



Олимпиада школьников «Гранит науки»

Вариант № 3

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

1. В бланке олимпиадной работы **необходимо:**

- выполнять работу шариковой ручкой (синей или черной);
- заполнить номер варианта;
- пронумеровать страницы.

2. В бланке олимпиадной работы рекомендуется:

- писать аккуратно, без помарок;
- ошибки зачеркивать одной чертой.

3. В бланке олимпиадной работы запрещается:

- использовать простой карандаш;
- делать пометки, не относящиеся к работе.

4. За нарушение регламента проведения олимпиады участник может быть отстранен от олимпиады, в этом случае его результат будет аннулирован.

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)

№ задания в билете	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	15	0	0	2	0	0	2	—	12	5	20
Фамилия И.О. проверяющего	Зинченко М.А.			Подпись	[Подпись]			Σ баллов прописью	двадцать		

Мустафеев
Степанов В.
Яковлева А.

Примечание

(заполняется проверяющим)

Σ = 26
двадцать шесть.



Вариант № 3

№1

Рассмотрим подобные задачи с меньшими числами и найдем зависимость: $\sqrt{33-24} = \sqrt{9}$; $\sqrt{3333-2244} = \sqrt{1089}$; $\sqrt{333333-222444} = \sqrt{110889}$; $\sqrt{33333333-22224444} = \sqrt{11108889}$. Нетрудно заметить, что если в исходной задаче было n троек, то справедливо следующие уравнение:

$$\sqrt{\underbrace{3\dots 3}_{2n \text{ троек}} - \underbrace{2\dots 2}_{n \text{ троек}} \underbrace{4\dots 4}_{n \text{ четверок}}} = \sqrt{\underbrace{1\dots 1}_{n-1 \text{ единиц}} \underbrace{08\dots 89}_{n-1 \text{ восьмерок}}}$$

меньшими числами, квадрат каждого из ответов делится на 9:

$$(\sqrt{9})^2 = 9; (\sqrt{1089})^2 = 9 \cdot 121; (\sqrt{110889})^2 = 9 \cdot 12321; (\sqrt{11108889})^2 = 9 \cdot 1234321.$$

Нетрудно заметить, что для каждого n ответ можно представить в виде $9 \cdot (1\dots 1)^2$, где k — кол-во единиц в полученном ответе. Тогда:

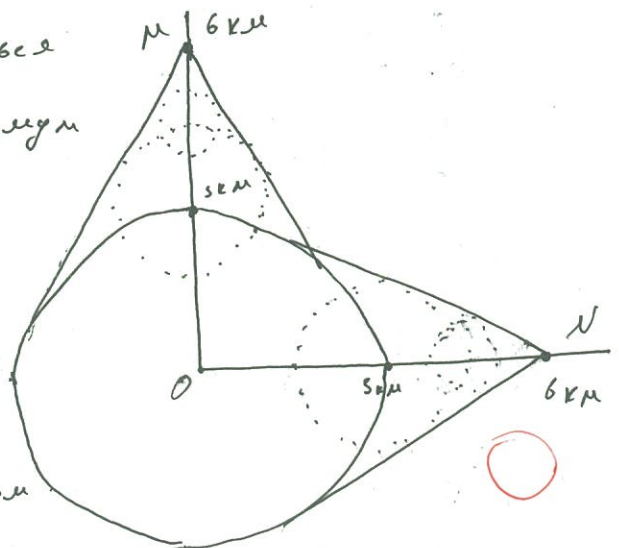
$$\sqrt{\underbrace{3\dots 3}_{2018 \text{ троек}} - \underbrace{2\dots 2}_{1009 \text{ троек}} \underbrace{4\dots 4}_{1009 \text{ четверок}}} = \sqrt{\underbrace{1\dots 1}_{1008 \text{ единиц}} \underbrace{08\dots 89}_{1008 \text{ восьмерок}}} = \sqrt{9 \cdot (1\dots 1)^2} = 3 \cdot \underbrace{1\dots 1}_{1009 \text{ единиц}}$$

