



Вариант № 8

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

№ задания		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл		5	8	10	12	—	53	7	10	1	—	56
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего				Подпись			Σ баллов прописью				
	Фамилия И.О. проверяющего				Подпись			Σ баллов прописью				
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Иванов И.И.			Подпись	ИИ-		Σ баллов прописью	тридцать пять			
	Фамилия И.О. проверяющего	Сидорова Н.Ю. Григорьев А.С.			Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	ста двадцать один			



Вариант № 8

N1

$$\frac{\frac{x}{2} + 88}{7} = p, \text{ где } x - \text{задуманное число}$$

p - полученное в процессе простое число

$$195 : 13$$

$$13 \cdot 15 = 195$$

$$13 \cdot 14 = 182$$

$$13 \cdot 16 = 208$$

$\Rightarrow$ t однозначно равно 5

~~И~~ Идём с конца

$195 : 13 = 15$ - число, которое получилось при зачеркивании последней цифры p , t -

$$[p : 10] = 15$$

~~150~~

~~151~~

~~152~~

~~153~~

~~154~~

~~155~~

~~156~~

~~157~~

~~158~~

~~159~~

p - простое и $p > 21 \Rightarrow$

$p \neq 2$, откинем все четные варианты

159 и 153 делится на 3

($1+5+9 : 3$ и $1+5+3 : 3$), откинем и их

151 и 157 - простое

(по таблице простых чисел)

155 : 5, так это число тоже

Остаются 151 и 157, проверим, являются ли они простыми.

12 < $\sqrt{151}$ < 13

$$12 < \sqrt{151} < 13$$

$$12 < \sqrt{157} < 13$$

$\Rightarrow$ рассмотрим все числа от 2 до 12 в качестве делителей этих двух чисел, если не найдем делителя, то число простое

1) 151:

~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ ~~11~~ ~~12~~

151 - нечетное, откинем все делители крестиком 2-м



Вариант № 8

Остаток:

~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ ~~11~~

$$151 \div 3 \quad (1+5+1 \div 3);$$

151 ~~9~~, проверим делимость на 7 и 11

$$\begin{array}{r} 151 \overline{) 7} \\ 14 \\ \hline 11 \\ 7 \\ \hline 4 \end{array}$$

3 - ост.

$$151 \div 5 \quad (151 \equiv 1)$$

$$\begin{array}{r} 151 \overline{) 11} \\ 11 \\ \hline 41 \\ 33 \\ \hline 8 \end{array}$$

8 - ост.

$$151 \div 11$$

$$\begin{array}{r} 151 \overline{) 11} \\ 105 \\ \hline 57 \end{array}$$

$\Rightarrow 151$ - простое

$$\frac{x}{2} + 88 = 151 \Rightarrow x = 2(2 \cdot 151 - 88) = 2 \cdot (1057 - 88) = 2 \cdot 969 = 1938$$

II) 157:

~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ ~~11~~ ~~12~~

Аналогично, 157 - нечетное $\Rightarrow$ откинем все четные варианты (возможные делители)

~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ ~~11~~

$$157 \div 3 \quad (1+5+7 \div 3)$$

$$157 \div 9$$

$$157 \div 5 \quad (157 \equiv 2)$$

$$\begin{array}{r} 157 \overline{) 7} \\ 14 \\ \hline 17 \\ 14 \\ \hline 3 \end{array}$$

3 - ост. $\Rightarrow$

$$157 \div 7$$

$$\begin{array}{r} 157 \overline{) 11} \\ 11 \\ \hline 47 \\ 44 \\ \hline 3 \end{array}$$

3 - ост. $\Rightarrow$

$$157 \div 11$$

$\Rightarrow 157$ - простое (удовлетв. условию)



Вариант № 8

$$\frac{\frac{x}{2} + 88}{7} = 157 \Rightarrow x = (7 \cdot 157 - 88) \cdot 2 =$$
$$= \underline{2022}$$

Ответ: 2022 или

Задуманное число можно проверить,
2022 или 1938 (151 тоже простое)

Ответ: 2022 или 1938 (5)

№2 2022 акционера, любые 1800 имеют
не менее 50% акций.

