



Олимпиада школьников «Гранит науки»

Вариант № 1

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

1. В бланке олимпиадной работы **необходимо:**

- выполнять работу только ручкой (паста синего или черного цвета);
- заполнить номер варианта;
- пронумеровать страницы.

2. В бланке олимпиадной работы **рекомендуется:**

- писать аккуратно, без помарок;
- ошибку зачеркивать одной чертой.

3. В бланке олимпиадной работы **запрещается:**

- использовать карандаш, фломастер, штрих и т.п.;
- делать пометки, не относящиеся к работе.

4. За нарушение регламента проведения олимпиады участник может быть отстранен от олимпиады. В случае отстранения участника результат олимпиадной работы аннулируется.

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	7	2	—	0	0	5	8	1	2	2	27
Фамилия И.О. проверяющего	Лебедев И.А.			Подпись	[Подпись]			Σ баллов прописью	двадцать		
Фамилия И.О. проверяющего	Иванов И.И.			Подпись	[Подпись]			Σ баллов прописью	двадцать семь		

Примечание

(заполняется проверяющим)

Σ = 27
двадцать семь



Вариант № 1

№ 1.

$$\sqrt{222...22 - 11...1133...33} = \frac{10^{1003} - 1}{3}$$

число $22...2$ можно представить как сумму геом. прогрессии со знам. 10 и $b_1 = 2$ $S_1 = \frac{2(10^{2013} - 1)}{10 - 1} = \frac{2(10^{1003} - 1)(10^{1003} + 1)}{9}$

число $11...33$ разбиваем на 2 числа: $11...000$ и $000...333$
оба числа также представляем как сумму геом. прогр.: $S_2 = \frac{10^{1003}(10^{1003} - 1)}{9}$, $S_3 = \frac{3(10^{1003} - 1)}{9}$

Тогда число $11...33$ равно $S_2 + S_3 = \frac{(10^{1003} - 1)}{9} (10^{1003} + 3)$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } 22...2 - 11...33 &= \frac{(10^{1003} - 1)}{9} (2 \cdot 10^{1003} + 2 - 10^{1003} - 3) = \\ &= \frac{(10^{1003} - 1)}{9} (10^{1003} - 1) = \frac{(10^{1003} - 1)^2}{9} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{(10^{1003} - 1)^2}{9}} = \frac{10^{1003} - 1}{3}$$

№ 2.

$$2018^x = 2017^y + 4035^z \Leftrightarrow (2017 + 1)^x = 2017^y + (2 \cdot 2017 + 1)^z$$

При $x = 1$ $y = 1$ $z = 0$ не подходит: $0 \notin \mathbb{N}$

$$\text{При } x = 2 \quad (*) \Leftrightarrow 2017^2 + 1 + 2 \cdot 2017 = 2017^y + (2 \cdot 2017 + 1)^z$$

Если $y = 2$, то $z = 1$; если $y \neq 2$ и вторую степень числа 2017 нужно получить из выражения $(2 \cdot 2017 + 1)^z$, то тогда будет $4 \cdot 2017^2$, что не подходит.

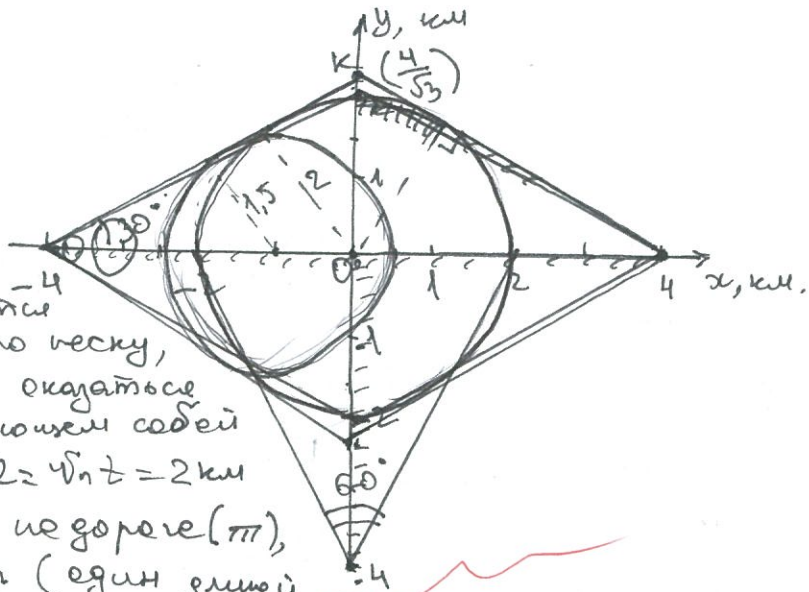
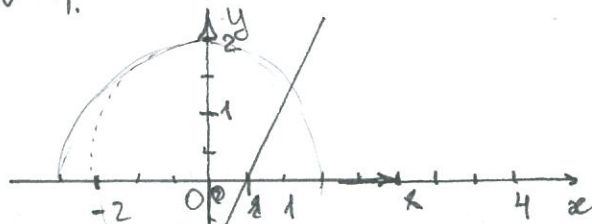
При $x \geq 3$ скобки нужно раскрывать через бинوم Ньютона, но тогда никогда не совпадут числа перед 10^4 , т.к. в самой правой скобке в ст. буд. вводится еще и двойка, и таких введений будет ≥ 1 , а числом 2017^y можно «скорректировать» лишь одно.