$\Rightarrow 3\dots 3$
1009
троек

Ответ: 1009 троек

№4

Если геолог из точки O будет двигаться по пустыне, то за 1 час он сможет максимум пройти на 3 км от точки O $\Rightarrow$ Он может попасть в любую точку, лежащую внутри окружности с центром в точке O и радиусом 3 км, и находящуюся на ней. Если он пойдет по дороге, то он за час уйдет не более 2 км на 6 км от точки O . Если он пойдет по дороге, а потом свернет в пустыню, то он будет двигаться по окружности радиуса R . $v_{пуст. \text{ вост.}} = v_{пуст.} (1 - \frac{t_{по \text{ дороге}}}{t_{пуст.}}) = v_{пуст.} (1 - \frac{S_{по \text{ дороге}}}{S_{по \text{ дороге}}})$. Так как





Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Таких окружностей бесконечно много, если провести к ним через точки M и N общие касательные, получится фигура, в любой точке, которая находится внутри данной фигуры или лежит на ней, может оказаться геолог.

~ 6

Для оси OX:

$$-F \cdot \cos \alpha + mg \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow mg = F \Rightarrow$$

$P = 90 \text{ Н}$, где P - вес цилиндра

Ответ: $P = 90 \text{ Н}$

~ 7

$$E_c = k \frac{q_0}{(OA + AC)^2}$$

$$E_k = k \frac{q_0}{OB^2} = k \frac{q_0}{(OA + 2AC)^2}$$

Поделим полученные уравнения:

$$\frac{E_c}{E_k} = \frac{(OA + 2AC)^2}{(OA + AC)^2}; \sqrt{\frac{E_c}{E_k}} = \frac{OA + 2AC}{OA + AC} \Rightarrow OA = \frac{2AC - AC \sqrt{\frac{E_c}{E_k}}}{\sqrt{\frac{E_c}{E_k}} - 1}, \text{ откуда}$$

получим, что $OA < 0 \Rightarrow$ точка A находится с другой стороны:

тогда

$$E_k = k \frac{q_0}{OB^2} = k \frac{q_0}{(AO + AC)^2} = k \frac{q_0}{2AC - AO}$$

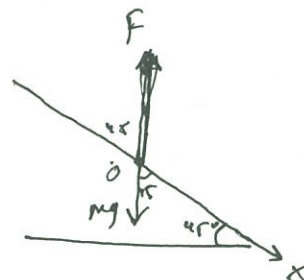
$$E_c = k \frac{q_0}{OC^2} = k \frac{q_0}{AC - AO}$$

Поделив получим:

$$\frac{E_c}{E_k} = \left(\frac{2AC - AO}{AC - AO} \right)^2; \sqrt{\frac{E_c}{E_k}} = \frac{2AC - AO}{AC - AO}; AO = \frac{\sqrt{\frac{E_c}{E_k}} - 2}{\sqrt{\frac{E_c}{E_k}} - 1} AC =$$

$$= \frac{400\sqrt{10} - 2}{400\sqrt{10} - 1} AC \approx AC \Rightarrow E_A \approx E_c = 0.48 \cdot 10^5 \text{ В/м}$$

Ответ: $E_A = 0.48 \cdot 10^5 \text{ В/м}$



0.



25



Вариант № 3

№ 9

Так как угол полного внутреннего отражения равен 30° :

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 2$$

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n}, \text{ где } v - \text{ скорость}$$

распространения света в кабеле, тогда $t = \frac{2l}{v}$, где l - глубина скважины (умножена на 2 т.к. луч идет туда и обратно).

$$t = \frac{2 \cdot 650 \cdot 2}{3 \cdot 10^8} = 8,4 \text{ мкс}$$

№ 10

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P V}{T} = \frac{P V_0}{\beta(1+\alpha) T_0} \Rightarrow P = P_0 \beta(1+\alpha)$$

По закону сохранения энергии:

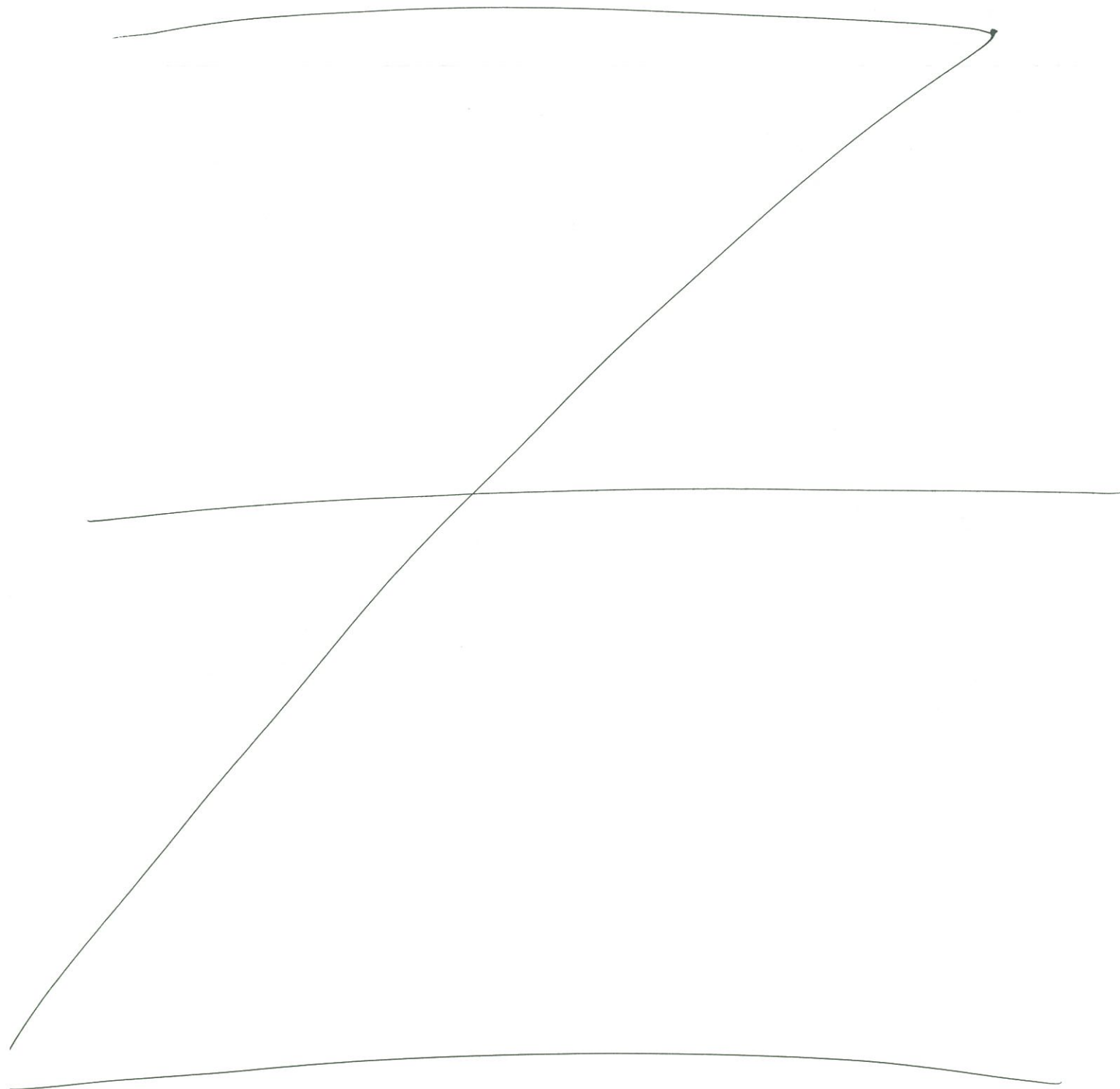
$$mgH + \Delta U = \frac{D R \Delta T}{\gamma - 1}, \frac{D R \alpha T_0}{\gamma - 1}, \text{ т.к. } D R \Delta T = P V; \text{ т.к. } P V = P S H:$$

$$P S g H^2 = \frac{P S H}{\gamma - 1}; \quad P g H = \frac{P}{\gamma - 1} = \frac{P_0 \beta(1+\alpha)}{\gamma - 1} \Rightarrow H = \frac{P_0 \beta}{\rho g} \cdot \frac{1+\alpha}{\gamma - 1}$$

