



Вариант № 2

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

№ задания		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл		5	6	1	1	0	53	0	2	7 12	20	39 30
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Лоссов			Подпись			Σ баллов прописью	13 (Тринадцать)			
	Фамилия И.О. проверяющего	Мамин			Подпись			Σ баллов прописью	26 (Двадцать шесть)			
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Ремесарова			Подпись			Σ баллов прописью	Тринадцать 5			
	Фамилия И.О. проверяющего	Горова			Подпись			Σ баллов прописью	Семнадцать			

Анелина Горди  Семнадцат
#11 Мехтаев ТМ Σ тридцать



Вариант № 2

Задача 1

Дано:

7, 4, 19, 2, 3, 6

Решение:

$$2022 = 2 \cdot 3 \cdot 337$$

$$337 = 343 - 6 = 7^3 - 6$$

$$7^{(4-1)} = 7^3$$

$$(9-2) : 3 = 6 \Rightarrow (7^{(4-1)} - (9-2) : 3) \cdot 6 = 2022$$

Ответ: $(7^{(4-1)} - (9-2) : 3) \cdot 6$

Задача 2

Дано: $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$
- арифметическая
прогрессия

$$a_1 = 2$$

$$a_{2022} = 337$$

Найти:

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_1 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}}$$

$$= \frac{3(a_1 + 2d)}{a_1(a_1 + 2d)(a_1 + 3d)}$$

замечать

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}} = \frac{3}{a_1 a_4} = \frac{3}{2 \cdot 337} = \frac{3}{674}$$

по аналогии:

$$\frac{2021}{a_1 a_{2022}} = \frac{2021}{2 \cdot 337} = \frac{2021}{674}$$

Ответ: $\frac{2021}{674}$

Задача 3

Дано:

фрагменты
бумаги одинаковой
формы и размера
 $P_1 = 37$ - фрагмент
 $P_2 = 20$ - фрагмент

Найти:

сколько было
фрагментов?

Решение:

Пусть
изначально было
пусть первая из
остаточных частей
второй из частей

$$P_1 = (c - n \cdot b_1) + b_2 + x$$

$$P_2 = c - n \cdot b_2 + b_1 + x$$

$$P_1 - P_2 = c - n \cdot b_1 + b_2 + x - c + n \cdot b_2 - b_1 - x$$

Бумага и фрагменты,
все было срезано
раздач по сумме
фрагментов, а

если они есть
фрагменты данные
другими кусками

уравнения
другие

необходимо
обосновать

В параллелограмме
ошибка



Вариант № 2

$\Phi_1 - \Phi_2 = 17$ - ~~простое~~ на ~~различающемся~~ ~~множестве~~ ~~арифметическом~~
17 мы можем разложить на ~~множестве~~ ~~арифметическом~~
+ величин способом $= 17 \cdot 1$

$$(\Phi_1 - \Phi_2) = (n+1)(b_2 - b_1) = 17 \cdot 1 \Rightarrow \begin{cases} n+1=17 \\ b_2-b_1=1 \\ n+1=1 \\ b_2-b_1=17 \end{cases}$$

n - количество $n \geq 2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (n+1) \geq 3 \Rightarrow (n+1) \neq 1 \Rightarrow (n+1) = 17 \Rightarrow n = 17-1 = 16$

Ответ: 16.

Задача 4

Дано: $x, y, z \in \mathbb{N}$

$$\left(\frac{x+3y}{z}\right)^2 + \left(\frac{y+3z}{x}\right)^2 + \left(\frac{z+3x}{y}\right)^2 = 48$$

Решение: $\left(\frac{x+3y}{z}\right) \in [0; 48]$ $\left(\frac{y+3z}{x}\right) \in [0; 48]$ $\left(\frac{z+3x}{y}\right) \in [0; 48]$

Итак: x, y, z .

$$48 \geq 16 + 16 + 16$$

$$\left(\frac{x+3y}{z}\right)^2 = 16$$

$$\left(\frac{y+3z}{x}\right)^2 = 16$$

$$\left(\frac{z+3x}{y}\right)^2 = 16$$

$$\frac{x+3y}{z} = 4$$

$$\frac{x+3y}{z} = -4 \text{ не подходит, т.к. } x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$\frac{y+3z}{x} = 4$$

$$\frac{y+3z}{x} = -4 \text{ не подходит, т.к. } x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$\frac{z+3x}{y} = 4$$

$$\frac{z+3x}{y} = -4 \text{ не подходит, т.к. } x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$z = \frac{x+3y}{4}$$

