



Олимпиада школьников «Гранит науки»

Вариант № 1

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

1. В бланке олимпиадной работы **необходимо:**

- выполнять работу только ручкой (паста синего или черного цвета);
- заполнить номер варианта;
- пронумеровать страницы.

2. В бланке олимпиадной работы **рекомендуется:**

- писать аккуратно, без помарок;
- ошибку зачеркивать одной чертой.

3. В бланке олимпиадной работы **запрещается:**

- использовать карандаш, фломастер, штрих и т.п.;
- делать пометки, не относящиеся к работе.

4. За нарушение регламента проведения олимпиады участник может быть отстранен от олимпиады. В случае отстранения участника результат олимпиадной работы аннулируется.

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	8	—	—	—	—	1	4	12	2	—	24
Фамилия И.О. проверяющего	Лебедев И.А.			Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	восемь			
Фамилия И.О. проверяющего	Иванов А.С.			Подпись	[Подпись]		Σ баллов прописью	шестнадцать			

Мустафеев А.С.
Примечание
(заполняется проверяющим)
Степанов И.В.
Яковлева А.А.

восемь +
шестнадцать =
двадцать четыре

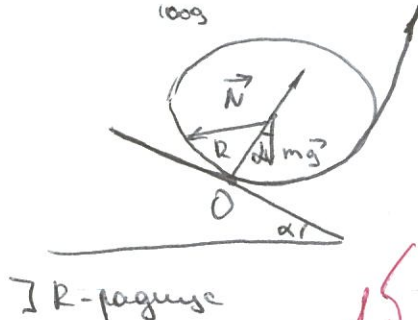


Вариант № 1

$$\begin{aligned} N1. \sqrt{\frac{222 \dots 22}{2018} - \frac{11 \dots 11}{1009} \cdot \frac{33 \dots 33}{1009}} &= \sqrt{\frac{22 \dots 22 \cdot 1000 \dots 00}{1009 \cdot 1009} - \frac{11 \dots 11 \cdot 33 \dots 33}{1009 \cdot 1009}} = \\ &= \sqrt{\frac{11 \dots 11 \cdot 1000 \dots 00}{1009 \cdot 1009} - \frac{11 \dots 11}{1009}} = \sqrt{\frac{11 \dots 11 \cdot (1000 \dots 00 - 1)}{1009 \cdot 1009}} = \sqrt{\frac{11 \dots 11 \cdot 99 \dots 99}{1009 \cdot 1009}} = \\ &= \sqrt{3^2 \cdot \frac{11 \dots 11^2}{1009}} = 3 \cdot \frac{11 \dots 11}{1009} = \frac{333 \dots 33}{1009} \end{aligned}$$

8

N6.
Дано:
 $d = 300$
 $m = 27 \text{ кг}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $F = ?$



цилиндр находится в соeq. поeq. =>
сумма моментов всех сил равна 0
O - ось вращения:

$$M_F + M_{mg} + M_N = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow F \cdot R - m \cdot g \cdot R \cdot \sin \alpha + N \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow F = mg \cdot \sin \alpha$$

$$[F] = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot 1 = \text{Н}$$

$$F = 27 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 135 \text{ Н}$$

Ответ: 135 Н

N7.

Д:
 $OB > OA, q_0$
 $E_A = 0,9 \cdot 10^5 \text{ В/м}$
 $E_B = 0,3 \cdot 10^5 \text{ В/м}$
 $K = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$

возможны 2 случая расположения (1) A, B и C
возможны 2 случая расположения (2) A, B и C



$$\alpha = \frac{OA + OB}{2}$$

$$OA = a, OB = b, OC = c \text{ тогда } c = \frac{a+b}{2}$$

E_{Ac}

$$E_A = k \cdot \frac{q_0}{a^2}$$

$$E_B = k \cdot \frac{q_0}{b^2}$$

$$E_C = k \cdot \frac{q_0}{c^2} = \frac{4kq_0}{(a+b)^2} \Rightarrow$$

$$a = \sqrt{\frac{kq_0}{E_A}} \quad (*)$$

$$b = \sqrt{\frac{kq_0}{E_B}} \quad (**)$$

$$\Rightarrow E_C = \frac{4kq_0}{\left(\sqrt{\frac{kq_0}{E_A}} + \sqrt{\frac{kq_0}{E_B}}\right)^2} = \frac{4}{\frac{1}{E_A} + \frac{1}{E_B} + \frac{2}{\sqrt{E_A \cdot E_B}}}$$

