



Шифр работы 12EH-2503-137
(не заполнять)

Олимпиада школьников «Гранит науки»

Вариант № 3

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

- В бланке олимпиадной работы **необходимо**:
 - выполнять работу только ручкой (паста синего или черного цвета);
 - заполнить номер варианта;
 - пронумеровать страницы.
- В бланке олимпиадной работы **рекомендуется**:
 - писать аккуратно, без помарок;
 - ошибку зачеркивать одной чертой.
- В бланке олимпиадной работы **запрещается**:
 - использовать карандаш, фломастер, штрих и т.п.;
 - делать пометки, не относящиеся к работе.
- За нарушение регламента проведения олимпиады участник может быть отстранен от олимпиады. В случае отстранения участника результат олимпиадной работы аннулируется.

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)											
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	18	10	0	0	0	0	8	10	6	5	30
Фамилия И.О. проверяющего	Защелкин М.А.			Подпись				Σ баллов прописью	тридцать		
Фамилия И.О. проверяющего	Мустафеев Н.			Подпись				Σ баллов прописью	тридцать		

Мустафеев Н.
Стоянова Т.В.
Дюкеева А.А.
Примечание
(заполняется проверяющим)
Σ=38 Тридцать восемь



Вариант № 3

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \sqrt{\frac{3 \dots 3}{2018} - \frac{2 \dots 24 \dots 4}{1009} \cdot \frac{1}{1009}} = \sqrt{\frac{3 \dots 3}{2018} - \frac{2 \dots 20 \dots 0}{1009} \cdot \frac{0}{1009} - \frac{3 \dots 3}{1009} - \frac{1 \dots 1}{1009}} = \\ & = \sqrt{\frac{1 \dots 10 \dots 0}{1009} - \frac{1 \dots 1}{1009}} = \sqrt{\frac{1 \dots 1 \cdot (10 \dots 0 - 1)}{1009}} = \\ & = \sqrt{\frac{1 \dots 1 \cdot 9 \dots 9}{1009}} = 3 \cdot \frac{1 \dots 1}{1009} = \frac{3 \dots 3}{1009} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{3 \dots 3}{1009}$

$$\textcircled{2} \quad 1138^x = 1137^y + 2275^z$$

$$x=1; y=1; z=0:$$

$$1138 = 1137 + 1 - \text{верно; подходит}$$

$$1138 = 569 \cdot 2$$

$$1137 = 3 \cdot 379$$

$$2275 = 25 \cdot 91$$

$$\text{при больших } x, 1137^y + 2275^z; 2^x$$

$$\frac{2276^x}{2} = \frac{2274^y}{2} + 2275^z$$

$$2275^z = \frac{2276^x - 2274^y}{2}$$

$$2276^x \text{ оканчивается либо на } 6; \text{ либо на } 4$$

$$2274^y \text{ оканчивается либо на } 4; \text{ либо на } 6$$

$$2275^z \text{ оканчивается либо на } 5; \text{ либо на } 1$$

т.к. при больших x, y, z с одной стороны последние цифры либо 0, либо 1, а с другой 5, то приведенное решение единственно

$$\text{Ответ: } x=1; y=1; z=0$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \sin 5x \cos 3y + \sin 3y \cdot \sin 2z - \cos 20x = \\ & = \sin 5x \cdot \sqrt{1 - \sin^2 3y} + \sin 3y \cdot (1 - 2 \sin^2 z) + \sin 2z (\cos 20x) = \\ & \cos 20x = 2 \cos^2 10x - 1 = 2(1 - 2 \sin^2 5x) - 1 = 8 \sin^4 5x - 8 \sin^2 5x + 1 = \\ & = 8 \sin^4 5x - 8 \sin^2 5x + 1 \end{aligned}$$

