



Олимпиада школьников «Гранит науки»  
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Шифр работы ЕН17-11

(не заполнять)

Вариант № 3

| Оценка выполнения олимпиадной работы<br>(заполняется проверяющим) |                           |                |   |   |         |           |   |                   |                      |     |    |       |
|-------------------------------------------------------------------|---------------------------|----------------|---|---|---------|-----------|---|-------------------|----------------------|-----|----|-------|
| № задания                                                         |                           | 1              | 2 | 3 | 4       | 5         | 6 | 7                 | 8                    | 9   | 10 | Σ     |
| Полученный балл                                                   |                           | 0              | 0 | 9 | 10      | 0         | 5 | 1                 | 10                   | 7.5 | 50 | 48 40 |
| I проверка                                                        | Фамилия И.О. проверяющего | Сугаинова Л.С. |   |   | Подпись | [Подпись] |   | Σ баллов прописью | 20 (Двадцать)        |     |    |       |
|                                                                   | Фамилия И.О. проверяющего | Исмаилов А.    |   |   | Подпись | [Подпись] |   | Σ баллов прописью | 28 (Двадцать восемь) |     |    |       |
| II проверка                                                       | Фамилия И.О. проверяющего | Давыдова И.    |   |   | Подпись | [Подпись] |   | Σ баллов прописью | Двадцать пять        |     |    |       |
|                                                                   | Фамилия И.О. проверяющего | Исмаилов А.Ю.  |   |   | Подпись | [Подпись] |   | Σ баллов прописью | Двадцать пять        |     |    |       |

Исмаилов А.С. Сугаинова Л.С. Давыдова И.И. Исмаилов А.С.  
Σ сорок баллов



Вариант № 3

Реш.

1) Пусть в начале игры у каждого из  $n$  участников по  $a$  фишек,  $a \geq n, a \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$ .

2) Теперь пусть участники по очереди раздают фишки:

$$\underbrace{a, a, a, \dots, a}_{n \text{ раз}} \rightarrow \underbrace{a+x, a+x, a+x, \dots, a+x}_{n-1 \text{ раз}}, \underline{a-n+1} \rightarrow x \in \mathbb{N}.$$

$$\cancel{a-x} \rightarrow \underbrace{a+2x, a+2x, \dots, a+2x}_{n-2 \text{ раз}}, \underline{a-n+2x} \rightarrow$$

$$\rightarrow \underbrace{a+ix, a+ix, \dots, a+ix}_{n-i \text{ раз}}, \underbrace{a-n+ix, \dots, a-n+ix}_{i \text{ раз}}, \text{ где } i\text{-номер хода}$$

$i \in \mathbb{N}$   
 $i < n$ .

3) В какой-то момент у одной части  $a+ix$  фишек, у другой  $a-n+ix$ , при этом очевидно, что  $a+ix > a-n+ix$ .

Тогда по условию задачи  $\begin{cases} a+ix=37 \\ a+ixn=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 37-n=14 \\ n=23 \end{cases}$

4) Но возможна ситуация, когда один участник несколько раз раздавал свои фишки, тогда получится:

$$\underbrace{a+ik, \dots, a+ik}_{n-i \text{ раз}}, \underbrace{a-n+ik, \dots, a-n+ik}_{i-k \text{ раз}}, \underbrace{a-2n+k, \dots, a-2n+k}_{k \text{ раз}}$$

где  $k$  - кол-во участников раздавших свои фишки по 2му разу, тогда либо  $\begin{cases} a+ik=37 \\ a-n+ik=14 \end{cases}, n=23$ , либо  $\begin{cases} a+ik=37 \\ a-2n+k=14 \end{cases}, 37-2n-i=14, 2n+i=23$

$$\begin{cases} a-n+ik=37 \\ a-2n+k=14 \end{cases}, \begin{cases} 37-n-i=14 \\ n+i=23 \end{cases}$$



Вариант № 3

№3 (продолж.)

6) Пусть участники совершают ходы.

$$\underbrace{a, a, \dots, a}_{n \text{ раз}} \rightarrow \underbrace{a+x, a+x, \dots, a+x}_{n-1 \text{ раз}}, a-x(n-1).$$

$$\begin{cases} a+x=37 \\ a-x(n-1)+x=14 \end{cases} \quad \begin{cases} 37-x(n-1)=14 \\ xn=23, \text{ но } x \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{N} \Rightarrow n=23 \end{cases}$$

$$\underbrace{a+x+y, a+x+y, \dots, a+x+y}_{n-2 \text{ раз}}, a+x-ny+y, a-nx+x+y$$

$$\begin{cases} a+x+y=37 \\ a+x-ny+y=14 \end{cases} \quad ny=23, y \in \mathbb{N} \Rightarrow n=23, \text{ аналог с } a+nx+x+y.$$

$$\begin{cases} a+x-ny+y=37 \\ a-nx+x+y=14 \end{cases} \quad \begin{cases} nx-ny=23 \\ n(x-y)=23, \text{ но } (x-y) \in \mathbb{Z}, x-y > 0 \Rightarrow n=23 \end{cases}$$

Аналогично со следующими ходами.

