



Вариант № 3

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

№ задания		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл		—	6	—	12 ¹⁰	13	1	0	0	0	0	30
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Почков Р.А. Далева А.В.			Подпись	Далева А.В.			Σ баллов прописью	двадцать девять		
	Фамилия И.О. проверяющего	Егорова А.Ю. Пичак В.В.			Подпись	Пичак В.В.			Σ баллов прописью	один		
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Егорова А.Ю. Далева А.В.			Подпись	Далева А.В.			Σ баллов прописью	один		
	Фамилия И.О. проверяющего	Васильева А.В.			Подпись	Васильева А.В.			Σ баллов прописью	двадцать девять		



Вариант № 3

№ 2

~~Пусть a_n — арифметическая~~

Пусть $a_n = a_1 + d(n-1)$ — формула ~~данной~~
арифметической прогрессии

$$a_1 = 337$$

$$a_{2022} = ?$$

$$~~a_{2022} = ?~~$$

$$3 = 337 + d \cdot 2021$$

$$-334 = 2021d$$

$$d = -\frac{334}{2021}$$

Рассмотрим два последовательных
члена прогрессии a_k и a_{k+1} .

Заметим, что $a_k \cdot \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{1}{a_{k+1}}$

$$\Leftrightarrow \frac{a_{k+1} - a_k}{a_{k+1} a_k} = \frac{(a_k + d) - a_k}{a_{k+1} a_k} = \frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_{k+1}}$$

$$d \cdot \left(\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}} \right) = \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{2022}} \right)$$

обозначим за x



Вариант № 3

$$x = \frac{1}{\frac{1}{2022} - \frac{1}{\frac{1}{d}}}$$

$$x = \frac{1}{\frac{1}{337} - \frac{1}{1}}$$

$$x = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{337}}{\frac{334}{2021}} = -\frac{\frac{334}{2021}}{\frac{334}{2021}} = -1$$

337 · 3 = 1011
1011 = 1011
то же самое или
ариф. ошибка

Ответ: $-1 \frac{1010}{1011}$

NY

$$(*) : \left(\frac{x+2y}{z} \right)^2 + \left(\frac{y+2z}{x} \right)^2 + \left(\frac{z+2x}{y} \right)^2 = 27 \quad x, y, z \in \mathbb{N}$$

Если $(x_0; y_0; z_0)$ — решение, то $(y_0; z_0; x_0)$ — решение и $(z_0; x_0; y_0)$ — тоже решение.

Если $x < y < z$, то решений нет $\Rightarrow$ есть равные.

почему?

Пусть $x = y = m$, $z = n$, $m, n \in \mathbb{N}$

Уравнение (*) переписывается в виде

$$\left(\frac{3m}{n} \right)^2 + \left(1 + 2 \frac{n}{m} \right)^2 + \left(2 + \frac{n}{m} \right)^2 = 27$$



Вариант № 3

$$\frac{9m^2}{n^2} + 14\frac{n}{m} + 4\frac{n^2}{m^2} + 4t + \frac{n^2}{m^2} + 4\frac{n}{m} = 27$$

~~Решение~~

$$9\left(\frac{n}{n}\right)^2 + 8\frac{n}{m} + 5\frac{n^2}{m^2} = 22$$

Заметим: $t = \frac{n}{m} > 0, t \in \mathbb{Q}$

$$\frac{9}{t^2} + 8t + 5t^2 = 22 \quad | \cdot t^2 > 0$$

$$5t^4 + 8t^3 - 22t^2 + 9 = 0$$

Заметим, что $t=1$ — корень

$$\begin{array}{r} 5t^4 + 8t^3 - 22t^2 + 9 \quad | t-1 \\ \underline{5t^4 - 5t^3} \\ 13t^3 - 22t^2 + 9 \\ \underline{-13t^3 + 13t^2} \\ -9t^2 + 9t + 9 \\ \underline{-9t^2 + 9t} \\ -9t + 9 \\ \underline{-9t + 9} \\ 0 \end{array}$$



Вариант № 3

$5t^3 + 13t^2 - 9t - 9 = 0$ не имеет рациональных корней $\Rightarrow t=1$ — единственный

корень $\Rightarrow n=m \Rightarrow$ подходят только тройки вида $(k; k; k)$, $k \in \mathbb{N}$.

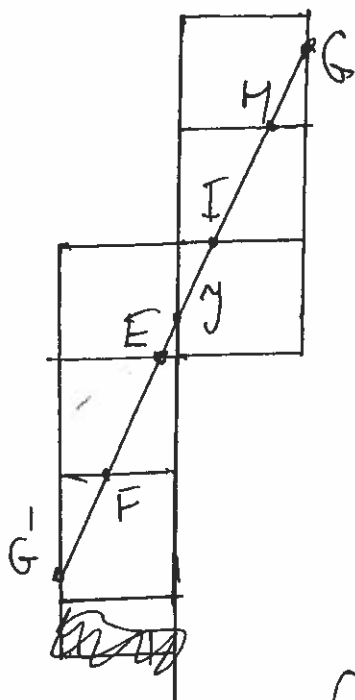
Ответ: $(k; k; k)$, $k \in \mathbb{N}$

10

125

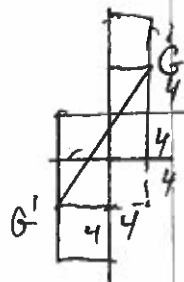
145

Рассмотрим следующую развёртку куба $A \dots D'$:



(в кубе $G \equiv G'$)

т.е. GG' в следующем случае.