$$[E_C] = \frac{1}{\left(\frac{1}{\text{В/м}}\right) + \left(\frac{1}{\text{В/м}}\right) + \frac{1}{\sqrt{\text{В/м} \cdot \text{В/м}}}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\text{В/м}}\right)} = \text{В/м}$$



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

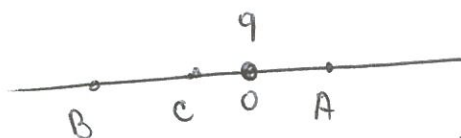
$$E_c = \frac{4}{\frac{1}{0,9 \cdot 10^5} + \frac{1}{0,3 \cdot 10^5} + \frac{2}{\sqrt{0,3 \cdot 0,9 \cdot 10^5 \cdot 10^5}}} = \frac{4}{10^5 \left(\frac{1}{0,9} + \frac{1}{0,3} + \frac{2}{\sqrt{0,27}} \right)}$$

$$= \frac{4 \cdot 10^5}{\frac{1}{3 \cdot 0,3} + \frac{1}{0,3} + \frac{2}{\sqrt{3 \cdot 0,3}}} = \frac{4 \cdot 10^5}{\frac{1}{0,9} + \frac{0,3 + 2\sqrt{3}}{0,9}}$$

$$= \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 0,9}{1,3 + 2\sqrt{3} \approx 3,5} = \frac{3,6 \cdot 10^5}{3,5} \approx 0,975 \cdot 10^5 \text{ В/м}$$

Ответ: $E_c \approx 0,975 \cdot 10^5 \text{ В/м}$

2 эн.



$BO = a, OC = b, OA = c$

тогда $E = \frac{b-a}{2}$

по рассуждениям, аналогичным 1 случаю

$$E_c = \frac{4k \cdot q_0}{(b-a)^2} \Rightarrow E_c = \frac{4k \cdot q_0}{\left(\sqrt{\frac{k \cdot q_0}{E_B}} - \sqrt{\frac{k \cdot q_0}{E_A}} \right)^2}$$

$$= \frac{4kq_0}{kq_0 \left(\frac{1}{\sqrt{E_B}} - \frac{1}{\sqrt{E_A}} \right)^2} = \frac{4}{\left(\frac{\sqrt{E_A} - \sqrt{E_B}}{\sqrt{E_A} \cdot \sqrt{E_B}} \right)^2} = \frac{4E_A \cdot E_B}{E_A + E_B - 2\sqrt{E_A \cdot E_B}}$$

$$= \frac{4 \cdot 0,9 \cdot 10^5 \cdot 0,3 \cdot 10^5}{0,9 \cdot 10^5 + 0,3 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5 \cdot \sqrt{0,9 \cdot 0,3}} = \frac{1,08 \cdot 10^5}{1,2 - 2\sqrt{3} \cdot 0,3}$$

$$= \frac{0,3 \cdot 3,6 \cdot 10^5}{0,2(4 - 2\sqrt{3})} \approx \frac{3,6 \cdot 10^5}{0,5} \approx 7,2 \cdot 10^5 \text{ В/м}$$

Ответ: $7,2 \cdot 10^5 \text{ В/м}$



Вариант № 1

№9.