$$\frac{y+3z}{x} = 4$$

$$\frac{13y+3x}{4x} = 4$$

$$13y+3x = 16x$$

$$13y = 13x$$

$$y = x \Rightarrow z = \frac{4x}{4} = x$$

$$x = 1 \rightarrow y = 1 \rightarrow z = 1$$

Ответ: $x=1, y=1, z=1$

Задача 5

Дано: $ABCD A' B' C' D'$ - куб

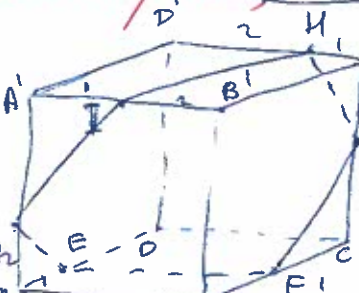
$E \in AD, F \in BC, G \in CC', H \in D', I \in A' B'$

$EF G H I J E$ - мин

Итак: $L = EF G H I J E$

$$EF G H I J E_{\min} = EF_{\min} + FG_{\min} + GH_{\min} + HI_{\min} + IJ_{\min} + JE_{\min}$$

$$= \sqrt{3^2 + (BF-AE)^2} + \sqrt{(3-BF)^2 + (3-CG)^2} + \sqrt{CG^2 + (HC')^2} + \sqrt{(3-IB')^2 + (3-JA')^2} + \sqrt{JA'^2 + AE^2}$$



Решение:

$$EF G H I J E = EF + FG + GH + HI + IJ + JE$$

$$EF = \sqrt{AB^2 + (BF-AE)^2}$$

$$FG = \sqrt{(3-BF)^2 + (3-CG)^2}$$

$$GH = \sqrt{CG^2 + (HC')^2}$$

$$HI = \sqrt{(B'I-HC')^2 + 3^2}$$

$$IJ = \sqrt{(3-IB')^2 + (3-JA')^2}$$

$$JE = \sqrt{JA'^2 + AE^2}$$

Страница 3 из 3

Арифм. прогрессия; обоснование, неверно



Вариант № 2

~~***~~ Как мы можем заметить стороны
BF, GC, DI и JA - включаются $\Rightarrow$ сделаем их боковыми
сторонами $\times$, $BF = GC = DI = JA = 2$

$$EF = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$FG = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$GH = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$HI = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$IJ = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$JE = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow EFGHIE = 2(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{10})$$

$$\text{Ответ: } 2(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{10})$$



Вариант № 2

Задача 6

Дано:
 $l = 240 \text{ мм}$
 $h = 90 \text{ мм}$

Найти:
 $n = ?$

Решение:

Т.к. конус находится

в жидкости ~~и наблюдатель~~

~~наблюдатель~~ а про

в которой находится наблюдатель

и скажем $\Rightarrow$ наблюдатель находится

всего в вакууме или в воздухе, где

и обычно меньше n жидкости.

По закону Снеллиуса

$n \sin \alpha = \sin \beta$

где n - показатель преломления

жидкости, $\sin \alpha$ - синус угла

к поверхности под которым

наблюдатель находится, $\sin \beta$ - синус

угла, который наблюдатель

наблюдает к перпендикуляру

максимальный, который наблюдатель

наблюдает, $n \sin \alpha = 1$ при этом

необходимо, чтобы боковую

поверхность конуса

касались боковой поверхностью конуса.

Обозначим высоту конуса AB , A - вершина, точка

сторона AC - сторона, вдоль которой

наблюдатель находится, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} =$

$= \sqrt{(9 \cdot 10)^2 + (12 \cdot 10)^2} = 10 \sqrt{81 + 144} = 10 \sqrt{225} = 10 \cdot 15 = 150 \text{ мм}$

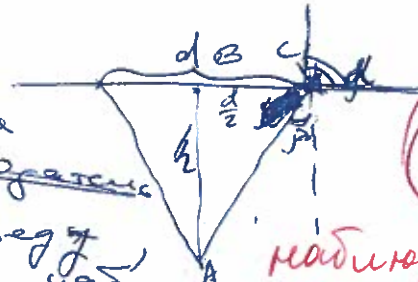
$\sin \beta = \frac{BC}{AC} = \frac{120}{150} = \frac{4}{5}$

показатель преломления $n \sin \alpha = \sin \beta$

$1 \leq \frac{4}{5} \cdot n$

$\frac{5}{4} \leq n$

Ответ: $n \in [1,25; +\infty)$



35

наблюдатель находится внутри среды

+

Задача 8

Дано:
 $\mathcal{E} = 4 \text{ В}$, $R = 1,5 \text{ Ом}$
 $r = 3 \text{ Ом}$

Найти I ?