Упорядочим по возрастанию количество
акций всех акционеров.

~~Возьмем первый 1800 акционеров (не менее~~
~~50% акций)~~

Возьмем тех, у кого больше всего
акций. Возьмем последних 1800 акци-
онеров за исключением последнего

у каждого из них не менее

$\frac{50}{1800}$ % акций

Возьмем первых 1800 акционеров,

у них не более 50% акций, т.е.

остальные 50% остаются на 222 чел,
у каждого из которых кроме по крайней

не менее $\frac{50}{1800}$ % акций $\Rightarrow$ у послед-



Вариант № 8

него не больше $50\% - \frac{50}{1800} \cdot 221\% =$
 $= 50\% - \frac{221}{36}\% = 50\% - 6\frac{5}{36}\% = 43\frac{31}{36}\%$

$$\begin{array}{r} 221 \overline{) 36} \\ 216 \overline{) 5} \end{array}$$

Пример: у всех 2021 акционера
по $\frac{1}{36}\%$ акций, у последнего $43\frac{31}{36}\%$
 Всего $\frac{1}{36}\% \cdot 2021 + 43\frac{31}{36}\% = 100\%$

Ответ: $43\frac{31}{36}\%$ (8)

№3

$2227 = 17 \cdot 131$; 131 - простое (полню из табл. простых чисел);

131 - простое, докажем

$$11 < \sqrt{131} < 12$$

~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ 11 четное

131 - нечетное, откинем все потенциальные делители (вариантов)

~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ ~~11~~

$$131 \not\div 3 (1+3+1 \not\div 3); 131 \not\div 9$$

$$131 \equiv 1 \pmod{5}, \text{ т.е. } 131 \not\div 5$$

$$\begin{array}{r} 131 \overline{) 7} \\ 119 \overline{) 12} \\ 61 \overline{) 50} \\ 56 \overline{) 4} \end{array}$$

$$\Rightarrow 131 \not\div 7$$

$$131 \not\div 11, \text{ т.к. } 11 \cdot 11 = 121$$

$$\begin{array}{r} 131 \overline{) 11} \\ 11 \overline{) 21} \\ 11 \overline{) 10} \end{array}$$

5 - ост.



Вариант № 8

$$2227 = 17 \cdot 131$$

Сумма членов арифм. прогрессии;

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = 17 \cdot 131, \text{ причем } n \geq 20.$$

$$(a_1 + a_n) \cdot n = 2 \cdot 17 \cdot 131$$

$$a_1 + a_n = 2a_1 + b \cdot (n-1), \text{ где } b - \text{разность} \quad | \quad b \text{ и } \frac{1}{n} \text{ и } b \text{ и } a_1 + a_n$$

$\Rightarrow$ в кав. при $a_1 + a_n$ наиб. и n наим.

$a_1 + a_n$ - натур. b - натур $n > 20$

$a_1 + a_n$ наиб. при $n = 34$, т.е.

$$a_1 + a_n = 131 \quad 2a_1 + b \cdot 33 = 131 \quad b < 4, \text{ т.к.}$$

$$2a_1 + 33b = 131 \quad \text{если } b \geq 4, \text{ то}$$

$$2a_1 + 33b \geq 132, \text{ что не подходит.}$$

Подберем тогда a_1 и b .
пример для $b = 3$

$$2a_1 = -3 \cdot 33 + 131 = 131 - 99 = 32 \Rightarrow a_1 = 16$$
$$\underline{b = 3}$$

Ответ: наибольшая разность равна 3.

(10)

$$N4 \quad 2^{17} = a^3 + b^3 - c^3$$

$$2^{17} + c^3 = a^3 + b^3$$

$$(2^4)^3 + c^3 = a^3 + b^3$$

Если $a = 2^4$ и $b = c$, то равенство

верное.