Ответ: 23 участника.



Вариант № 3  
во 4.

$$\left(\frac{x+2y}{z}\right)^2 + \left(\frac{y+2z}{x}\right)^2 + \left(\frac{z+2x}{y}\right)^2 = 27 \quad x, y, z \in \mathbb{N}$$

- 1) Догадаться до корня  $x=a, y=a, z=a, a \in \mathbb{N}$   
2) Доказать, что больше корней не может быть.

Пусть  $x$  увеличится на  $d$ , тогда

$$\frac{x+2y}{z} < \frac{(x+d)+2y}{z} = \frac{x+2y}{z} + \frac{d}{z}$$

~~$d \in \mathbb{Z}$~~   
 ~~$d \geq 0$~~

$$\frac{y+2z}{x} > \frac{y+2z}{x+d}$$

$$\frac{z+2x}{y} < \frac{z+2(x+d)}{y} = \frac{z+2x}{y} + \frac{2d}{y}$$

Но сумма квадратов не изменилась.

$$27 = \left(3 + \frac{d}{a}\right)^2 + \left(\frac{3a}{a+d}\right)^2 + \left(3 + \frac{2d}{a}\right)^2 = 18 + 18\frac{d}{a} + 5\left(\frac{d}{a}\right)^2 + \left(\frac{3a}{a+d}\right)^2$$

$$\left(\frac{3a}{a+d}\right)^2 + 5\left(\frac{d}{a}\right)^2 + 18\frac{d}{a} = 9$$

Но функция возрастает при увеличении  $d$

Но т.к.  ~~$d \in \mathbb{Z}$~~   $d \in \mathbb{Z}, d \geq 0$ , то решение при  $a \in \mathbb{N}$ , но

$a \in \mathbb{N} \Rightarrow d=0$  - ед. реш.

Ответ:  $(a; a; a), a \in \mathbb{N}$ .

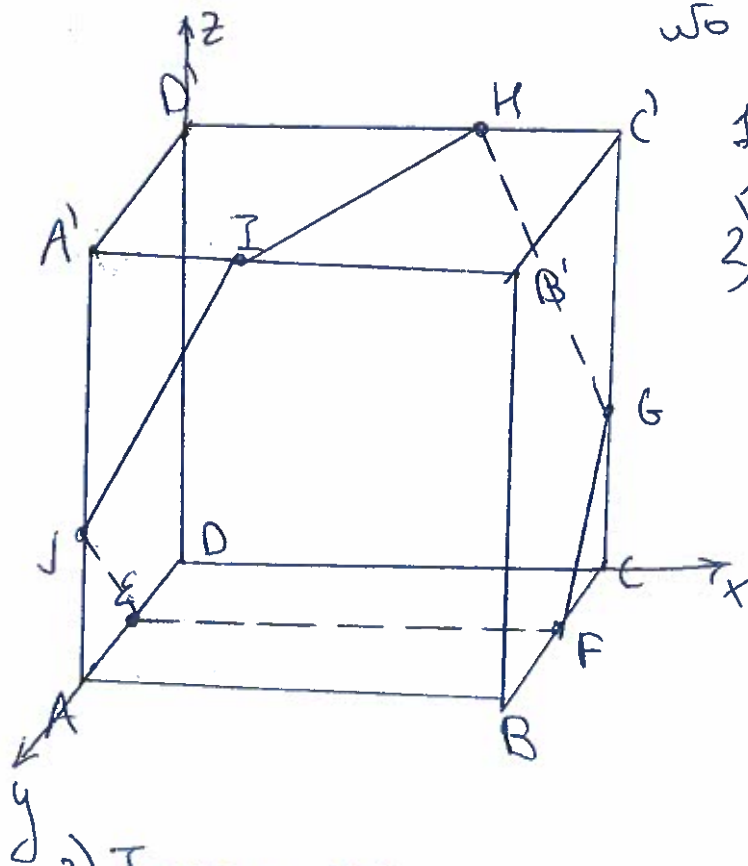
рассуждения  
имеют некоторую  
и недальнейшую проблему.