$$\text{Пусть } v = \sin 5x; \sin 3y = t; \sin 2z = u;$$

$$\begin{aligned} -1 \leq t \leq 1 \\ -1 \leq u \leq 1 \\ -1 \leq v \leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \sqrt{1-t^2} + t(1-2u^2) + u(8v^4-8v^2+1) = \\ & = \sqrt{1-t^2} + t - 2u^2t + 8uv^2(v^2-1) + u \end{aligned}$$

$$u^2=1 \quad \text{т.к. коэф. доминирующего члена макс их значений}$$

$$2) \quad \text{2 случая: } 1) \begin{cases} u=1 \\ v=\frac{1}{2} \end{cases} \quad 2) \begin{cases} u=-1 \\ v=\frac{1}{2} \end{cases}$$



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

1) $u=1; v=\frac{1}{2};$

$$\frac{1}{2}\sqrt{1-t^2} + t - 2t + 8 \cdot \frac{1}{x} \cdot (-\frac{2}{x}) + 1 = \frac{1}{2}\sqrt{1-t^2} - t - 0,5$$

2) $u=1; v=\frac{1}{2};$

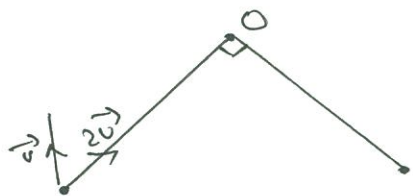
$$\frac{1}{2}\sqrt{1-t^2} + t - 2t + 8 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{4} \cdot (-\frac{3}{4}) - 1 = \frac{1}{2}\sqrt{1-t^2} - t + 0,5$$

- max при $t=0$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 - 0 + 0,5 = 1 \Rightarrow \max \text{ значение} = 1$

Ответ: 1

4)

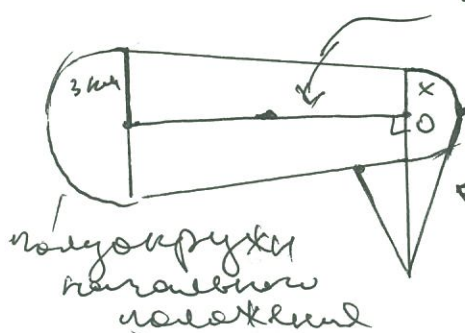


$v=3 \text{ км/ч}$

$t=12$

Три движения по окружности:
сир радиуса 3 км

По дороге до перекрестка:



в каждой (.) окружности путь меньше радиуса

ребер окружности в (.) 0
если к этому радиусу добавим начальную окружность, то это ГМТ

Ответ: ГМТ

5) Т.к. тетраэдр правильный и вписан в правильную шестигранную призму, то линии их пересечения пройдут по их центрам ребер: сечев $AG_1, G_1E; G_1E, EG_2$ и $GB_1; GP_1; GF_1$, а сечение (меньшие части тетраэдра остаются) $\Rightarrow$ получится 2 тетраэдра правильных (остатки) $\Rightarrow$ получится 2 тетраэдра правильных (а) по со сторонами в 2 раза меньшими исходных (а) исходные в эту шестигранник равны) и объемы основаниями:

ребро исходного тетраэдра $= 3 \text{ см} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ребра этих $2 \times 1,5 \text{ см}$

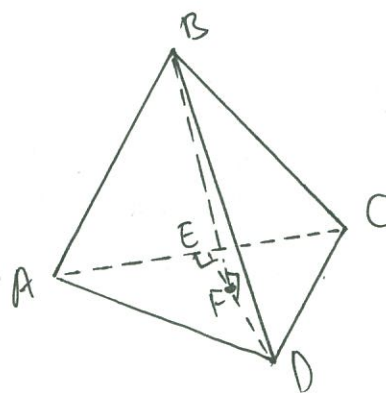
$S_{осн} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ — площадь правильного Δ , где a — сторона Δ