В этом случае потеряны некоторые точки симметрии

По т. Пифагора

$$GG' = \sqrt{(4 \cdot 3)^2 + (4 \cdot 2)^2} = 4\sqrt{3^2 + 2^2} = 4\sqrt{13}$$

Ответ: $4\sqrt{13}$

Ответ неверный



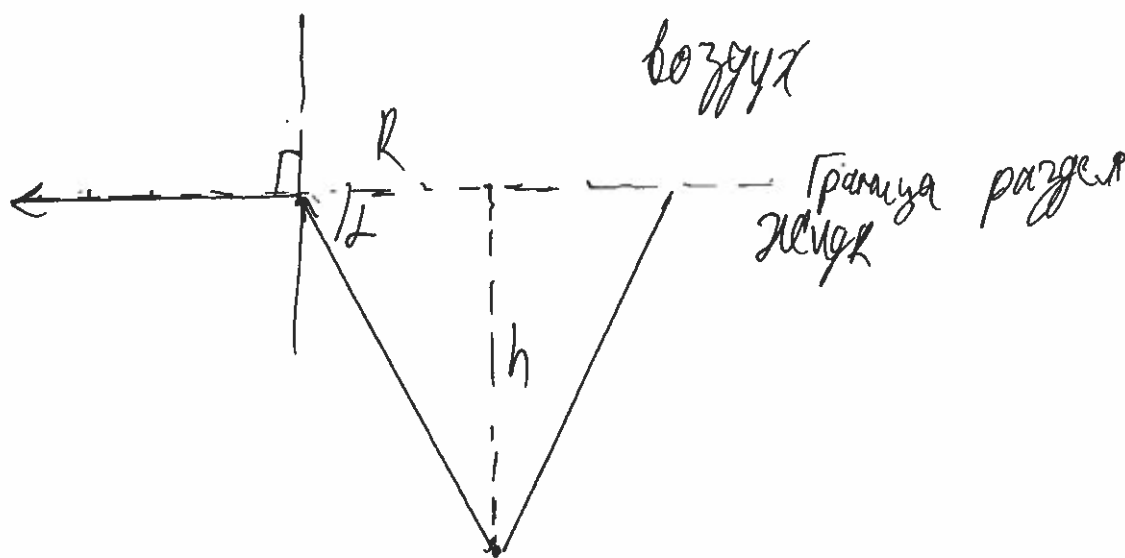
Вариант № 3

~~Рассмотрим~~

16

Рассмотрим сечение конуса

18



Поскольку по условию сказано, что при любой позиции экспериментатора он не сможет увидеть боковую поверхность (включая вершину конуса), то это означает, что при преломлении луча, идущего от вершины конуса вдоль боковой поверхности он ~~даже~~ дальше пойдёт по границе раздела



Вариант № 3

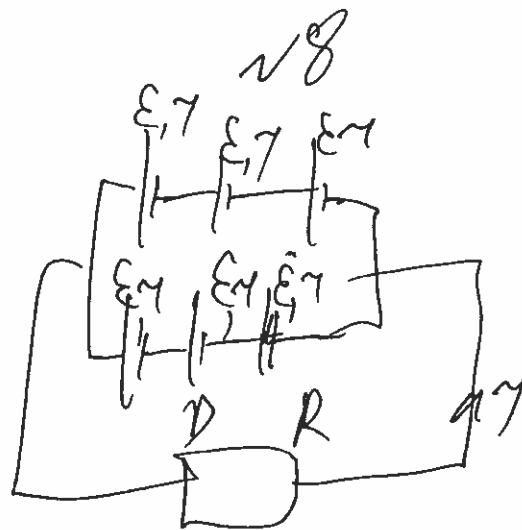
жидкости и воздуха

⇒ по опр.г. Коэфф. преломления

$$n = \frac{\sin 90^\circ}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{0,09} = \frac{1}{\sqrt{(0,09)^2 + (0,12)^2}} = \frac{1}{0,15} = \frac{5}{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{L}!$$

Ответ: $\frac{5}{3}$ неверно



из правил Кирхгофа и закона Ома для полной и внешней цепей следует, что

$$I = \frac{3\varepsilon}{\frac{3}{2}r + R} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 9} = 1 \text{ (A)}$$

$$P = I^2 R = 9 \text{ (Вт)}$$

Ответ: $R = \frac{U^2}{P}$, U — напряжение на сопротивлении



Вариант № 3

реш.

05

Будем считать, что в момент посадки самолёт уже летит по прямой.

$$250 \text{ км/ч} = \frac{625}{9} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

По ф-ле пути через начальн. и конечн. скорости.

$$g_5 = \left(\frac{625}{9} \right)^2 \frac{1}{2a}$$

$$a_y = \frac{625^3}{2 \cdot 9^2 \cdot g_5}$$

$$P_{\text{тяги}} = m a$$

$$P_{\text{тяги}} = m g$$

$$a = \sqrt{g^2 + a_y^2}$$

Ответ: $n = \frac{a}{g} =$

$$\frac{\sqrt{g^2 + a_y^2}}{g} = \frac{\sqrt{200 + \left(\frac{625^2}{2 \cdot 9^2 \cdot g_5} \right)^2}}{20}$$