105



Вариант № 3

№ 5



1) Введем координаты

2)  $E(0; y_E; 0)$

$F(4; y_F; 0)$

$G(4; 0; z_G)$

$H(x_H; 0; 4)$

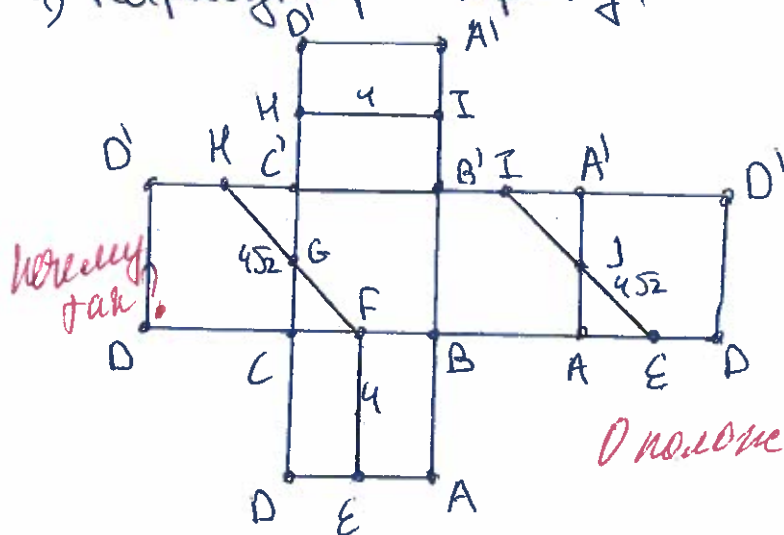
$I(x_I; 4; 4)$

$J(0; 4; z_J)$

3) Тогда расстояние:

$$\begin{aligned} \Gamma = & \sqrt{4^2 + (y_E - y_F)^2} + \sqrt{y_F^2 + z_G^2} + \sqrt{(4 - x_H)^2 + (4 - z_G)^2} + \\ & + \sqrt{(x_H - x_I)^2 + 4^2} + \sqrt{x_I^2 + (4 - z_J)^2} + \sqrt{(4 - y_E)^2 + z_J^2} \end{aligned}$$

4) Нарисуем развертку:



Значит наименьшее  $\Gamma$   
из развертки:

$\Gamma = 8 + 8\sqrt{2}$

Ответ:  $8 + 8\sqrt{2}$ .

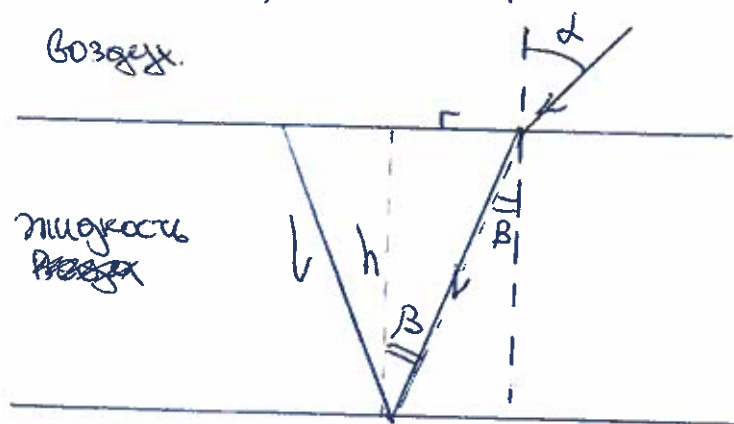
О положении точки в условии ничего не сказано.



Вариант № 3

Услов.

Дано:  $r = 0,12 \text{ м}$ ,  $h = 0,09 \text{ м}$ ,  $n = ?$



58

- 1) По з. преломления  $\sin \alpha = n \sin \beta$ .
- 2) Чтобы блок. пов. блока не выскочил, лучи падающие под углом  $\beta \geq \arctg \frac{r}{h}$  должны испытывать полное внутр. отражение  $\Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 1$ .
- 3) По т. Пифагора  $l^2 = r^2 + h^2$ ,  $l = 0,15 \text{ м} \Rightarrow \sin \beta = \frac{r}{l}$ .
- 4)  $n = \frac{1}{\sin \beta} = \frac{l}{r} = \frac{\sqrt{r^2 + h^2}}{r}$   
 $n = \frac{0,15 \text{ м}}{0,12 \text{ м}} = \frac{5}{4} = 1,25$ .

Ответ:  $n = \frac{5}{4}$ .