1) Посчитаем сопротивление

между точками A и B :

$\frac{1}{r+r} + \frac{1}{r+r} + \frac{1}{r+r} = \frac{1}{r} = \frac{3}{r}$

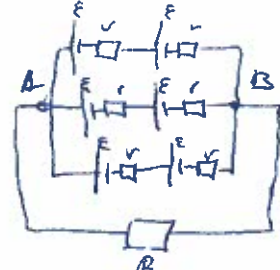
$r_{AB} = \frac{2}{3}r = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1 \text{ Ом}$

2) По 2 прав-му циркулю:

$\mathcal{E} - I r - \mathcal{E} - I r - I R = 0$

$2\mathcal{E} = I(r+r+R) \Rightarrow I = \frac{2\mathcal{E}}{2r+R}$

$N_A = I r \cdot R = (3 \text{ А})^2 \cdot R = \frac{36 \mathcal{E}^2}{(2r+R)^2} \cdot R = \frac{36 \cdot 4^2}{(3+1,5)^2} \cdot 1,5 = \frac{576}{20,25} \cdot 1,5 = 33,6 \text{ Вт}$



25



Вариант № 2

т.к. внешнее сопротивление только одно $\Rightarrow$ искомое нам сопротивление находится на одной из ветвей. $\Rightarrow$ рассмотрим случаи:

1) на одной ветви: $\Rightarrow I_1 = I = \frac{2\varepsilon}{2r+R} \Rightarrow I^2 = \frac{4\varepsilon^2}{(2r+R)^2} \Rightarrow$

$$\frac{4\varepsilon^2}{(2r+R)^2} \cdot r g = \frac{36\varepsilon^2}{(2r+R)^2} \cdot R$$

$r g = 9R$; но сопротивление одной ветви $= r+r=2r$ - не подходит.

2) на двух ветвях: $\Rightarrow I_1 = 2I = \frac{4\varepsilon}{2r+R} \Rightarrow I_1^2 = \frac{16\varepsilon^2}{(2r+R)^2}$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r+r} + \frac{1}{r+r} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{2r} = \frac{2}{2r} = \frac{1}{r} \Rightarrow r_2 = r.$$

$$I_1^2 \cdot r g = \frac{16\varepsilon^2}{(2r+R)^2} \cdot r g = \frac{36\varepsilon^2}{(2r+R)^2} \cdot R$$

$$4 r g = 9R \quad r g = \frac{9}{4} R = \frac{9 \cdot 3}{4} = \frac{27}{4} \neq 1.5 - \text{не подходит.}$$

3) на трех ветвях: $I_1 = 3I = \frac{6\varepsilon}{2r+R} \Rightarrow I_1^2 = \frac{36\varepsilon^2}{(2r+R)^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_1^2 \cdot r g = \frac{36\varepsilon^2}{(2r+R)^2} \cdot r g = \frac{36\varepsilon^2}{(2r+R)^2} \cdot R \Rightarrow r g = R, \text{ но } r g \neq R \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ такою сопротивлением нет.

Ответ: Такого сопротивления нет.

Задача 10.

Дано: $v = 220 \text{ км/ч}$

$h = 10.12 \text{ м}$

$d = 90 \text{ см}$

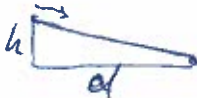
$h = \frac{p_z}{p_0} - ?$

$a \neq \cos \alpha$ т.д.!

$F_y = m a$

Решение:

$$v = 220 \cdot \frac{1000 \text{ м/с}}{3600} = \frac{220 \cdot 5}{18} = \frac{110 \cdot 5}{9} \text{ м/с.}$$



Найдём S , которое проходит самолёт после зацепления за крюк и до отцепки по т. Пифагора: $S = \sqrt{h^2 + d^2} = \sqrt{10^2 + 9^2} = 10\sqrt{82} \text{ м} = \frac{\sqrt{82}}{10} \text{ м}$

$$S = v t - \frac{a t^2}{2} \Rightarrow S = \frac{a t^2}{2} - \frac{a t^2}{2} = \frac{a t^2}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \frac{S \cdot 2}{v} \Rightarrow a = \frac{v}{t} = \frac{v \cdot 2}{S \cdot 2}$$

$$\begin{cases} S = v t - \frac{a t^2}{2} \\ v = a t = 110.5 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{v^2}{a} - \frac{a t^2}{2} = \frac{v^2}{a} - \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2S} = \frac{110.5^2 \cdot 2}{\sqrt{82}} \Rightarrow \text{на высоте}$$

