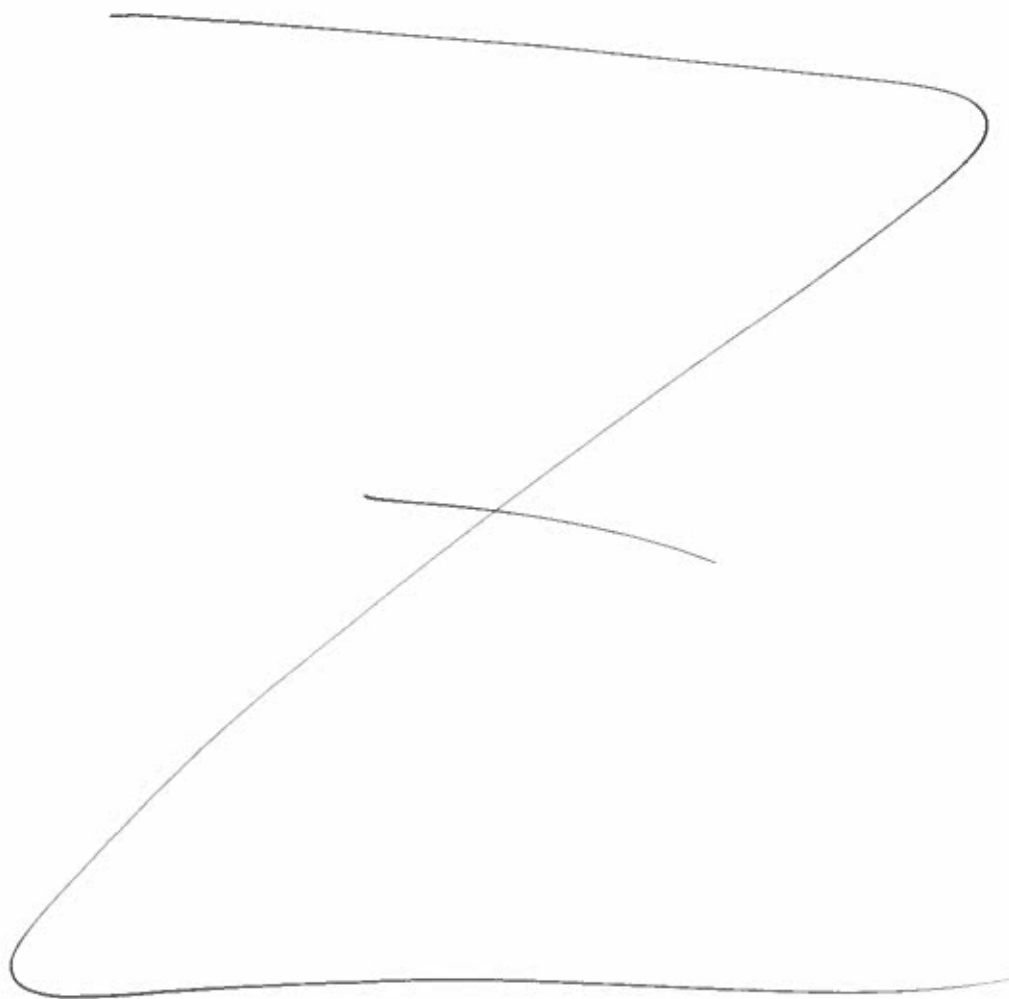




Вариант № 4

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

№ задания		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл		—	8	10	—	0	3	—	10	—	1	32
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Егорова А.Ю. Рыжов В.В.			Подпись				Σ баллов прописью	четырнадцать		
	Фамилия И.О. проверяющего	Романова И.С. Исачков Р.А.			Подпись				Σ баллов прописью	восемнадцать		
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Егоров А.Ю. Рыжов В.В.			Подпись				Σ баллов прописью	четырнадцать		
	Фамилия И.О. проверяющего	Романова И.С. Исачков Р.А.			Подпись				Σ баллов прописью	восемнадцать		





Вариант № 4

№3.