EH 17-11

Вариант № 3

507

Given:  $h = 35 \text{ cm}$ ,  $a = 7 \text{ cm}$ .



2)  $ABC$  - прав. треугольник  $\Rightarrow$

$\Rightarrow 0$ -центр. пересек. мед  $\Rightarrow$

пог.  $AO = \frac{2}{3} AK = \frac{7\sqrt{3}}{3}$

3) Пог. Ругаропа ASO

$$AS^2 = AO^2 + SO^2$$

$$AS = \sqrt{\frac{3724}{3}}$$

Есть идея решения,  
но полностью не раскрыта.

г) Помещу тарантула на  
стаканчик и нагну её  
наклонять. Угол наклона  
можно вычислить линейкой через  
мерение катета и гипотенузы.

Торж. по II 3. Невского

OX:  $mg \sin \alpha = F_{mp}$

$$\text{Oy: } m_2 \cos \alpha = N$$

$$mg \sin \theta = \mu mg \cos \theta$$

$\mu = \log 2$ . Мат. ожид.

5) Найду такое положение, когда пирамида кае-е не  
касается скалы, а по оси линейкой найду макс  
ума наклона. При этом нужно, ~~найдя~~ ~~центр~~  
~~насе пирамиды~~ ~~сложно~~ ~~арифметич~~ ~~набав~~ Страница 67 из 101

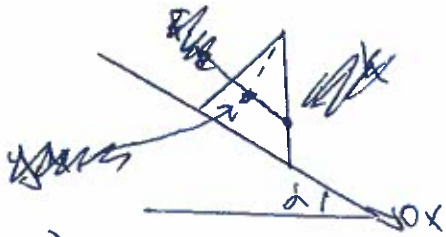


Вариант № 3

УБ7 (продолж.)

~~написать точку для строга подх. Пример:~~

6) При этом пирамиду нужно расположить ребром <sup>бис</sup> чтобы она не перевернулась.



7) Если она будет все равно первообразная, то  
геометрически посчитать расположение ц.м. и  
написать ~~написать~~ в направлении, противоположном ~~ах~~  
в точку



Вариант № 3

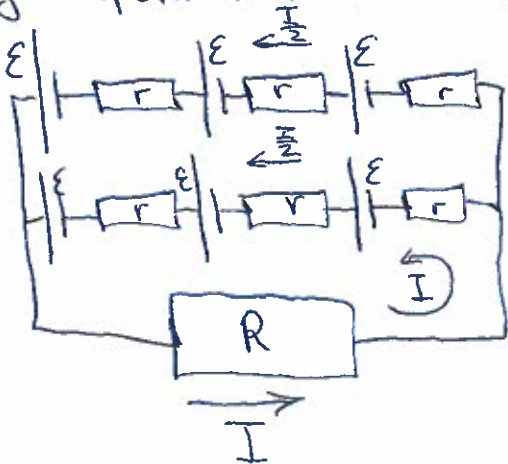
Уб8.

Дано:  $\mathcal{E} = 4\text{В}$ ,  $r = 20\text{Ом}$ ,  $R = 90\text{Ом}$ ,  $R_1 = ?$

100

~~Заменим идеальную источник на реальную~~

Включим сопротивление из источников в резисторы рядом.



1) По прав. Кирхгофа

$$I: 3\mathcal{E} = 3 \cdot \frac{I}{2} r + RI$$

(т.к. батареи одинаковы, то ток делится поровну)

$$I = \frac{3\mathcal{E}}{1,5r + R}; I = \frac{3 \cdot 4\text{В}}{1,5 \cdot 20\text{Ом} + 90\text{Ом}} = 1\text{А}$$

$$2) P = I^2 R = I_1^2 \cdot R_1 = \frac{9\mathcal{E}^2 R}{(1,5r + R)^2} = \text{const}$$

$$P = \frac{9 \cdot 4^2 \text{В}^2 \cdot 90\text{Ом}}{(1,5 \cdot 20\text{Ом} + 90\text{Ом})^2} = 9\text{Вт}$$

3) Но напряжение на батарее останется тем же  $\Rightarrow$

$$U = U_1 = 3\mathcal{E} - 3 \frac{I}{2} r; U = 3 \cdot 4\text{В} - 1,5 \cdot 1\text{А} \cdot 20\text{Ом} = 9\text{В}.$$

$$U_1^2 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R_1 = R = 90\text{Ом}$$

$$3) \frac{9\mathcal{E}^2 R}{(1,5r + R)^2} = P \Rightarrow 9\mathcal{E}^2 R = P \cdot 1,5^2 r^2 + 3Pr + R^2 P$$
$$R^2 P - (9\mathcal{E}^2 - 3Pr)R + P \cdot 1,5^2 r^2 = 0$$

