



Вариант № 2

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	5	8	2	12	15	—	—	—	—	2	44
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего: Домашкина В.С.			Подпись	Σ баллов прописью: два						
	Фамилия И.О. проверяющего: Булдакова Е.Г.			Подпись	Σ баллов прописью: сорок два балла						
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего: Горюха А.Ю.			Подпись	Σ баллов прописью: два						
	Фамилия И.О. проверяющего: Давыдов А.С.			Подпись	Σ баллов прописью: сорок два						

4. $\left(\frac{x+3y}{z}\right)^2 + \left(\frac{y+3z}{x}\right)^2 + \left(\frac{z+3x}{y}\right)^2 = 48 \quad x, y, z \in \mathbb{N}$

$$\frac{x^2 + 6yx + 9y^2}{z^2} + \frac{y^2 + 6zy + 9z^2}{x^2} + \frac{z^2 + 6xz + 9x^2}{y^2} = 48$$

$$\frac{x^2}{z^2} + \frac{6yx}{z^2} + \frac{9y^2}{z^2} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{6zy}{x^2} + \frac{9z^2}{x^2} + \frac{z^2}{y^2} + \frac{6xz}{y^2} + \frac{9x^2}{y^2} = 48$$

$$\left(\frac{x^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2}\right) + \left(\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2}\right) + \left(\frac{z^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2}\right) + \left(\frac{8y^2}{z^2} + \frac{8z^2}{x^2} + \frac{8x^2}{y^2}\right) +$$

$$+ \left(\frac{6yx}{z^2} + \frac{6zy}{x^2} + \frac{6xz}{y^2}\right) = 48$$

$$\frac{x^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2} \geq 2\sqrt{1}$$

$$\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} \geq 2$$

$$\frac{z^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} \geq 2$$

$$\frac{8y^2}{z^2} + \frac{8z^2}{x^2} + \frac{8x^2}{y^2} \geq 8 \cdot 3 = 3\sqrt[3]{8^3} = 24$$

$$\frac{6yx}{z^2} + \frac{6zy}{x^2} + \frac{6xz}{y^2} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{6^3} = 3 \cdot 6 = 18$$

Следовательно $2+2+2+24+18=48$

По теореме Коши равенство достигается

Страница 1 из 4

только при равенстве $x=y=z$

Ответ: $x=y=z$.

+12

Вариант № 2

2. $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}} = ?$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021} a_{2022}} &= \frac{1}{d} \left(\frac{d}{a_1 a_2} + \frac{d}{a_2 a_3} + \dots + \frac{d}{a_{2021} a_{2022}} \right) \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} + \frac{a_3 - a_2}{a_2 a_3} + \dots + \frac{a_{2022} - a_{2021}}{a_{2021} a_{2022}} \right) \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} - \frac{1}{a_{2022}} \right) \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{2022}} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{a_{2022} - a_1}{a_{2022} a_1} \right) = \frac{a_{2022} - a_1}{a_{2022} a_1 d} \end{aligned}$$

$a_1 = 2$

$a_{2022} = 334$

$a_{2022} = a_1 + 2021 \cdot d$

$334 = 2 + 2021 \cdot d$

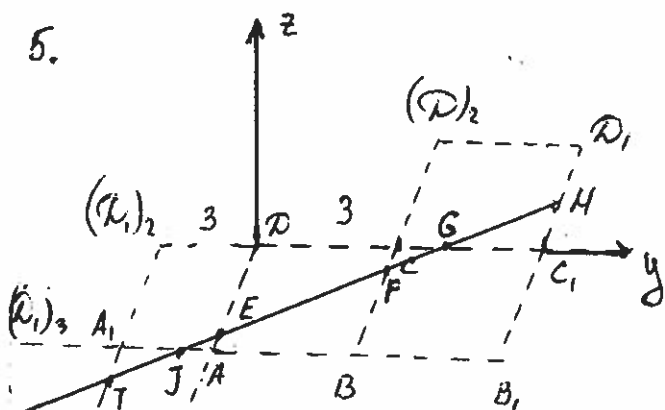
$d = \frac{335}{2021}$

$\frac{334 - 2}{334 \cdot 2 \cdot \frac{335}{2021}} = \frac{335 \cdot 2021}{334 \cdot 335 \cdot 2} = \frac{2021}{334 \cdot 2} = \frac{2021}{668} = 2 \frac{673}{668}$

Ответ: $2 \frac{673}{668}$

+85

5.