Вариант № 8

В условии не сказано, что
числа a, b, c не могут совпадать,
даже если, что они натуральные.
Приведем пример

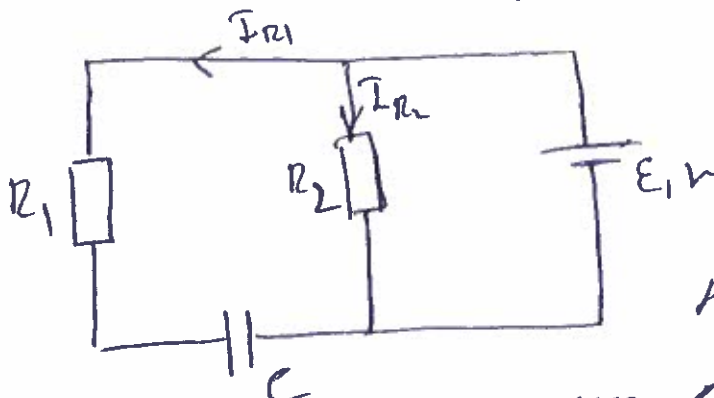
$$a = 2^4; b = c = 1$$

$$2^{12} = (2^4)^3 + 1^3 - 1^3$$

Ответ: $a = 2^4; b = 1; c = 1$

12

№8



Конденсатор в
начале не
заряжен, как
только замыка-
ют ключ в цепи

начальный момент конденсатор
ведет себя как идеальный проводник $\Rightarrow$
 $\Rightarrow I_r = \frac{\varepsilon}{r + \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1}} = \frac{\varepsilon (R_2 + R_1)}{r(R_2 + R_1) + R_2 R_1}$

(R_1 и R_2 подкл. паралл-но, а r последоват. к ним)

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U_{R1} = U_{R2} \Rightarrow \frac{I_{R2}}{I_{R1}} = \frac{R_1}{R_2}, \text{ причем}$$

$$I_{R1} + I_{R2} = I_r \Rightarrow I_{R1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot I_r =$$

$$= \frac{R_2 \cdot \varepsilon (R_2 + R_1)}{(R_1 + R_2)(r(R_1 + R_2) + R_1 R_2)} = \frac{\varepsilon R_2}{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$$



Вариант № 8

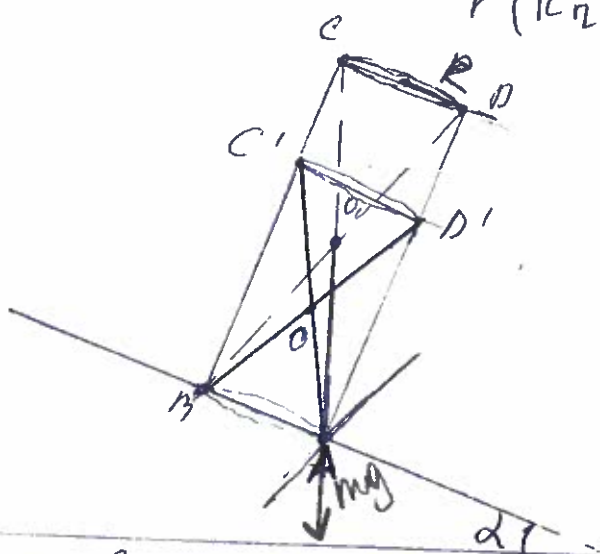
$$I_{R2} = \frac{R_1}{R_2 + R_1} I_R = \frac{R_1 \cdot \varepsilon (R_2 + R_1)}{(R_2 + R_1)(r(R_2 + R_1) + R_1 R_2)}$$

$$= \frac{R_1 \varepsilon}{r(R_2 + R_1) + R_1 R_2}$$

Ответ: сразу после замыкания
через источник $I_r = \frac{\varepsilon (R_2 + R_1)}{r(R_2 + R_1) + R_2 R_1}$
Через R_1 $\frac{2}{3} I_{R1} = \frac{\varepsilon R_2}{r(R_2 + R_1) + R_2 R_1}$
Через R_2 $I_{R2} = \frac{\varepsilon R_1}{r(R_2 + R_1) + R_2 R_1}$

10

№7



Дано:
 $\alpha = \text{const}$
 $R = \text{const}$
радиус основания
и диаметр
не меняется,
меняется только
высота и площадь
дна и та же

но в течение всей экспери-
мента, заметим, что чем больше
становится высота, тем меньше
становится $\angle CAD$

Цилиндр однородный $\Rightarrow$ центр масс
находится на т. пересечения диагона-
лей.