предложения по следующему сравнению



Вариант № 3



DE - вис.; BF - вис.; BF падает на DE т.к. гипотенузы равны

$$\angle A D = \alpha \Rightarrow E D = \sqrt{\alpha^2 - \frac{\alpha^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha$$

$$\Rightarrow D F = \frac{2}{3} \cdot E D = \frac{\sqrt{3}}{3} \alpha$$

$$\Rightarrow B F = \sqrt{B D^2 - D F^2} = \sqrt{\alpha^2 - \frac{\alpha^2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \alpha$$

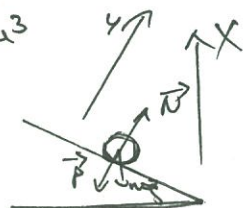
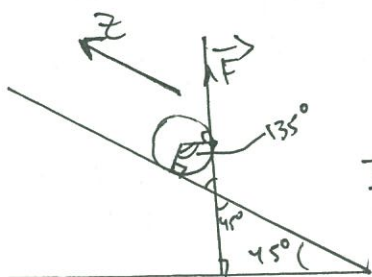
$$\Rightarrow V_{\text{пересечения}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \alpha^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \alpha = \left(\frac{1}{2} h S\right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \alpha^3 \approx \frac{1}{3} \cdot \frac{1,4}{4} \cdot \frac{27}{8} = \frac{7}{5} \cdot \frac{2}{32} = \frac{63}{160}$$

$$\Rightarrow V_{\text{объема}} = 2 V_{\text{пересечения}} = 2 \cdot \frac{63}{160} = \frac{63}{80} \approx 0,79 \text{ см}^3$$

Ответ: $V_{\text{объема}} = 0,79 \text{ см}^3$

⑥



ПЗ.Н. на ОУ: $N = mg \cdot \cos 45^\circ$

$|P| = |N|$ (ПЗ.Н.)

ПЗ.Н. на ОЗ: $F \cdot \cos 45^\circ = mg \cos 45^\circ$

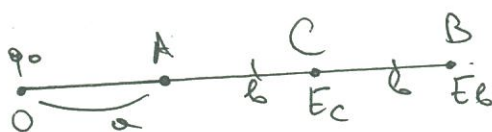
$F = mg$

$$\Rightarrow P = F \cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 90 \text{ Н} \approx \frac{90 \text{ Н}}{1,4} =$$

$$= \frac{90 \text{ Н}}{1,4} \cdot 0,5 = \frac{45 \text{ Н}}{1,4} \approx 32,1 \text{ Н} ; P_{\text{норм}} \text{ или } = mg = F = 90 \text{ Н}$$

Ответ: $P = 32,1 \text{ Н} ; P_{\text{норм}} = 90 \text{ Н}$

⑦



$E = \frac{F}{q} ; P = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$

$\Rightarrow E = \frac{k q_1}{r^2}$

$r_1 = q_0$ (в данном случае)

$$\Rightarrow E_A = \frac{k q_0}{a^2} ; E_C = \frac{k q_0}{(a+b)^2} ; E_B = \frac{k q_0}{(a+2b)^2}$$

$$(a+b)^2 = \frac{k q_0}{E_C}$$

$$(a+2b)^2 = \frac{k q_0}{E_B}$$

$$a+b = \sqrt{\frac{k q_0}{E_C}}$$

$$a+2b = \sqrt{\frac{k q_0}{E_B}}$$

$$b = \sqrt{\frac{k q_0}{E_B}} - \sqrt{\frac{k q_0}{E_C}}$$

$$a = \sqrt{\frac{k q_0}{E_C}} - \sqrt{\frac{k q_0}{E_B}} + \sqrt{\frac{k q_0}{E_C}} = 2 \sqrt{\frac{k q_0}{E_C}} - \sqrt{\frac{k q_0}{E_B}}$$