$a = \frac{v^2}{2S} = \frac{110.5^2 \cdot 2}{\sqrt{82}} \Rightarrow \text{на высоте}$

в этот момент действует a и g :
по оси y : $a \sin \alpha - g = a_y$
по оси x : $-a \cos \alpha$
 $\sin \alpha = \frac{h}{S}$; $\cos \alpha = \frac{d}{S}$





Вариант № 2

Вес сетки $= a_n \cdot m_n$, где a_n — удельный вес сетки, m_n — масса сетки.

$$h = \frac{a_n \cdot m_n}{\rho \cdot S} = \frac{\sqrt{(a_n \sin \alpha - g)^2 + (a_n \cos \alpha)^2}}{\rho \cdot S} = \frac{\sqrt{a_n^2 \frac{h^2}{h^2 + d^2} + g^2 - \frac{2 a_n g h}{\sqrt{h^2 + d^2}} + a_n^2 \frac{d^2}{h^2 + d^2}}{\rho \cdot S}$$

$$= \frac{\sqrt{a_n^2 \frac{(h^2 + d^2)}{h^2 + d^2} + g^2 - \frac{2 a_n g h}{\sqrt{h^2 + d^2}}}}{\rho \cdot S} = \frac{\sqrt{a_n^2 + g^2 - \frac{2 a_n g h}{\sqrt{h^2 + d^2}}}}{\rho \cdot S}$$

подставим $a = \frac{v^2}{rS} = \frac{v^2}{2\sqrt{h^2 + d^2}}$

$$\frac{v^4}{4(h^2 + d^2)} + g^2 - \frac{v^2 g h}{\sqrt{h^2 + d^2} \cdot \sqrt{h^2 + d^2}} = \frac{v^4}{4(h^2 + d^2)} + g^2 - \frac{v^2 g h}{(h^2 + d^2)} =$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{v^2(v^2 - 4gh)}{4(h^2 + d^2)} + g^2}}{\rho \cdot S} = \frac{\frac{110^2 \cdot 5^2}{9^2} \left(\frac{110^2 \cdot 5^2}{9^2} - \frac{4 \cdot 10 \cdot 0,1 \cdot 9^2}{9^2} \right)}{4(0,01 + 0,81)} + 100$$

$$= \frac{\frac{110^2 \cdot 5^2}{9^2} \left(\frac{110^2 \cdot 5^2}{9^2} - 2 \cdot 9^2 \right)}{4 \cdot 0,82} + 100$$

Ответ: $\frac{\frac{110^2 \cdot 5^2}{9^2} \left(\frac{110^2 \cdot 5^2}{9^2} - 2 \cdot 9^2 \right)}{4 \cdot 0,82} + 100$

Решение задачи некорректно,
и не содержит обоснования
идет, с помощью которых
задача может
быть решена

Задача 9

Дано:

$S = 110 \text{ см}^2$
 $t_1 = 0^\circ \text{C}, t_2 = 140^\circ \text{C}$
 $m_1 = 92, m_2 = 110 \text{ кг}$
 $p = 10^5 \text{ Па}, \mu = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
 $M_1 = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$
 $p_0 = 360 \cdot 1000 \text{ Па}$
 $h = ?$

Решение:
Объем газа V равен $V = \frac{m}{\rho}$, где ρ — плотность газа.

$h = \frac{V}{S}$

По уравнению Менделеева-Клапейрона:

$p_0 V = \nu R T \Rightarrow p_0 = \frac{\nu R T}{V}$

$p_0 = p + p_2 = p + \frac{m_2 g}{S}$, $\rho = \frac{m_2}{V} = \frac{92}{182} = 0,5 \text{ г/см}^3$

$\frac{p_0 R T}{\Delta V} = p + p_2 \Rightarrow \frac{p_0 R T}{\Delta V} = p + \frac{m_2 g}{S}$

$\frac{p_0 R T}{p + m_2 g} = \Delta V$, т.е. $(p + m_2 g) \leq 20000 < 360000 \Rightarrow$ все верно

$\Rightarrow h = \frac{p_0 R T}{p + m_2 g} = \frac{p_0 R T}{p_0 + m_2 g} = \frac{360 \cdot 8,31 \cdot 140}{360 + 110 \cdot 9,8} = \frac{412080}{1018} = 40,5 \text{ м}$



Вариант № 2

0 лет: $\boxed{\begin{array}{r} 7.8,31 \\ \hline 220 \end{array}} \text{ м}$