Ответ: $x = 2$;
 $y = 2$;
 $z = 1$.

(Handwritten signature)

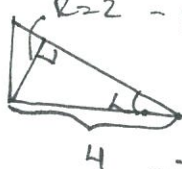
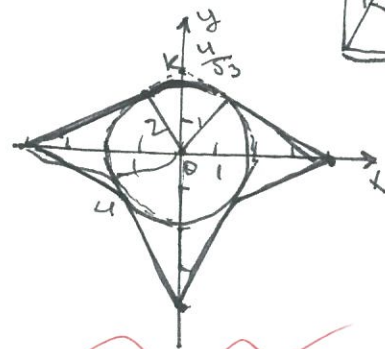


N° 4.



Если человек движется
то едет только по песку,
то за час он мог оказаться
на пр-ве, представляющем собой
круг, опис. окр. с $R = \sqrt{h}t = 2$ км

Если движется только по дороге (пр),
то ком. место - линия 2 перп. отр. (един длиной
4 км, другой - 4 км). Если сначала едем на машине, а затем
пошел пешком, то сначала это отрезок длиной $\sqrt{h}t$, а затем окр. с
центром $\sqrt{h}t$ (с соотв. радиусом) и $R = \sqrt{h}t(1-t)$. Если провести по всем
окружностям общие касат. к ним, то получится такая фигура!



$$L = 4 \sin 30^\circ = 2$$

8 м. К пересекются две касат., но путь
еще не достигнет (середу охватывающей).

N° 5.

Общая часть - сложная фигура, состоящая из двух правильных
шестиугольных пирамид:

базис - $\triangle ABC$, $\triangle DEF$, $\triangle GHI$, $\triangle JKL$, $\triangle MNO$, $\triangle PQR$
параллельно основ. и
высоты.



Высота каждой из пирамид
 $1 \text{ см} = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ см} = 0,5 \text{ см}$

Рассмотрим пирамиду $ACB G_1$!



$$KM = \frac{1}{2} = KQ + QR + PM$$

Знач. все образованные

треуг. правильные, по $QR = \frac{1}{6}$



$$\triangle KML \sim \triangle AEC \text{ с } k = \frac{1}{2} \\ KM = \frac{1}{2}$$

$$V_{\text{фигуры}} = 2 V_{\text{шест. пир.}} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{36} (\text{см}^3)$$



Вариант № 1

№ 8.

$V_{\text{полости}} = \frac{1}{64} V_{\text{шара}}$ и т.ч. шар без полости = $\frac{65}{64} M$.

массы, замощенной = $\frac{M}{64}$

$F_{\text{шара с полостью}} = F_{\text{шара без полости}} - F_{\text{шара полости}} =$

$$= \frac{G \cdot \frac{65}{64} M \cdot m}{d^2} - \frac{G \frac{M}{64} m}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} = \frac{G M m (65(d - \frac{R}{2})^2 - d^2)}{64 d^2 (d - \frac{R}{2})^2} = m a$$

$$a = \frac{G M (65(d^2 - dR + \frac{R^2}{4}) - d^2)}{64 d^2 (d - \frac{R}{2})^2} = \frac{G M (64d^2 - 65dR + \frac{65R^2}{4})}{64 d^2 (d - \frac{R}{2})^2}$$

№ 9.