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$\Rightarrow E_A = \frac{k \rho_0}{\left(2\sqrt{\frac{k \rho_0}{E_c}} - \sqrt{\frac{k \rho_0}{E_c}}\right)^2} = \frac{1}{\left(2\sqrt{\frac{1}{E_c}} - \sqrt{\frac{1}{E_c}}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{E_c} + \frac{1}{E_c} - \frac{4}{\sqrt{E_c E_c}}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{4}{0,48 \cdot 10^5 \text{ В/м}} + \frac{1}{0,3 \cdot 10^5 \text{ В/м}}} = \frac{E_c \cdot E_e}{4E_e + E_c - 4\sqrt{E_c E_e}} =$$

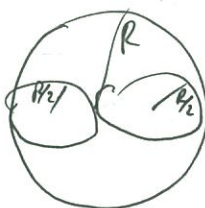
$$= \frac{0,48 \cdot 10^5 \text{ В/м} \cdot 0,3 \cdot 10^5 \text{ В/м}}{4 \cdot 0,3 \cdot 10^5 \text{ В/м} + 0,48 \cdot 10^5 \text{ В/м} - 4 \sqrt{0,48 \cdot 0,3 \cdot 10^{10} \text{ В}^2/\text{м}^2}} =$$

$$\approx \frac{0,144 \cdot 10^5}{(1,2 + 0,48 - 4 \cdot 0,15 \cdot 10^5)} \text{ В/м} = \frac{10^5 \cdot 0,144}{0,18} \text{ В/м} \approx \frac{10^5 \cdot 10^4 \cdot 1,44}{10^2 \cdot 1,8} = 8 \cdot 10^4 \text{ В/м} =$$

$$= 0,8 \cdot 10^5 \text{ В/м}$$

Ответ: $E_A = 0,8 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ (+)

8



Погрешности M - массы
Должно быть
Для расчета гравитации
масса и вычислить
Для гравитации

$$M = \rho V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \Rightarrow M_1 = \frac{4}{3} \pi \frac{R^3}{8} \rho = \frac{M}{8}$$

$$F_{2p} = \frac{G M m}{R^2}$$

$$\Rightarrow F_{2p} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho m}{k d^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{R^3}{8} \rho \cdot m}{(d - \frac{R}{2})^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{R^3}{8} \rho m}{(d + \frac{R}{2})^2} =$$

$$= \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \rho m G \right) \left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{8(d - \frac{R}{2})^2} - \frac{1}{8(d + \frac{R}{2})^2} \right) =$$

$$= k \left(\frac{1}{d^2} - \frac{d^2 + \frac{R^2}{4} + dR - d^2 - \frac{R^2}{4} + dR}{8(d^2 - \frac{R^2}{4})^2} \right) = k \cdot \frac{8(d^4 + \frac{R^4}{16} - \frac{d^2 R^2}{2}) + 2d^3 R}{8(d^2 - \frac{R^2}{4})^2} =$$

$$= k \cdot \frac{8d^4 + \frac{R^4}{2} - 4d^2 R^2 + 2d^3 R}{8(d^2 - \frac{R^2}{4})^2} = G M m \cdot \frac{8d^4 + \frac{R^4}{2} - 4d^2 R^2 + 2d^3 R}{8(d^2 - \frac{R^2}{4})^2}$$

Ответ: $F_{2p} = G M m \cdot \frac{8d^4 + \frac{R^4}{2} - 4d^2 R^2 + 2d^3 R}{8(d^2 - \frac{R^2}{4})^2}$

100. +



Вариант № 3

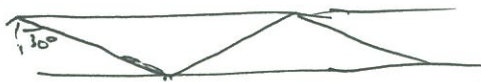
9

$$\alpha = 30^\circ$$

$$l = 630 \text{ м}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$t = ?$$



$$n l_1 \cdot \sin 30^\circ = l$$

$$l_1 = \frac{l}{\sin 30^\circ}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{l}{n l_1}$$

$$n l_1 = \frac{l}{\cos 60^\circ} = \frac{630 \text{ м}}{\frac{1}{2}} = 1260 \text{ м}$$

$$\tau = \frac{n l_1}{c} = \frac{1260 \text{ м}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 420 \cdot 10^{-8} \text{ с}$$

