



Вариант № 4

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

№ задания		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл		—	8	10	12	0	—	—	—	—	0	30
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего	И.О. Прохоров			Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	малень			
	Фамилия И.О. проверяющего	Полков Р.А.			Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	тридцать			
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Сорокин А.Ю.			Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	малень			
	Фамилия И.О. проверяющего	Полков Р.А.			Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	тридцать 5.			



Вариант № 4

№2

$$a_{2022} = a_1 + 2021 \cdot d \Rightarrow 2021 \cdot d = 2 - 334 \Rightarrow d = -\frac{335}{2021}; \text{Заметим, что}$$

$$a_i \cdot a_{i+1} = a_i(a_i + d); \text{ Тогда } \frac{1}{a_i} - \frac{1}{a_{i+1}} = \frac{d}{a_i(a_i + d)} = \frac{d}{a_i a_{i+1}}; \text{] } S - \text{искомая сумма,}$$

$$\text{Тогда } S_d = \frac{d}{a_1 a_2} + \frac{d}{a_2 a_3} + \dots + \frac{d}{a_{2021} a_{2022}} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} - \frac{1}{a_{2022}} =$$

$$= \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{2022}} \Rightarrow S = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{2022}} \right) = -\frac{2021}{335} \left(\frac{1}{334} - \frac{1}{2} \right) = \frac{2021}{2 \cdot 334} = \frac{2673}{674}$$

№3

Заметим, что разность фишек двух людей в любой момент времени кратна кол-ву участников игры. Докажем это методом мат. индукции: БАЗА: Первый момент времени любое разность 0;] в какой-то момент времени утверждение верно, докажем что в след. момент тоже верно;] у нас n участников и в текущий момент времени у них $k_1, k_2, \dots, k_n$ фишек] Первый человек раздает всем L фишек, тогда на след. момент времени: $k_1 - (n-1)L; k_2 + L; k_3 + L; \dots; k_n + L$. Если рассматривать разности $(k_i + L) - (k_1 - (n-1)L) = k_i - k_1 + (n-1)L$ или $k_1 - (n-1)L - k_i - L = k_1 - k_i - nL$ (по предположению индукции) $\Rightarrow$ Разность тоже кратна $n \Rightarrow$ Утверждение верно; а значит если у нас есть люди с 29 и 10 фишками то 19; $n \Rightarrow n = 19$

Пример: у всех 19 людей по 28 фишек; дай себе один из них отдает каждому по фишке у него остаётся 10 фишек, а у остальных 29.

Ответ: 19



Вариант № 4

т.к. $x, y, z \in \mathbb{N} \Rightarrow x + y + y + y \geq 4\sqrt[4]{y^3 x}$ (11-во коши) Применим это неравенство к 3-м скобкам:

$$\left(\frac{\sqrt{xy}}{z^2} + \left(\frac{x+3y}{2z} \right)^2 + \left(\frac{y+3z}{2x} \right)^2 + \left(\frac{z+3x}{2y} \right)^2 \right) \geq 4 \left(\frac{\sqrt{xy}}{z^2} + \frac{z\sqrt{yz}}{x^2} + \frac{x\sqrt{xz}}{y^2} \right) // \text{Оценим выражение}$$

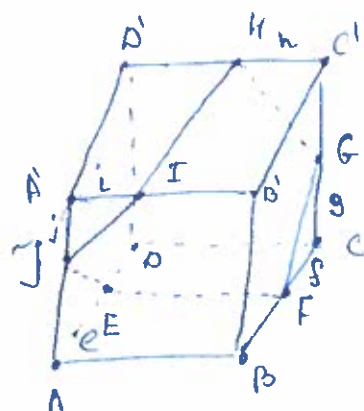
3 скобках по и-ву коши: $\frac{\sqrt{xy}}{z^2} + \frac{z\sqrt{yz}}{x^2} + \frac{x\sqrt{xz}}{y^2} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2 y^2 z^2}{x^2 y^2 z^2}} = 3 \Rightarrow \left(\frac{x+3y}{2z} \right)^2 + \left(\frac{y+3z}{2x} \right)^2 + \left(\frac{z+3x}{2y} \right)^2 \geq 12$

При том равенство достигается только: $\begin{cases} x=y \\ y=z \\ z=x \end{cases} \Rightarrow \frac{\sqrt{xy}}{z^2} = \frac{z\sqrt{yz}}{x^2} = \frac{x\sqrt{xz}}{y^2} \Leftrightarrow x=y=z$. Значит решения

$(k; k; k), k \in \mathbb{N}$

Ответ: $(n; n; n), n \in \mathbb{N}$

12



VS
Введём новые обозначения (см. рис.):

$$FG = \sqrt{f^2 + g^2}; GH = \sqrt{h^2 + 2 - g^2}; HI = \sqrt{(h-i)^2 + 2^2}; AJ = \sqrt{i^2 + j^2}$$

$JE = \sqrt{(e-i)^2 + e^2}; EF = \sqrt{(e-f)^2 + 2^2}$; Оценим каждую сторону по и-ву между ср. квадр. и ср. арифм.

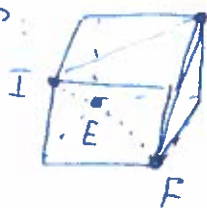
Тогда искомая сумма S
(Пример: $\sqrt{\frac{f^2 + g^2}{2}} \geq \frac{f+g}{2} \Rightarrow \sqrt{f^2 + g^2} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}(f+g)$)

$$S \geq \frac{\sqrt{2}}{2} (f+g + h+2-g + 2-h-i + 2 + i+j + 2-i + 2-e-f + 2) \Rightarrow$$

$$S \geq \frac{\sqrt{2}}{2} (f+g + h+2-g + 2-h-i + 2 + i+j + 2-i + 2-e-f + 2) \Rightarrow S \geq 8\sqrt{2}$$

т.к. $(e-f)^2 + 2^2 + (h-i)^2 + 2^2 \Rightarrow S \geq (8+8) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$

Пример:



Ответ: $8\sqrt{2}$

ответ неверен 0



Вариант № 4

Преобладающим ^{мгновенным} ускорением светлика по вертикали т.к. она намного меньше ускорения по горизонтали; т.к. $\vec{v}_1 \approx \vec{v}_x$; Тогда вес при торможении: $m(a_x + g)$; Вес в начале mg .

$$Q_x = \frac{mv_x^2}{2S} \Rightarrow h = \frac{\frac{v_x^2}{2S} + g}{g}; \quad h = \frac{\left(\frac{220 \cdot 10^3}{3600}\right)^2 \cdot \frac{1}{90} + 10}{10} \approx \frac{51}{10} = 5,1.$$

Ответ: 5,1.

~~Согласно 3. с 9. $\Delta W_p = Q$~~

~~$Q = m_b c (\Delta T) + m_n \cdot 2$~~

~~$\Delta W_p = mgh \Rightarrow h = \frac{m_b c \Delta T + m_n \cdot 2}{m_2 g}$~~