



Вариант № 2

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	5	7	10	12	0	5	0	2	13	0	54
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Ломоносов И.С. Рицак И.В.		Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	двадцать			
	Фамилия И.О. проверяющего	Синяков И.В. Булдакова Е.Г.		Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	двадцать четыре балла			
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Ефремов А.Ю. Миронов А.С.		Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	двадцать			
	Фамилия И.О. проверяющего	Косовичева И. Дичева И.В.		Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	тридцать четыре			

1.

$$((7 \cdot (4+1) - 9)^2) \cdot 3 - 6 = 2022 \quad +55$$

2.

~~Пусть a_k —~~ Т.к. числа образуют арифметическую прогрессию, то $a_k = a_1 + (k-1)b$, где a_k — k -ый член прогрессии.

Докажем, что $\frac{k-1}{a_1 a_k} + \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{k}{a_1 a_{k+1}}$ для $k > 1$

для $k = 2$: $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} = \frac{a_1 + a_3}{a_1 a_2 a_3} = \frac{(a_1 + b) \cdot 2}{a_1 (a_1 + b) a_3} = \frac{2}{a_1 a_3}$ — верно.

докажем что верно при k , если верно при $k-1$:

$$\begin{aligned} \frac{k-1}{a_1 a_k} + \frac{1}{a_k a_{k+1}} &= \frac{(k-1) \cdot a_{k+1} + a_1}{a_1 a_k a_{k+1}} = \frac{(k-1)(a_1 + kb) + a_1}{a_1 (a_1 + (k-1)b) a_{k+1}} \\ &= \frac{k(a_1 + (k-1)b)}{a_1 (a_1 + (k-1)b) a_{k+1}} = \frac{k}{a_1 a_{k+1}} \end{aligned}$$

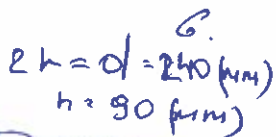
Тогда $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}} = \frac{2021}{a_1 a_{2022}} = \frac{2021}{2 \cdot 337} \approx 3$

Ответ: ~~3~~ ± 7



Шифр работы ЕН 22-07
(не заполнять)

Вариант № 2



2) Для преломления
справедливо: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$ (1)
где $n_0 = 1$ - показатель
преломления
воздуха.

2) Т.к. боковую сторону не видно то луч всегда проходил под углом в пересекании или проходил через боковую сторону то есть ее было бы видно)

3) $\sin \beta \leq \sin \alpha$

$$3) \sin \beta < \sin \varphi \quad (2)$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{h}{\sqrt{h^2 + L^2}} ; L = \frac{d}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{120}{\sqrt{120^2 + 90^2}} = \frac{4}{5} \quad (3)$$

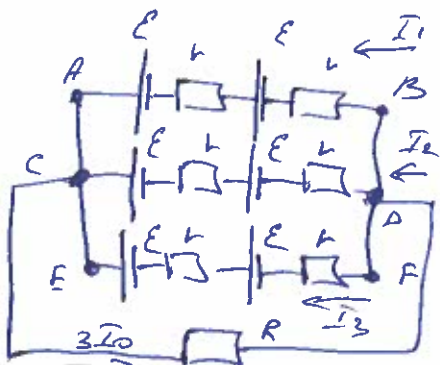
5) Из уравнений (1) и (3) и неравенства (2):

$$n_0 \sin \theta < n \sin \phi$$

$$\sin \alpha < \frac{4}{5}$$

$$T.K: |\sin x| \leq 1, \text{ To } \frac{4}{5} n > 1$$
$$n > 1.25$$

Definiere $n > 1,25$



8.

$E = 4(B)$
 $t = 1.5(0m)$
 $R = 3(0m)$

4) Напряжения на участках AB, CD, EF соответственно равны $2E - I_1 \cdot 2h$; $2E - I_2 \cdot 2h$; $2E - 2I_3 h$.

Страница 2 из 6

2) При параллельном соединении на вых. Откуда $I_1 = I_2 = I_3 = I_n$



Вариант № 2

3) Рассмотрим контур DCD . По II правилу Кирхгофа:

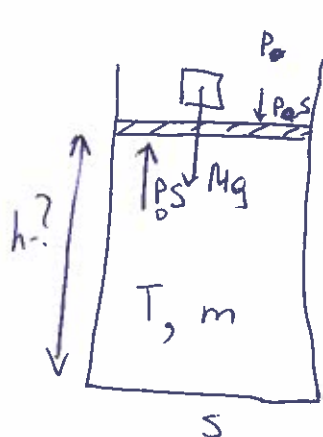
$$2\mathcal{E} = I_0 \cdot 2r + 3I_0 R$$

(по I пр. Кирхгофа ток через R равен $3I_0$)

$$I_0 = \frac{2\mathcal{E}}{2r + 3R}; I_0 = \frac{2}{3} (A)$$

4) Тогда мощность на резисторе R : $P = (3I_0)^2 R \Rightarrow 4 \cdot 3 = 12 (B)$

25



$$\begin{aligned} m &= 9 \cdot 10^{-3} (кг) \quad g \\ S &= 110 \cdot 10^{-4} (м^2) \\ M &= 110 (г) \\ P_0 &= 10^5 (Па) \\ T &= 140 + 273 = 413 (K) \\ P_H &= 360 (кПа) \\ M_{H_2O} &= 18 \cdot 10^{-3} (г/моль) \end{aligned}$$

1) В равновесии по II
3-ий закон Ньютона: $Mg + PS = P_0 S$
 $P_0 = \frac{Mg}{S} + P \Rightarrow 2 \cdot 10^5 Па < P_H$
 P_0 - давление в сосуде

2) Из уравнения состояния
для изр. 2-ух: $P_0 Sh = \frac{m}{M_{H_2O}} RT$

3) Считаю начальную
высоту чужбоя
(когда была только вода)

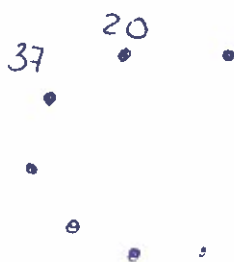
$$\Delta h = h_2 = \frac{mRT}{M_{H_2O}(PS + Mg)}$$

$$\Delta h = \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 413}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 2200} = \frac{8,31 \cdot 413}{4400} \approx 1 (м)$$

0: вет: 1 (м).