П.к. это развёртка куба, некоторые точки повторяются (их я обозначил $(\cdot)_n$). Длина стороны куба 3.

$A(3;0;0) \quad (B_1)_2(6;-3;0)$

$B(3;3;0) \quad (C_1)_2(6;-6;0) \quad E(e;0;0)$

$C(0;3;0) \quad (D)_2(-3;3;0) \quad J(3;J;0)$

$D(0;0;0) \quad (A_1)_2(0;-3;0) \quad I(i;-3;0)$

$A_1(3;-3;0) \quad (A_1)_3(3;-6;0) \quad (H)_2(h;-6;0)$

$B_1(3;6;0) \quad H(h;6;0) \quad (H)_2(6+h;-6;0)$

$C_1(0;6;0) \quad G(0;g;0)$

$D_1(-3;6;0) \quad F(f;3;0)$

$(B)_2(6;0;0)$

Страница 2 из 4

+15

Вариант № 2

1. $4; 4; 1; 9; 2; 3; 6$ $2022 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 337 = 6 \cdot 337$

$(4^4(4-1) - (9 \cdot 2/3)) \cdot 6 = (4^3 - \frac{18}{3}) \cdot 6 = (343 - 6) \cdot 6 = 337 \cdot 6 = 2022$

+5

$4 \cdot 4 = 49$

$49 \cdot 4 = 343$

337 - простое число

$4^3 = 343$ - это очень близко к 337, для получения 337 нужно вычесть 6.

$\frac{18}{3} = 6$

3. x - кол-во фишек у каждого участника.
 y - кол-во полученных фишек
 z - кол-во сданных фишек. Или участником
 d - кол-во сданных фишек Π -ым участником.

$\begin{cases} x + y - z = 37 \\ x + y - d = 20 \end{cases} \quad (-) \Rightarrow d - z = 17$

Соотношение
составления
верно

П.к. каждый участник получил одинаковое количество фишек, то и кол-во сданных фишек должно быть кратным кол-ву полученных.

$d : (n-1)$ и $z : (n-1)$ n - кол-во участников (больше един, потому что участник не может дать сам себе)
 $d : (n-1) = r \quad z : (n-1) = e$
 $(n-1) \cdot r - (n-1) \cdot e = d - z = 17$

+25

$(n-1)(r-e) = 17$ 17 - число простое, поэтому $n-1 = 17$; $r-e = 1$
 $n-1 = 17$

$n = 18$ Ответ: 18 участников.

Вариант № 2

10. $v = 220 \text{ км/ч}$
 $L = 90 \text{ м}$
 $n = ?$

Решение:

$$v = 220 \text{ км/ч} = \frac{220 \cdot 1000}{3600} = \frac{2200}{36} \approx 61,1 \text{ м/с}$$

$$T = ma = \frac{mk}{\mu} x \quad x = L$$

$$T_{\max} = \frac{mk}{\mu} L$$

$$A = \frac{1}{2} k L^2 = \frac{k L^2}{2}$$

$$\frac{k L^2}{2} = \frac{\mu v^2}{2} \Rightarrow k = \frac{\mu v^2}{L^2}$$

$$T_{\max} = \frac{\mu v^2}{L} = \frac{\mu g v^2}{L g} \quad P = mg$$

$$P_{n.m} = T_{\max} + mg$$

$$n = \frac{P_{n.m}}{P}$$

$$n = \frac{\frac{\mu g v^2}{L g} + mg}{mg} = \frac{v^2}{L g} + 1 = \frac{61,1^2}{9000} + 1 \approx \underline{\underline{1,415}}$$

М и т - ?

2