



Вариант № 3

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

№ задания		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ	
Полученный балл		5	8	10	3	10	5	3	8	2	1	0	43
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Точков Р.А. Власова И.В.			Подпись	Власова			Σ баллов прописью	двадцать восемь			
	Фамилия И.О. проверяющего	Егорова А.Ю. Ризван В.В.			Подпись	Жуков			Σ баллов прописью	девятнадцать			
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Егорова А.Ю. Ризван В.В.			Подпись	Жуков			Σ баллов прописью	девятнадцать			
	Фамилия И.О. проверяющего	Власова И.В.			Подпись	Власова			Σ баллов прописью	двадцать восемь			
аппендикс		Егорова А.Ю.			Подпись	Жуков			подписать				
		А.С. Мустафаев			Подпись	А.С. Мустафаев			подписать				



Вариант № 3

№1

$$9121448 \Rightarrow (91^2 - 1) : 4 - 48 \quad 58$$

$$91^2 \Rightarrow \begin{array}{r} 91 \\ \times 91 \\ \hline 819 \\ 8281 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 8281 - 1 \Rightarrow \begin{array}{r} 8280 \\ \underline{8} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 0 \end{array} \mid \begin{array}{r} 4 \\ 2070 \end{array} \Rightarrow 2070 - 48 = 2022$$

Ответ: $(91^2 - 1) : 4 - 48$.

№2.

Рассмотрим эту прогрессию с a_1 до a_3 , $a_1 = a$; $a_2 = a + b$; $a_3 = a + 2b$

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} = \frac{a + 2b + a}{a(a+b)(a+2b)} = \frac{2(a+b)}{a(a+b)(a+b)} = \frac{2}{a(a+b)} = \frac{2}{a_1 a_3}$$

теперь с a_1 до a_4

$$\frac{1}{a_3 a_4} + \frac{2}{a_1 a_3} = \frac{a + 2a + 6b}{a(a+2b)(a+3b)} = \frac{3(a+2b)}{a(a+3b)(a+2b)} = \frac{3}{a_1 a_4}$$

~~Итак, это верно~~

~~$$\frac{1}{a_{k+1} a_{k+2}} + \frac{k}{a_1 a_{k+1}} = \frac{k+1}{a_1 a_{k+2}} \Rightarrow \frac{a + (a + (k+1)b)k}{a_1 a_{k+1} a_{k+2}} = \frac{k+1}{a_1 a_{k+2}} \Rightarrow \frac{2a + (k+1)b}{a_{k+1}} = k+1$$~~

~~Док-жем для $k+1$.~~

~~$$\frac{1}{a_{k+2} a_{k+3}} + \frac{k+1}{a_1 a_{k+2}} = \frac{k+2}{a_1 a_{k+3}}$$~~

~~$$\frac{a + a + (k+2)b}{a_1 a_{k+2} a_{k+3}} = \frac{k+2}{a_1 a_{k+3}} \Rightarrow \frac{2a + kb + 2b}{a + kb + b} = k+2$$~~

~~$$2a + kb + 2b = ak + 2a + k^2 b + 2kb + kb + 2b$$~~

$$\frac{2a + kb + b}{a + kb} = k+1$$

~~$$2a + kb + b = ak + a + k^2 b + 2kb$$

$$a + b = ak + k^2 b$$~~



Вариант № 3

] k -это верно.

$$\frac{1}{a_{k+1} a_{k+2}} + \frac{k}{a_1 a_{k+1}} = \frac{k+1}{a_1 a_{k+2}} \Rightarrow \frac{a + (a + (k+1)b)k}{a_{k+1} \cancel{a_{k+1}} a_{k+2}} = \frac{k+1}{a_1 \cancel{a_{k+1}} a_{k+2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a + ak + k^2b + kb = (a + kb)(k+1) \Rightarrow a + ak + k^2b + kb = ak + a + k^2b + kb$$

Тогда для $k+1$ докажем.