50

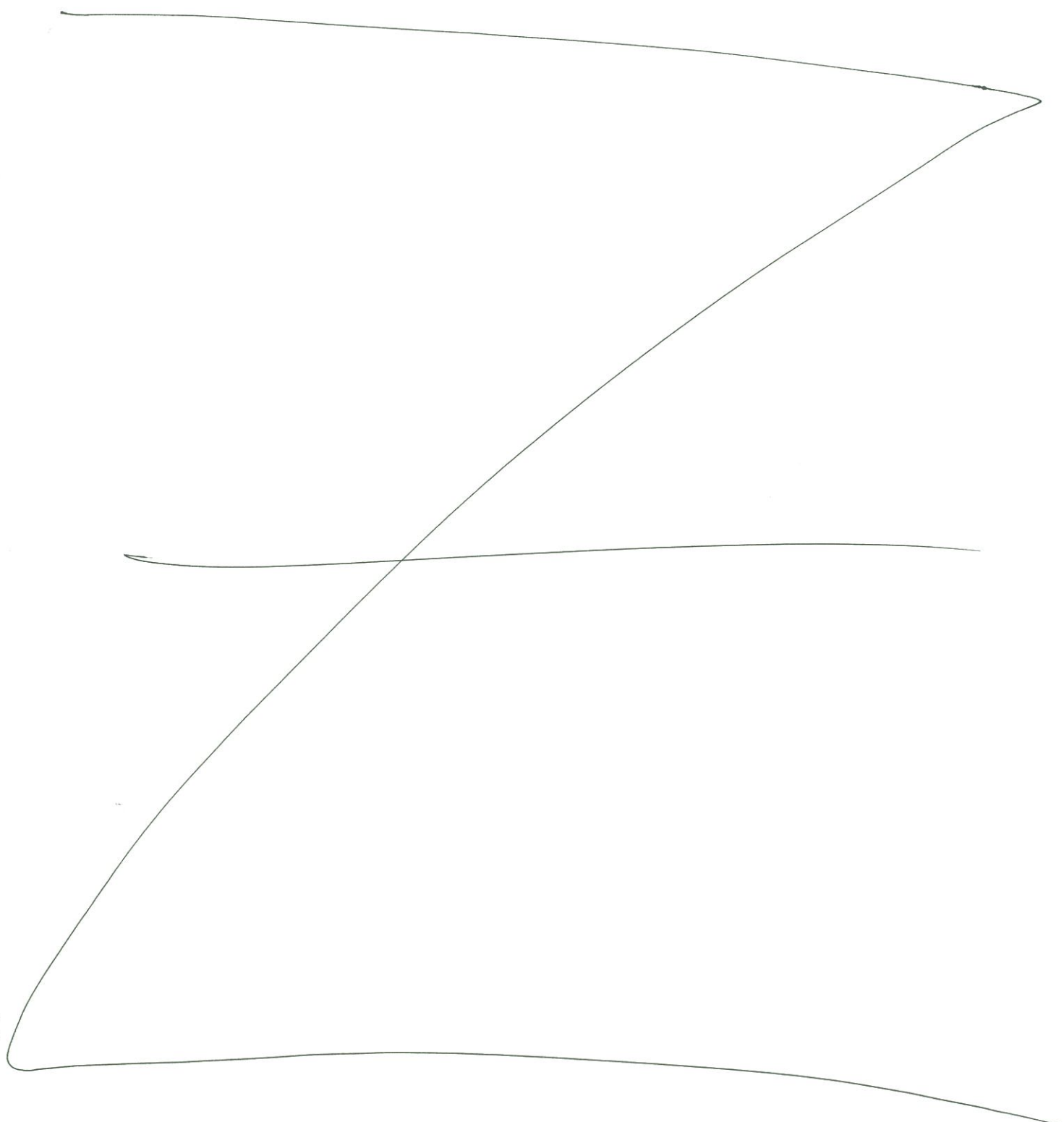


Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ





Вариант № 3





Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