(X)

13



3.

1) Пусть k - кол-во участников,
а x_0 - начальное кол-во

2) Пусть все участники, кроме тех, у которых остались 20 и 3 фишек, отняли по n фишек
Страница 3 из 6



Вариант № 2

3) Пусть p — кол-во фишек, полученных каждым участником с 20 фишками в конце, а f — участником с 37 фишками в конце. ($p, f, k, n \in \mathbb{N}$)

4) Участник с 20 фишками в конце получил $n + f$ фишек и оградил $p(k-1)$ фишек.

Тогда $20 = x_0 + n + f - p(k-1); \quad (1)$

Аналогично $37 = x_0 + n + p - f(k-1); \quad (2)$

Вычтем из ур. (2) ур. (1): $17 = pk - fk = (p-f)k$

Т.к. $k \geq 1$ и $k \in \mathbb{N}$, то $k = 17$.

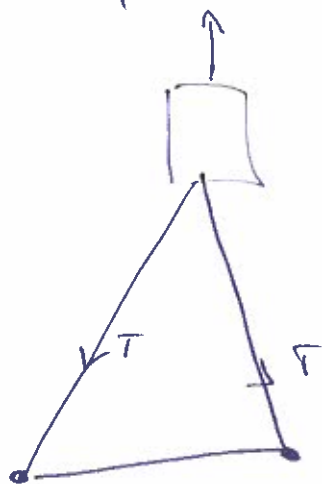
Ответ: 17.

$v = 220 \text{ (м/с)} = \frac{2200}{36} \text{ (м/с)}$

$h = 90 \text{ (м)}$

$h = 0,1 - 0,12 \text{ (м)}$

$n = ?$



$P_0 = mg$

1) $h = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2h}$

2) По оси y :

$P_2 = T_y - mg$

3) $T_y = ma \frac{h}{\sqrt{h^2 + k^2}} \approx \frac{mah}{k}$

4) $n = \frac{m(a \frac{h}{k} - g)}{mg} =$

$= \frac{ah}{kg} - 1$

ответ: $\frac{v^2 h}{2k^2 g} - 1$

0.



Вариант № 2

4.

$$x, y, z \in \mathbb{N} \quad \left(\frac{x+3y}{z}\right)^2 + \left(\frac{y+3z}{x}\right)^2 + \left(\frac{z+3x}{y}\right)^2 = 48;$$

Запомним, что при $x=y=z$ равенство выполняется:

$$\left(\frac{z+3z}{z}\right)^2 + \left(\frac{z+3z}{z}\right)^2 + \left(\frac{z+3z}{z}\right)^2 = 4^2 + 4^2 + 4^2 = 48$$

5.

1) Пусть точки Н и F «закреплены». Тогда НВ + ВF — кетт.

когда $НВ = ВF$.

$$\text{Тогда } СВ = ВС' = \frac{3}{2}$$

$$FC = HC'$$

2) Аналогично $ET = TI$ и $AT = A'T = \frac{3}{2}$,
и $AE = A'I$.

3) ~~Если~~ EF — кетт., когда $EF \parallel AB$, и аналогично,
 IH — кетт., когда $IH \parallel A'D'$.

(Если взять другую прямую EF' то в $\triangle EFF'$ она будет гипотенузой и $EF' > EF$)

4) Это возможно только когда EF — ср. кетт.

$$\text{Тогда } AE = A'I = CF = C'H = \frac{1}{2} AD = \frac{3}{2}$$

(I и H — сер. $A'B'$ и $C'D'$ соответственно, а значит $IH \parallel A'D'$)

5) Получаем: $IH = EF = 3$

$$IT = TE = FC = CH = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

Отсюда также равна $3 + 3 + \frac{4 \cdot \sqrt{2} \cdot 3}{2} = 6 + 6\sqrt{2} = 6(1 + \sqrt{2})$ (по т. Пифагора)



Вариант № 2

4. (продолжение).

~~1) 1) 1)~~

1) $\frac{x+3y}{z} \geq \frac{x}{z} + \frac{3y}{z} \geq 2\sqrt{\frac{3yx}{z}}$ согласно
н.с.б.и
о среднем.

$$\left(\frac{x+3y}{z}\right)^2 \geq \frac{4 \cdot 3yx}{z}$$

2) Аналогично $\left(\frac{y+3z}{x}\right)^2 \geq \frac{12yz}{x^2}; \left(\frac{z+3x}{y}\right)^2 \geq \frac{4 \cdot 3xz}{y^2};$

$$3) \left(\frac{x+3y}{z}\right)^2 + \left(\frac{y+3z}{x}\right)^2 + \left(\frac{z+3x}{y}\right)^2 \geq 12 \left(\frac{xy}{z^2} + \frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} \right) \geq 48$$

✓
✓ согласно неравенствам
о среднем.

4) Равенство выполняется только
при $x=y=z$.

О. в. е.: $x=y=z$. ($x, y, z \in \mathbb{N}$)

+125)