а-в - изобарный процесс $A = \frac{2}{3} p \cdot 2V (p \cdot (3V - 2V)) = 2pV$

вс - изохорный процесс $A = 0$

с-д - изобарный процесс $A = -2pV (2p(2V - 3V))$

$$\sum A = A_{ab} + A_{cd} = 0. \Rightarrow Q = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \cdot 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 200 \text{ К} =$$

$$\leftarrow T = \frac{pV}{\nu R} \quad T_{\min} \text{ в т. а } (T = \frac{pV}{\nu R}); \quad T_{\max} \text{ в т. с } (\frac{6pV}{\nu R})$$

$$\frac{T_d}{T_c} = \frac{2V}{3V} = \frac{2}{3} \quad T_d = \frac{2}{3} T_{\max}$$

$$\frac{T_c}{T_b} = \frac{2p}{p} = 2 \quad T_b = \frac{1}{2} T_c = \frac{1}{3} T_{\max}$$

$$\frac{T_b}{T_a} = \frac{T_b}{T_{\min}} = \frac{3V}{V} = 3 \quad T_{\min} = \frac{1}{3} T_{\max} \quad T_{\max} - \frac{1}{3} T_{\max} = \frac{2}{3} T_{\max} = 200 \text{ К}$$

$$\frac{T_b}{T_a} = \frac{3V}{V} = 3 \quad T_b = 3 T_{\min} \quad \frac{T_{\max}}{T_b} = \frac{2p}{p} = 2 \quad T_b = \frac{1}{2} T_{\max}$$

$$3 T_{\min} = \frac{1}{2} T_{\max} \quad T_{\max} = 6 T_{\min}$$

$$T_{\max} - T_{\min} = 200 \text{ К} \quad T_d - T_{\min} = \frac{2}{3} T_{\max} - T_{\min} = \frac{2}{3} \cdot 240 \text{ К} - 40 \text{ К} =$$

$$5 T_{\min} = 200 \text{ К}$$

$$T_{\min} = 40 \text{ К} \quad T_{\max} = 240 \text{ К}$$

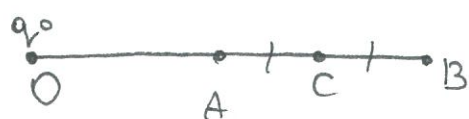
$$= 160 \text{ К} - 40 \text{ К} = 120 \text{ К}$$

$$\Delta U = Q \stackrel{A=0}{=} \nu R \Delta T = 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 120 \text{ К} \approx 996 \text{ Дж}$$



N^o 7.

$$OC = \frac{OB - OA}{2} + OA = \frac{OA + OB}{2}$$



$$OC^2 = \frac{OA^2 + OB^2}{4} + \frac{OA \cdot OB}{2}$$

$$OB^2 = \frac{kq_0}{E_B} \quad OB = \sqrt{\frac{kq_0}{E_B}} \quad E_A = \frac{kq_0}{OA^2} \quad OA^2 = \frac{kq_0}{E_A} \quad OA = \sqrt{\frac{kq_0}{E_A}}$$

$$OA \cdot OB = \frac{kq_0}{2\sqrt{E_A \cdot E_B}}$$

$$E_C = \frac{kq_0}{\left(\frac{kq_0}{E_A} + \frac{kq_0}{E_B}\right) \cdot \frac{1}{4} + \frac{kq_0}{2\sqrt{E_A \cdot E_B}}} = \frac{4}{\frac{E_B + E_A}{E_B E_A} + \frac{2}{\sqrt{E_A \cdot E_B}}}$$

$$= \frac{4}{\frac{0,9 \cdot 10^5 \frac{B}{M} + 0,3 \cdot 10^5 \frac{B}{M}}{0,9 \cdot 10^5 \frac{B}{M} \cdot 0,3 \cdot 10^5 \frac{B}{M}} + \frac{2}{\sqrt{0,9 \cdot 0,3 \cdot 10^5 \frac{B}{M}}}} = \frac{4}{\frac{4}{0,9 \cdot 10^5 \frac{B}{M}} + \frac{2}{0,3\sqrt{3} \cdot 10^5 \frac{B}{M}}}$$