Вариант № 8

Проведем касательную к точке А

$BA \perp$ касательной CA

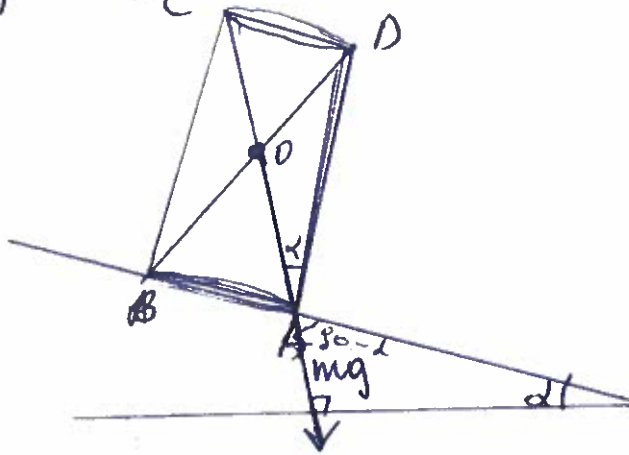
BA - проекция ~~радиуса~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~радиус~~ $CA \perp$ касательной

Рассмотрим положение равновесия относительно точки А; перевернуть тело может только сила тяжести $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ тело перевернется крайнее положение равновесия: $\vec{mg}$ ~~и радиус~~ сонаправлен направлению по радиусу AC

При увелич. высоты цилиндра AC приближ. к mg , изобразим предельный случай.



$$CD = 2r$$

$$AD = h_{\max}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CD}{AD} = \frac{2r}{h_{\max}}$$

$$h_{\max} = \frac{2r}{\operatorname{tg} \alpha}$$



при помощи линейки и измерительной ленты можно измерить тангенс угла наклона плоскости и радиус основания цилиндра. Так, можно определить $h_{\max}$ по формуле $h_{\max} = \frac{2r}{\operatorname{tg} \alpha}$



Вариант № 8

Ответ: измерим с помощью данной измерительной прибором радиус основания цилиндра и $\tan \alpha$ тангенс угла наклона плоскости, на которой лежит цилиндр, после вычисления по формуле $k_{\max} = \frac{2r}{\tan \alpha}$, где α - угол наклона заданной м-ти

№6.

Дано:

$$L = 72 \text{ м}$$

$$l = 1,2 \text{ мм}$$

$$\Delta = 0,12 \text{ мм}$$

$$V = 216 \text{ км/ч}$$

$$t = ?$$

С какими коэф. уменьшается изображение, с какими же уменьшается скорость (во столько же раз)

$$k = \frac{L}{l} = \frac{72 \text{ м}}{1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = \frac{72000}{12} = 60000$$

$$V_{\text{изобр.}} (\text{мм/с}) = \frac{216 \cdot 10^3 \text{ мм}}{60 \cdot 60 \text{ с} \cdot 60000} = 1 \text{ мм/с} - \text{скорость изображения}$$

$$t = \frac{\Delta}{V_{\text{изобр.}}} = \frac{0,12 \text{ мм}}{1 \text{ мм/с}} = 0,12 \text{ с}$$

Ответ: 0,12 с

5 35

№9

$$pV = \nu RT \Rightarrow pV = \frac{M}{\mu} RT;$$

$$p = \frac{M}{V \mu} RT = \frac{pRT}{\mu}$$

$$p = 0,25 p_{\text{нас}} (t = 23^\circ \text{C})$$

1



Вариант № 8

$$\cancel{pV = \frac{M_1}{M_B} RT}$$

$$pV = \frac{M_1}{M_B} RT$$

$$\cancel{T = const}$$

$$\cancel{p = const}$$

$$\begin{aligned} \Delta p &= p_2 - p_1 = 0,75 p_{\text{нае}} - 0,25 p_{\text{нае}} = \\ &= 0,5 p_{\text{нае}} = 1,405 \cdot 10^3 \text{ Па} \end{aligned}$$

Ответ: 1,405 кПа

ответ не соответствует
вопросу задачи.