(хотя это уже и есть
правда и мат. инд. не нуж
на, мы всё равно
удостоверились)

$$\frac{1}{a_{k+2} a_{k+3}} + \frac{k+1}{a_1 a_{k+2}} = \frac{k+2}{a_1 a_{k+3}} \Rightarrow \frac{a + (a + (k+2)b)(k+1)}{a_{k+2} \cancel{a_{k+2}} a_{k+3}} = \frac{k+2}{a_1 \cancel{a_{k+2}} a_{k+3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a + (a + bk + 2b)(k+1) = (k+2)(a_{k+2}) \Rightarrow a + ak + a + bk^2 + bk + 2bk + 2b =$$

$$= (k+2)(a + kb + b) \Rightarrow 2a + ak + bk^2 + 3bk + 2b = ak + 2a + k^2b + 2kb + kb + 2b$$

Значит это выражение

True

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}}$$

можно записать на

$$\frac{2021}{a_1 a_{2022}} = \frac{2021}{3 \cdot 337} = \frac{2021}{1011}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 337 \\ \times 3 \\ \hline 1011 \end{array}$$

Ответ: $\frac{2021}{1011}$

86

нз.

] участник с 37 не раздавал свои фишки, а с 14 раздавал.

Значит участник с 37 получил от участника с 14 кол-во k -фишек. Так ещё и с 14 раздавал другим такое же кол-во k -фишек. Т.к. числа 37 и 14 различны по чётности, то игрок 14 раздавал нечётное кол-во k , ~~нечётным~~



Вариант № 3

ка-ву Ироков n . (это можно обосновать тем, что если k и n оба чётны, то k должно быть у ироков чётно, если k и n оба нечётны, то тогда ка-во фишек у того и у другого тоже должно быть одной чётности).

Так нам всем понятно, что человек с 37 фишками взял k фишек у человека с 14 фишками. Значит роздано остальных $(37 - 14 - 2k)$. Теперь перебирая k находим ка-во ироков сидящих за столом, кроме двоих.

] $k=1$.

$37 - 14 - 2 = 21$. (значит $n = 21 + 2 = 23$)

] $k=3$

$37 - 14 - 6 = 17$ (не подх.), т.к. $17 \not\equiv 0 \pmod{3}$

] $k=5$

$37 - 14 - 10 = 13$ (не подх.), т.к. $13 \not\equiv 0 \pmod{5}$

] $k=7$

$37 - 14 - 14 = 9$ (не подх.), т.к. $9 \not\equiv 0 \pmod{7}$.

] $k=9$

$37 - 14 - 18 = 5$ (не подх.) $\Rightarrow$ что ост. тоже не подходят.

$\Rightarrow$ у нас только 1 ответ.

т.к. $5 < 9$.

$n = 23$.

Ответ: 23 участника

105



Вариант № 3

14. $x, y, z \in \mathbb{N}$.

$$\left(\frac{x+2y}{z}\right)^2 + \left(\frac{y+2z}{x}\right)^2 + \left(\frac{z+2x}{y}\right)^2 = 27$$

По неравенству Коши.

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \geq 2ab \\ b^2 + c^2 \geq 2bc \\ a^2 + c^2 \geq 2ac \end{cases} \quad \checkmark$$

$\Downarrow$

$$27 = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2bc + 2ac$$

$$27 \geq ab + bc + ac.$$

$$27 \geq \frac{(x+2y)(y+2z)}{xz} + \frac{(y+2z)(z+2x)}{xy} + \frac{(x+2y)(z+2x)}{zy}$$

$$27 \geq \frac{xy^2 + yz^2 + zx^2 + 2(x^3 + y^3 + z^3) + 4(zy^2 + yx^2 + xz^2) + 6xyz}{xyz}$$

$$27 \geq \frac{2(x^3 + y^3 + z^3) + xy^2 + yz^2 + zx^2 + 4(zy^2 + yx^2 + xz^2)}{xyz}$$

$$\cancel{3x^3 + 3y^3 + 3z^3 + 2xy^2 + 2yz^2 + 2zx^2 + 4zy^2 + 4yx^2 + 4xz^2 + 6xyz} +$$

$$\cancel{4zy^2 + 4yx^2 + 4xz^2 - 6xyz},$$

также при $x, y, z \in \mathbb{N}$

$$(a+b+c)^2 > a^2 + b^2 + c^2.$$

$$\left(\frac{x^2y + 2y^2x + y^2z + 2z^2y + z^2x + 2x^2z}{zxy}\right)^2 > 27$$

$$\cancel{= 2(x^3 + y^3 + z^3) - 3(2y^2x + yx^2 + xz^2) + 3(y^2x + z^2y + x^2z) - 6xyz > 0}$$