$$\pm \text{ или } OC = \frac{\sqrt{\frac{kq_0}{E_A}} + \sqrt{\frac{kq_0}{E_B}}}{2} = \frac{\sqrt{kq_0}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{E_A}} + \frac{1}{\sqrt{E_B}} \right) = \frac{\sqrt{kq_0} \sqrt{E_A E_B}}{2(\sqrt{E_A} + \sqrt{E_B})}$$

$$OC^2 = \frac{kq_0 (E_A + E_B + 2\sqrt{E_A E_B})}{4 \cdot E_A \cdot E_B}$$

$$E_C = \frac{4 \cdot E_A E_B}{E_A + E_B + 2\sqrt{E_A E_B}} = \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 0,9 \cdot 10^{10} \frac{B}{M^2}}{1,2 \cdot 10^5 \frac{B}{M} + 2 \cdot 0,3\sqrt{3} \cdot 10^5 \frac{B}{M}} =$$

$$= 10^5 \cdot \frac{1,2}{2 + \sqrt{3}} \left(\frac{B}{M} \right) \quad [E_C] = \frac{\frac{B}{M} \cdot \frac{B}{M}}{\frac{B}{M}} = \frac{B}{M}$$

Ответ: $\frac{1,2}{2 + \sqrt{3}} \cdot 10^5 \frac{B}{M}$ ✓

N^o 10.

$$Q=0 \quad A = -\Delta U = -\frac{\Delta R \Delta T}{\gamma - 1} = p_{\text{кон}} V_{\text{кон}} - p_{\text{исх}} V_{\text{исх}}$$

$$p_{\text{пробл}} = \frac{H \cdot S \cdot g \cdot g}{S} = g g H$$

$$\Delta = \frac{p_{\text{ч}} \cdot V}{R T_{\text{кон}}} = \frac{(p_{\text{ч}} + p_{\text{пробл}}) \cdot V}{\kappa R T_{\text{кон}}}$$

$$\frac{p_{\text{ч}}}{R T_{\text{ч}}} = \frac{p_{\text{ч}} + g g H}{\kappa R T_{\text{кон}}}$$

$$p_{\text{ч}} \cdot V - (p_{\text{ч}} + g g H \cdot \frac{V}{\kappa}) = \frac{\Delta R \Delta T}{\gamma - 1}$$

$$p_{\text{ч}} \kappa T_{\text{кон}} = T_{\text{ч}} (p_{\text{ч}} + g g H)$$

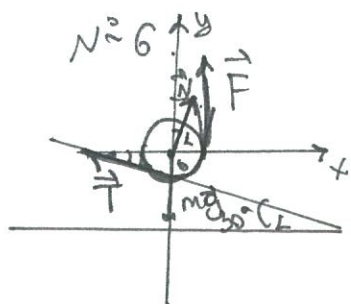
$$\rightarrow \frac{\Delta T}{T_{\text{ч}}} = \frac{p_{\text{ч}} + g g H}{p_{\text{ч}} \kappa} - 1 = \frac{p_{\text{ч}} + g g H - p_{\text{ч}} \kappa}{p_{\text{ч}} \kappa} =$$

$$= \frac{p_{\text{ч}}(1 - \kappa) + g g H}{p_{\text{ч}} \kappa}$$

$$\frac{T_{\text{кон}}}{T_{\text{ч}}} = \frac{p_{\text{ч}} + g g H}{p_{\text{ч}} \kappa} = \frac{T_{\text{ч}} + \Delta T}{T_{\text{ч}}} = 1 + \frac{\Delta T}{T_{\text{ч}}}$$



Вариант № 1



Пр. Н. в проекциях на Ox' :

$$T \cos 4 = N \sin 2 = F \cos 2 \quad N = \frac{F \cos 2}{\sin 2}$$

F (сила натяжения)

$$Oy: N \cos 2 + F = mg$$

$$\frac{F \cos^2 30^\circ}{\sin 30^\circ} + F = mg$$

$$F \left(\frac{3 \cdot 2}{4} + 1 \right) = mg$$

$$F = \frac{mg}{3} = \frac{27 \text{ м} \cdot 10^4 \text{ м}}{3} = 90 \text{ Н.} \quad +50$$



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