Дано:

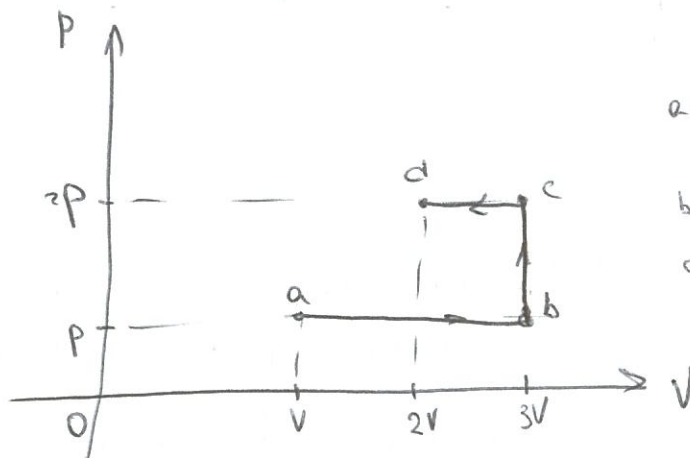
$$V = 1 \text{ моль}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$$

$$\Delta T = 200 \text{ К}$$

$$i = 3$$

$Q^{\downarrow} = ?$



	ΔU	$A^{\uparrow}$	$Q^{\downarrow}$
a → b	+	+	+
b → c	+	0	+
c → d	-	-	-

↑ газ получает тепло
↑ газ отдает тепло

температура максимальна в c.e

температура минимальна в a.e

$$\text{и.о.р.} \begin{cases} \Delta T = T_c - T_A \\ \frac{pV}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{p_A \cdot V_A}{T_A} = \frac{p_c \cdot V_c}{T_c} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{pV}{T_A} = \frac{6pV}{T_c} \Rightarrow T_A = \frac{T_c}{6}$$

$$\Rightarrow T_c = 6T_A$$

$$\begin{cases} T_c - T_A = 200 \text{ К} \\ T_c = 6T_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_c = 6T_A \\ 6T_A - T_A = 200 \text{ К} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_c = 6T_A \\ 5T_A = 200 \text{ К} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_c = 6T_A \\ T_A = 40 \text{ К} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_c = 240 \text{ К} \\ T_A = 40 \text{ К} \end{cases}$$

газ получает тепло на участках a → b и b → c ⇒

$$\Rightarrow Q_{\text{получ}}^{\downarrow} = Q_{a \rightarrow b} + Q_{b \rightarrow c} \quad (*)$$

$$Q^{\downarrow} = A^{\uparrow} + \Delta U - \text{1-ое зак. термодинамики} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (*) \Rightarrow Q_{\text{получ}}^{\downarrow} = A_{a \rightarrow b}^{\uparrow} + \Delta U_{a \rightarrow b} + A_{b \rightarrow c}^{\uparrow} + \Delta U_{b \rightarrow c} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{\text{получ}}^{\downarrow} = 2pV + \frac{3}{2} 2pV + 0 + \frac{3}{2} \cdot 3pV = 2pV + 3pV + 4,5pV = 9,5pV$$

$$p_A \cdot V_A = \nu R T_A = 3 \text{ К} \cdot \text{М} \Rightarrow$$

$$pV = \nu R T_A$$

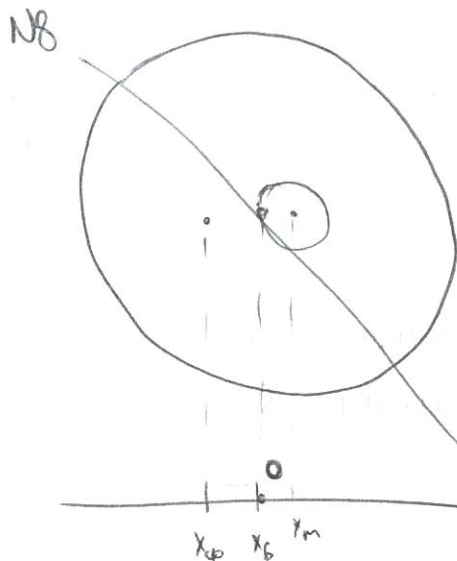
$$pV = 1 \text{ моль} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} = 40 \text{ Дж} = 325,6 \text{ Н} \cdot \text{м}$$



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

т.о.р. $Q_{\text{ам}} = 9,5 \rho V = 9,5 \cdot 322,6 \text{ Н/м} = 2193,2 \text{ Дин}$