пусть n - кол-во участников
 k - изначальное кол-во фишек у одного участника

q_1, q_2 - кол-во фишек, которое первой и второй участники соответственно отдали каждому другому участнику (т.е. общее кол-во отданных фишек равно $(n-1)q_1$ для первой и $(n-1)q_2$ для второй)

p_1, p_2 - кол-во фишек, полученные первой и второй участницами

g_1, g_2 - кол-во фишек, полученных первой и второй участницами от других участников (т.е. $p_1 = q_2 + g_1$, $p_2 = q_1 + g_2$)

и тогда получаем:

Заметим, что $g_1 = g_2$, т.к. все участники раздают фишки поровну.

$$\begin{cases} 10 = k - (n-1)q_1 + p_1 \\ 29 = k - (n-1)q_2 + p_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 = k - (n-1)q_1 + q_2 + g_1 \\ 29 = k - (n-1)q_2 + q_1 + g_2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 19 &= (n-1)(q_1 - q_2) + q_1 - q_2 = n(q_1 - q_2) \\ 19 &= n(q_1 - q_2), \text{ т.к. } n, q_1, q_2 \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} n = 19 \\ q_1 - q_2 = 1 \\ n = 1 \\ q_1 - q_2 = 19 \end{cases} \quad \begin{aligned} &\text{не уд. условие, т.к. участников} \\ &\text{как минимум 2} \end{aligned}$$

$$n = 19$$

Ответ: 19



Вариант № 4

Дано:

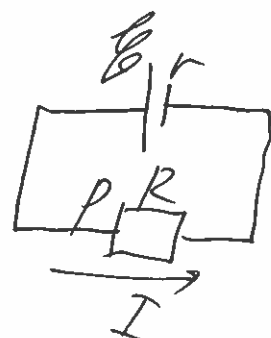
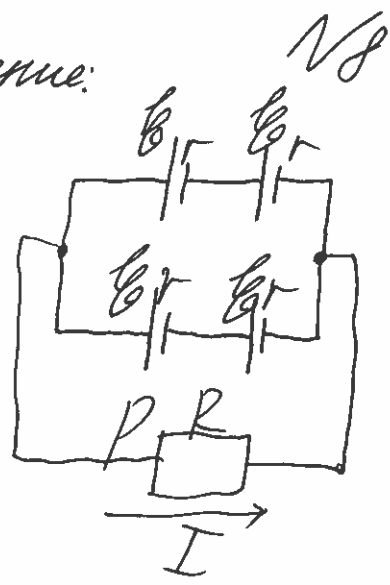
$$\mathcal{E} = 6 \text{ В}$$

$$r = 1 \text{ Ом}$$

$$R_1 = 2 \text{ Ом}$$

$$R_2 = ?$$

Решение:



$$\mathcal{E} = I r + I R$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

$$P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(r + R)^2}$$

$$\frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(r + R_1)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 R_2}{(r + R_2)^2} \Leftrightarrow R_1(r^2 + 2rR_2 + R_2^2) = R_2(r^2 + 2rR_1 + R_1^2)$$

$$R_2^2 R_1 + 2rR_2 R_1 + R_2(r^2 + 2rR_1 + R_1^2) + R_1 r^2 = 0$$

$$R_2^2 R_1 - R_2(r^2 + R_1^2) + R_1 r^2 = 0$$

$$D = (r^2 + R_1^2)^2 - 4R_1^2 r^2 = r^4 - 2R_1^2 r^2 + R_1^4 = (R_1^2 - r^2)^2$$

$$R_2 = \frac{r^2 + R_1^2 \pm (R_1^2 - r^2)}{2R_1}$$

$$\begin{cases} R_2 = \frac{2R_1^2}{2R_1} = R_1 = 2 \text{ Ом} - \text{не удовлетворяет условию} \\ R_2 = \frac{2r^2}{2R_1} = \frac{r^2}{R_1} = 0,5 \text{ Ом} \end{cases}$$

Ответ: 0,5 Ом



Вариант № 4

№6.