Вариант № 3

Каждое выражение должно равняться 9.

$$\left(\frac{x+2y}{z}\right)^2 = 9 \quad \left(\frac{y+2z}{x}\right)^2 = 9 \quad \left(\frac{z+2x}{y}\right)^2 = 9$$

$$\frac{x+2y}{z} = 3 \quad \frac{y+2z}{x} = 3 \quad \frac{z+2x}{y} = 3$$

$$x + 2y = 3z \quad y + 2z = 3x \quad z + 2x = 3y.$$



$$x=1; y=1; z=1$$

расширению
частичный
в ширину

Geben: $x=1; y=1; z=1$

✓ 5.

Маршрут должен начинаться в выходные дни, что

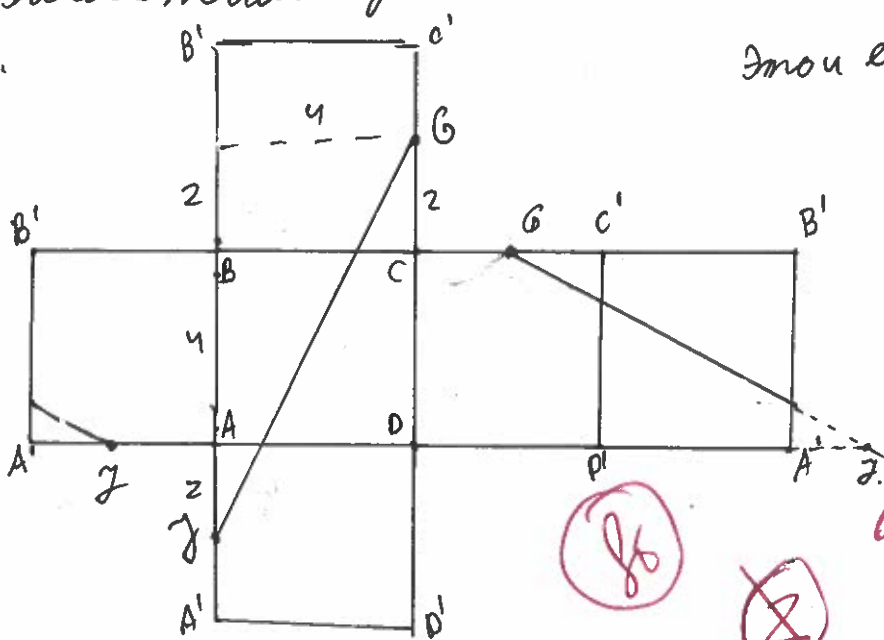
~~до до до до до~~. Рассмотрим развертку куба.

Ж.К. $M; I$ и $E; F$ находятся на параллельных прямох,

то понятно, что J_{AB} это средины AA' и CC' соответственно.

(Раскладываем кушак как показано на рисунке)

Этой есть прямая 76-min.



$$26 = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$$

А таких прямых две

$$\Rightarrow L = 2\sqrt{30}$$

Omber: $2\sqrt{30} = 2\sqrt{5}$

Способы в рассуждении
при верном счете



Вариант № 3

№6

Дано:

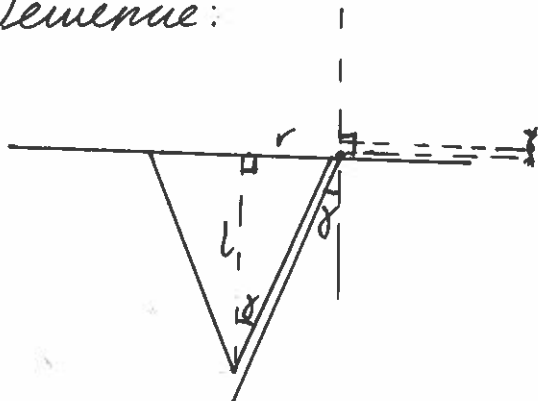
$$r = 120 \text{ мм}$$

$$l = 9 \text{ см.}$$

Найти:

$n = ?$

Решение:



$$n = \frac{\sin 90^\circ}{\sin \gamma} \quad 58$$

$$n = \frac{1}{\sin \gamma}$$

$$\sin \gamma = \frac{r}{\sqrt{r^2 + l^2}} \quad r = 0,12 \text{ м}$$

$$l = 0,09 \text{ м}$$

$$\sin \gamma = \frac{0,12}{0,15} = \frac{4}{5}$$

$$n = \frac{1}{\left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{5}{4}$$

Ответ: $\frac{5}{4}$.

№7.

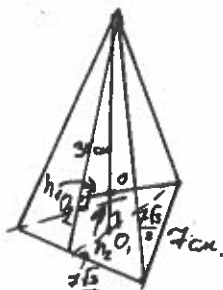
Дано:

$$h = 35 \text{ см}$$

$$r = 7 \text{ см.}$$

Предложить способ нахождения μ

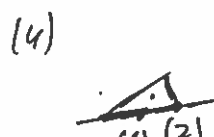
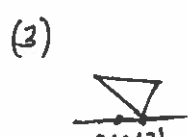
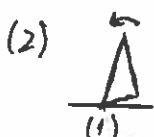
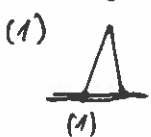
Решение:



пирамиду мы будем
покачивать носиком (вершиной)
в любую из 3-х сторон.

В это время E_n переходит
в E_k , но при этом во время

поворота пирамида проходит расстояние
 μmgL (на рисунке)



$$\Rightarrow \Delta E_n = \mu mgL$$

где Δh , это изме-

нение высоты центра тяжести. $h_2 - h_1 = \Delta h$.

$$\mu = \frac{mg(h_2 - h_1)}{mgL} = \frac{h_2 - h_1}{L}, \text{ где } h_2 = OO_1, h_1 = OO_2; L - \text{проекция}$$

расстояния L на горизонталь



Вариант № 3

Ответ: $\mu = \frac{h_2 - h_1}{L}$ и выше. *неверно*

№ 8.

Дано:

$\mathcal{E} = 4 \text{ В}$,

$R = 9 \text{ Ом}$.

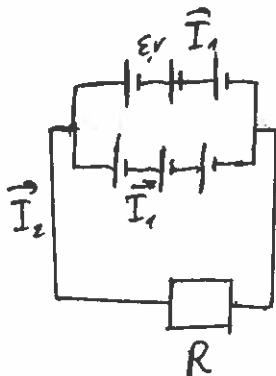
$r = 2 \text{ Ом}$.

Найти:

$R' = ?$

$P = P'$

Решение:



По первому закону К.

$2I_1 = I_2$, т.к. здесь есть симметрия в батарейках.

По второму закону К. получим

$3\mathcal{E} = 3rI_1 + RI_2$

$3\mathcal{E} - 3r \frac{I_2}{2} = RI_2$

$3\mathcal{E} = I_2 \left(\frac{3r}{2} + R \right)$

$I_2 = \frac{3\mathcal{E}}{\left(\frac{3r}{2} + R \right)} = \frac{3 \cdot 4 \text{ В}}{\frac{3 \cdot 2 \text{ Ом}}{2} + 9 \text{ Ом}} = 1 \text{ А}$.

$P = I_2^2 R = 9 \text{ Вт}$.

~~$P = \frac{9\mathcal{E}^2}{(3r+R)^2} R = \frac{144}{(3+9)^2} \cdot 9 = 1 \text{ Вт}$~~

~~$P = \frac{9\mathcal{E}^2}{(3+R)^2} R = 1 \text{ Вт}$~~ *эта задача не решается предположением $R = 1 \text{ Ом}$, тогда.*

$I_2 = \frac{3\mathcal{E}}{\left(\frac{3r}{2} + R \right)} = \frac{3 \cdot 4 \text{ В}}{\frac{3 \cdot 2 \text{ Ом}}{2} + 1 \text{ Ом}} = \frac{3 \cdot 4 \text{ В}}{4 \text{ Ом}} = 3 \text{ А}$.