Ответ: $\tau = 420 \cdot 10^{-8} \text{ с}$

65

10

Q 20

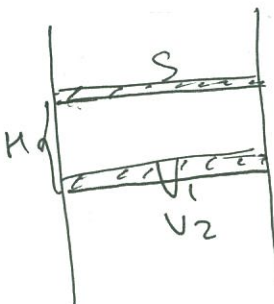
$K = ?$

$$\alpha = \frac{\Delta T}{T}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \beta$$

$$p_0$$

$$p V^\gamma = \text{const} \text{ — упр. 2 Пуассона}$$



$$V_2 + K S = V_1$$

$$V_1 = \beta V_2$$

$$V_2 = \frac{K S}{\beta - 1}$$

$$p_0 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

$$p_0 \beta^\gamma V_2^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

$$p_2 = p_0 \cdot \beta^\gamma$$

$$p = \frac{m}{V} \cdot \frac{RT}{M} \text{ (упр. 2 Менг-Ку)}$$

$$p = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{V} \Rightarrow p = \frac{\rho RT}{M} \Rightarrow M = \frac{p_0}{\rho RT_1}$$

$$p = \text{const} \Rightarrow \frac{p V}{T} = \text{const}$$

$$\alpha = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

$$\frac{p_0 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{p_0 \cdot \beta V_2}{T_1} = \frac{p_0 \cdot \beta^\gamma V_2}{T_2}$$

$$T_2 - T_1 = \alpha T_1$$

$$T_1 (\alpha + 1) = T_2$$

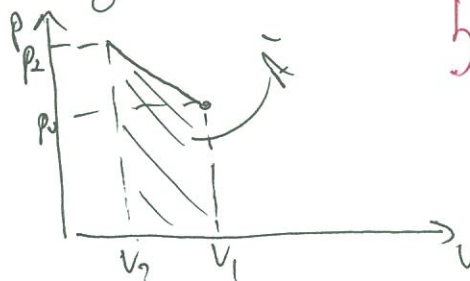
$$T_2 = T_1 \cdot \beta^{\gamma-1}$$

$$(\alpha + 1) = \beta^{\gamma-1}$$

$$mg = p_0 S \Rightarrow m = \frac{p_0 S}{g}$$

$$Q = \Delta U + A' \Rightarrow A' = -\Delta U$$

$$\frac{p_0 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) = - \frac{\rho R (T_2 - T_1)}{\gamma - 1}$$



55



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$\frac{p_0(1+\beta^x)}{2}(\beta-1)U_2 = \frac{\alpha T_1}{\gamma-1} \overbrace{(\overline{T_2 - T_1})}^{\alpha T_1}$$

$$T_1 = \frac{p_0(1+\beta^x)(\beta-1) \cdot \frac{U_2}{\beta-1}}{2 \alpha R} (\gamma-1)$$

$$\kappa = \frac{2 \alpha R \alpha T_1}{(\gamma-1) p_0(1+\beta^x) \cdot 5 \cdot \cancel{S}}$$

$$p_0 \underbrace{U_1}_{\substack{(U_2 + U_3) \\ \frac{U_2}{\beta-1} \\ \frac{U_3}{\beta-1}}} = \alpha R T_1$$

$$p_0 \cdot U_3 \left(\frac{1}{\beta-1} + 1 \right) = \alpha R T_1$$

$$\kappa = \frac{2 \alpha \cdot p_0 U_3 \left(\frac{1}{\beta-1} + 1 \right)}{(\gamma-1) p_0(1+\beta^x) \cdot 5}$$

$$\kappa = \frac{2 \alpha \left(\frac{1}{\beta-1} + 1 \right)}{(\gamma-1)(1+\beta^x)}$$