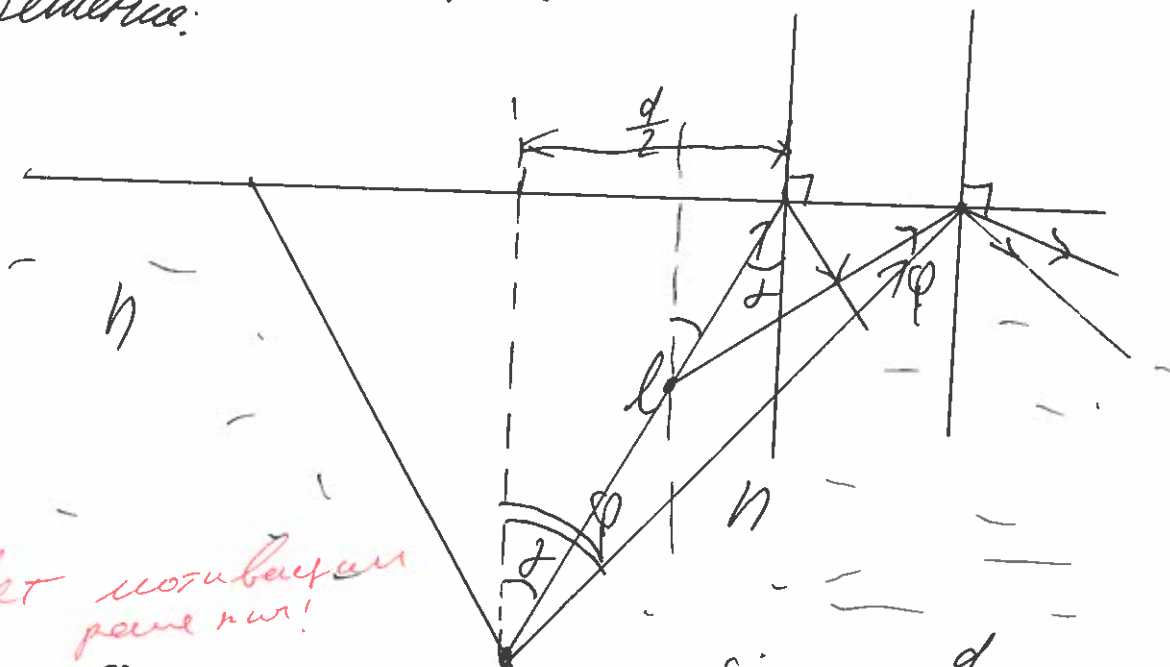
Дано:

$$d = 160 \text{ мм}$$

$$\ell = 115 \text{ мм}$$

$$h = ?$$

Решение:



Нет możliwości
растворить!

$$h \sin \varphi \geq 1, \varphi \geq \alpha$$

$$h \sin \alpha \geq 1$$

$$\frac{h d}{2 \ell} \geq 1$$

$$\Rightarrow h \geq \frac{2 \ell}{d} = \frac{2 \cdot 115}{160} = \frac{230}{160} = \frac{23}{16} = 1,4375$$

$$\text{Ответ: } h \geq 1,4375$$

№2.

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_1 = 337$$

$$a_{2022} = 2 = a_1 + d \cdot 2021 = 337 + 2021d \Rightarrow d = -\frac{335}{2021} \checkmark$$

Итак, математической индукции
докажем, что:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i a_{i+1}} = \frac{n}{a_1 a_{n+1}}$$



Вариант № 4

1) для $n=1$:

$$\sum_{i=1}^1 \frac{1}{a_i a_{i+1}} = \frac{1}{a_1 a_2}$$

2)] верно для $n=k$

$$\sum_{i=1}^k \frac{1}{a_i a_{i+1}} = \frac{k}{a_1 a_{k+1}}$$

3) докажем для $n=k+1$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{a_i a_{i+1}} &= \sum_{i=1}^k \frac{1}{a_i a_{i+1}} + \frac{1}{a_{k+1} a_{k+2}} = \frac{k}{a_1 a_{k+1}} + \frac{1}{a_{k+1} a_{k+2}} = \\ &= \frac{k a_{k+2} + a_1}{a_1 a_{k+1} a_{k+2}} = \frac{k(a_1 + d(k+1)) + a_1}{a_1(a_1 + kd) a_{k+2}} = \frac{a_1(k+1) + kd(k+1)}{a_1 a_{k+2}(a_1 + kd)} = \\ &= \frac{(k+1)(a_1 + kd)}{a_1 a_{k+2}(a_1 + kd)} = \frac{k+1}{a_1 a_{k+2}} \quad \text{умнож} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}} &= \sum_{i=1}^{2021} \frac{1}{a_i a_{i+1}} = \frac{2021}{a_1 a_{2022}} = \frac{2021}{337 \cdot 2} = \frac{2021}{674} = \\ &= 2 \frac{673}{674} \end{aligned}$$