$P = 3^2 \cdot 1 \text{ Ом} = 9 \text{ Вт}$, что True

Ответ: ~~1 Ом~~ 1 Ом.



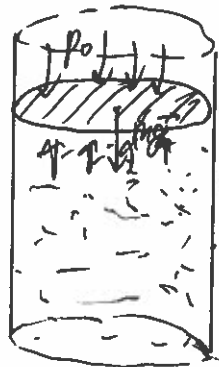
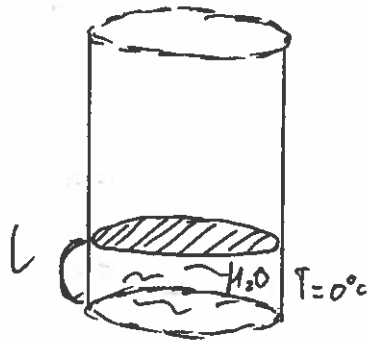
Вариант № 3

№9.

Дано:
 $S = 50 \text{ см}^2$
 $n = 362$
 $T = 0^\circ \text{C}$
 $T' = 180^\circ \text{C}$
 $m = 50 \text{ кг}$
 $p = 10^5 \text{ Па}$
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
 $M_B = 29 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$
 $p_n = 1000 \text{ кПа}$

Найти:
 $h - ?$

Решение:



$L \ll h$. (постелу (не учитываем)).

$$mg + p_0 S = p_{\text{н}} S$$

$$p_{\text{н}} = \frac{mg}{S} + p_0 = \frac{50 \cdot 10}{50 \cdot 10^{-4}} + 10^5 = 10^5 + 10^6 = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$W = \frac{p_{\text{н}}}{p_{\text{нс}}} = \frac{2 \cdot 10^6 \text{ Па}}{1000 \cdot 10^3 \text{ Па}} = 20\%$$

$$m_n = W \cdot m_0 = 0,2 \cdot 36 = 7,2$$

$$p_{\text{н}} \cdot V = \frac{m_n}{M_B} R T' \quad V = S h$$

$$p_{\text{н}} S h = \frac{m_n}{M_B} R T'$$

$$h = \frac{m_n R T'}{p_{\text{н}} S \cdot M_B} = \frac{7,2 \frac{\text{г}}{\text{моль}} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (180 + 273) \text{ К}}{2 \cdot 10^6 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot 29} = \frac{7,2 \cdot 8,31 \cdot 453}{10 \cdot 29} \text{ м} =$$

$$= \frac{68 \cdot 453}{10 \cdot 29} \text{ м} = \frac{2716}{29} \text{ м} \approx 94 \text{ м}$$

Ответ: 94 м. *неверно*

15 *Ж*

Рисунок
нарисован не
ровно, верно
Приведем
записи,
но не все
формулы

? $T = 180^\circ \text{C}$ - вода
выкипает полностью,
сосуд заполнен паром

? $M_{\text{вода}} = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$



Вариант № 3

N 10

Дано:

$$h = 10-12 \text{ см}$$

$$v = 250 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$L \leq 95 \text{ м}$$

$$\gamma = \frac{p_T}{p}$$

Найти: n - ?

Решение:

По 3.С.Э.

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = \Delta = m\alpha L$$

Решение не содержит рисунка. В задаче решалось неверно и не содержит верных идей, с помощью которых задача может быть решена

$$a = \frac{v^2 + gh}{2L} \quad a \approx \frac{250^2 + 10 \cdot 10}{2 \cdot 100} \approx \frac{70^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2 \cdot 100 \text{ м}} \approx 2,5$$

$$\approx \frac{7^2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2,5}{2 \cdot 100} \approx \frac{25}{200} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \text{ т.к. } L \leq 95 \text{ м.}$$

$$n = \frac{25 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \pi}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \pi} = 2,5$$

скажем, что

$$g \ll a, \text{ т.к. } L \leq 95 \text{ м.}$$

$$n \geq 2,5.$$

Ответ: $n \geq 2,5$.