Ответ: $Q^* = 2193,2 \text{ Дин}$



x_0 - координата центра масс шара с кольцом
 x_5 - координата центра масс большого шара без кольца

x_m - координата центра масс маленького шара
 m - масса маленького шара

тогда $\frac{x_5}{M_5} = \frac{x_0}{M} + \frac{x_m}{m}$
выберем 0 в x_5
 $x_5 \cdot M_5 = x_0 \cdot M + x_m \cdot m$

тогда $\frac{x_0}{M} = -\frac{x_m}{m} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x_0}{M} = -\frac{R/4}{\rho \cdot V} \Rightarrow x_0 = -\frac{R/4 \cdot M}{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho} = -\frac{16M}{21R^3}$

$x_0 = -\frac{1}{\frac{4}{3} \pi \frac{4}{3} \cdot \frac{R^2}{16} \cdot \frac{16}{21R^3}} = -\frac{1}{4}$

$\rho = \frac{M}{V} =$

$= \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi (\frac{R}{4})^3 =}$

$= \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi \frac{R^3}{64}} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi \cdot \frac{63}{64} R^3}$

$\frac{16M}{21R^3}$

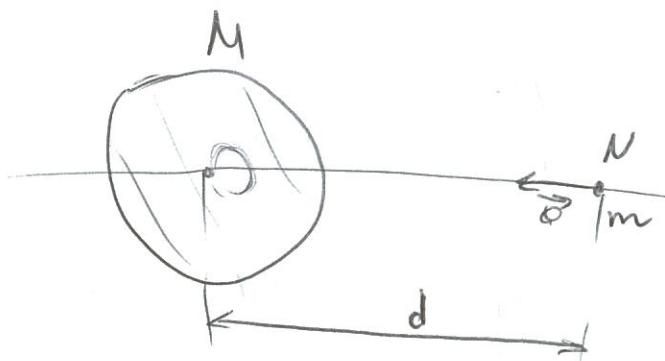
$m = \frac{16M}{21R^3} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{63} M$



Вариант № 1

№8

$$F_{\text{г}} = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$



$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi (\frac{R}{4})^3} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot (1 - \frac{1}{64})} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \frac{63}{64}} = \frac{16M}{21\pi R^3}$$

1. При рассмотрении случая, когда в ядре нет полости,

тогда $F_{\text{г}} = \gamma \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \frac{16M}{21\pi R^3} = \gamma \cdot \frac{64}{63} \frac{Mm}{d^2}$

$$\Rightarrow \gamma \cdot \frac{64}{63} \frac{Mm}{d^2}$$

~~но не так, как в ядре сделана поправка на плотность,~~

② рассмотрим силу, действующую на 7. N со стороны сферы радиусом $\frac{R}{4}$

$$f = \gamma \cdot m \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi (\frac{R}{4})^3 \cdot \frac{16M}{21\pi R^3}}{(d - \frac{R}{4})^2} = \gamma \cdot \frac{\frac{1}{63} Mm}{(d - \frac{R}{4})^2}$$

③

но не так, как в Солнце, ядре появилась поправка,

сила, действующая на N увеличилась на величину f



$$\begin{cases} \text{г.о.р.} & f_{\text{уп}} = F - f = \frac{\gamma \cdot \frac{64}{63} M m}{d^2} - \frac{\gamma \cdot \frac{1}{63} M m}{\left(d - \frac{R}{4}\right)^2} \\ & f_{\text{уп}} = m a \end{cases} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma \cdot \frac{64}{63} M m}{d^2} - \frac{\gamma \frac{1}{63} M m}{\left(d - \frac{R}{4}\right)^2} = m a \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{\gamma}{63} \left(\frac{64 M}{d^2} - \frac{1 M}{\left(d - \frac{R}{4}\right)^2} \right) = \frac{\gamma M}{63} \left(\frac{64}{d^2} - \frac{1}{\left(d - \frac{R}{4}\right)^2} \right)$$

125

Ответ:

$$a = \frac{\gamma M}{63} \cdot \left(\frac{64}{d^2} - \frac{1}{\left(d - \frac{R}{4}\right)^2} \right)$$