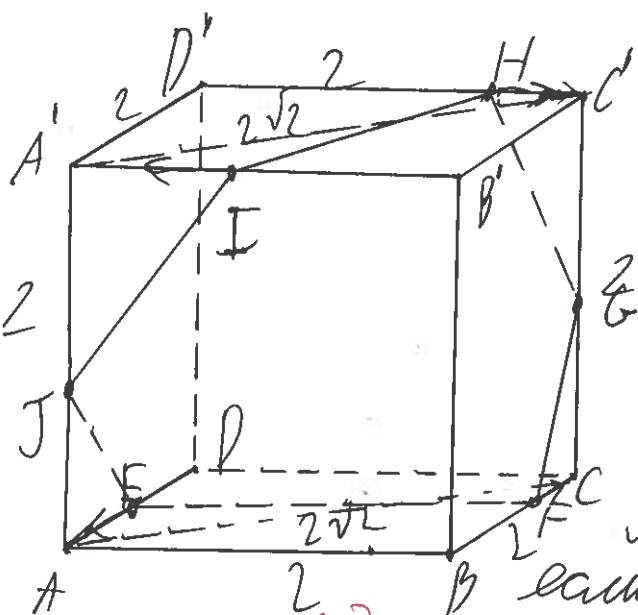
Ответ: $2 \frac{673}{674}$

8



Вариант № 4

№5.



Заметим, что для минимальной длины EFGHIJ-должна являться сечением куба, а сечение куба имеет минимальный периметр,

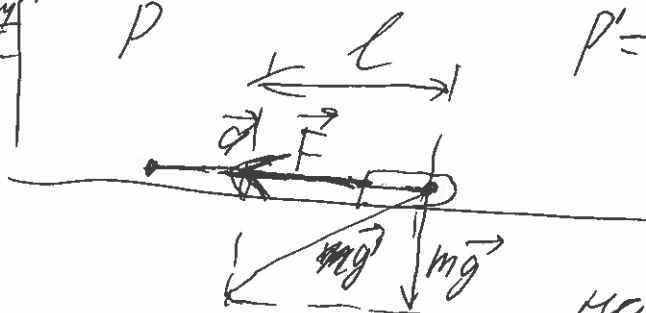
если сечение имеет наименьшее кач-во сторон, в данном случае 6. В данном случае минимальным сечением будет если оно пройдет через AA' и CC'. Для этого I должна совпасть с A'; E с A; F с C и H с C'. Тогда получим куб с сечением AA'C'C и периметром: $4 + 4\sqrt{2} = 4(1 + \sqrt{2})$

ответ: $4(1 + \sqrt{2})$

№10

Дано: $l = 90 \text{ м}$
 $v_0 = 290 \text{ км/ч}$
 $h = ?$

Решение:
 $h = \frac{P'}{P}$



$P = mg$
 $P' = mg'$
M - масса саней
m - масса пилота

т.к. саней статививается горизонтально, то сила, действующая на него в это время, можно считать постоянной.

$$E_{k0} = \frac{Mv_0^2}{2}$$

$$A = Fl$$

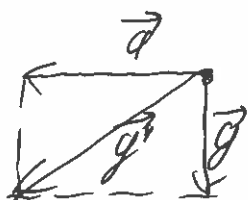
$$A = M a l$$

$$F = Ma$$



Вариант № 4

$$\vec{g}' = \vec{v} + \vec{g}$$



$$A = E_{\text{к.о.}}$$

$$Mgl = \frac{Mv_0^2}{2l}$$

$$a = \frac{v_0^2}{2l}$$

нет учета
коэф жесткости
пружинки!

$$g' = \sqrt{a^2 + g^2} = \sqrt{\frac{v_0^4}{4l^2} + g^2}$$

$$n = \frac{P'}{P} = \frac{mg'}{mg} = \frac{g'}{g} = \frac{\sqrt{\frac{v_0^4}{4l^2} + g^2}}{g} = \sqrt{\frac{v_0^4}{4l^2g^2} + 1} =$$

~~2,3~~

Ответ: 2,3
N1.

~~(1-7) * (2+9 5 7 9)~~