Подставлю значения:

$$R^2 - 10R + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = 90\text{Ом} \\ R = 10\text{Ом} \end{cases}$$

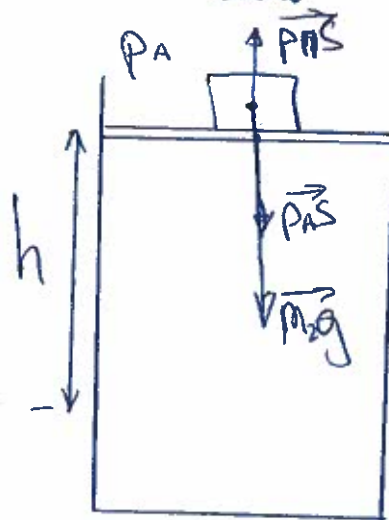
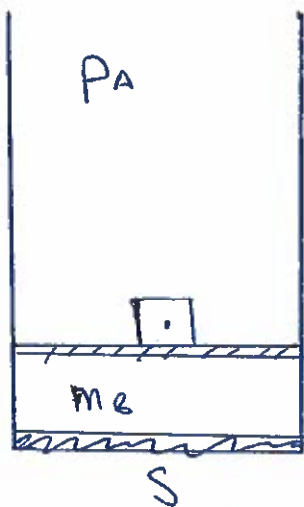
Ответ:  $10\text{Ом}$ .



Вариант № 3

50 g.

Дано:  $S = 50 \text{ см}^2$ ,  $m_b = 362$ ,  $T_1 = 0^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 180^\circ\text{C}$ ,  $m_2 = 50 \text{ кг}$ ,  
 $p = p_A = 10^5 \text{ Па}$ ,  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ ,  $M_b = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ ,  $h = ?$ ,  $p_k = 10^6 \text{ Па}$ .



58

Среднее правило  
по рисунку.  
Правильно  
записаны все  
формулы,  
необходимые  
для решения.

1) Объемом воды можно пренебречь.

2) Пусть вся вода испарится тогда

по 3. Менг-Клауи  $p_n S h = \frac{m_b}{M_b} R T_2$ ,  $p_n = \frac{m_b R T_2}{M_b S h}$ ,  $p_n = \frac{36 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 453 \text{ К}}{29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2}$

2) По II 3. Ньютона

$$p_n S = p_A S + m_2 g \Rightarrow p_n = p_A + \frac{m_2 g}{S}; p_n = 10^5 \text{ Па} + \frac{50 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$p_n < p_k \Rightarrow$  пар не насыщенный  $\Rightarrow$  вся вода испарилась.

3) По Менг.-Клауи.

$$p_n S h = \frac{m_b}{M_b} R T_2 \Rightarrow h = \frac{m_b R T_2}{M_b S p_n}, h = \frac{36 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 453 \text{ К}}{29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Па}} = 3 \text{ м}$$

$h = 46,7 \text{ м}$

должно быть  $M_{\text{форм}} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$

Страница 210 из 211

Это принципиальная ошибка, не  
которая свидетельствует о недостаточном понимании  
физики.



Вариант № 3

№10.

Дано:  $l = 95 \text{ м}$ ,  $v = 250 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{625}{9} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{5^4}{3^2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

1)  $P_{\text{корн}} = mg$ ,  $P_{\text{торн}} = \text{const} \Rightarrow$  ~~равноускоренное~~ <sup>равномерное</sup> движение   
  $a \neq \text{const}$  т.к.  $F_g = \text{const}$

2)  $P_{\text{торн}} = m a_{\text{паш}} = m \sqrt{a^2 + g^2}$ , т.к.  $a \perp g$

3)  ~~$l = \frac{at^2}{2} = \frac{vt}{2} \Rightarrow t = \frac{2l}{v}$~~ ;  $a = \frac{v}{t} = \frac{v^2}{2l}$

4)  $P_{\text{торн}} = m \sqrt{\frac{v^4}{4l^2} + g^2}$

5)  $n = \frac{P_{\text{торн}}}{P_{\text{корн}}} = \frac{\sqrt{\frac{v^4}{4l^2} + g^2}}{g} = \sqrt{\frac{v^4}{4l^2 g^2} + 1}$

$n = \sqrt{\frac{5^{16}}{4 \cdot 95^2 \cdot 10^2 \cdot 3^8} + 1}$

Решение задачи некорректное и не содержит идей, с помощью которых задача может быть верно решена

ОБ.