



Шифр работы 12БН-2503-246
(не заполнять)

Олимпиада школьников «Гранит науки»

Вариант № 1

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

1. В бланке олимпиадной работы **необходимо:**

- выполнять работу только ручкой (паста синего или черного цвета);
- заполнить номер варианта;
- пронумеровать страницы.

2. В бланке олимпиадной работы **рекомендуется:**

- писать аккуратно, без помарок;
- ошибку зачеркивать одной чертой.

3. В бланке олимпиадной работы **запрещается:**

- использовать карандаш, фломастер, штрих и т.п.;
- делать пометки, не относящиеся к работе.

4. За нарушение регламента проведения олимпиады участник может быть отстранен от олимпиады. В случае отстранения участника результат олимпиадной работы аннулируется.

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)											
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	8	2	—	0	0	5	3	4	4	15	41
Фамилия И.О. проверяющего	Лебедев ИА			Подпись	[Подпись]			Σ баллов прописью	десять		
Фамилия И.О. проверяющего	Иванов АС			Подпись	[Подпись]			Σ баллов прописью	тридцать один		

Мухоморов АС
Степанова ИА
Яковлева ИА
Примечание
(заполняется проверяющим)
Σ=41 сорок один

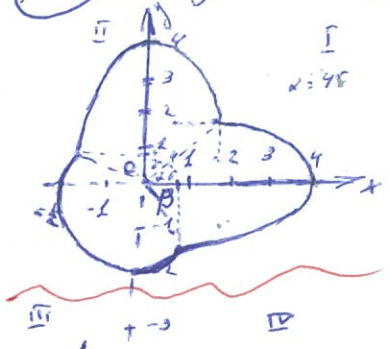


Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

№4

Введем систему координат (x, y), с началом в (1) O.



--- - пустота - дорожка.

$d_{II} = d_{III}$.

II часть координатной плоскости: пустота $t \leq 1$; дорожка $t > 1$ и дорожка $t > 4$.

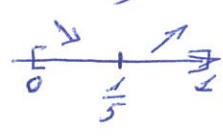
III, IV часть координатной плоскости: дорожка $t > 4$; по пустоте $(1-t)$ час.

расстояние до (1) O до дорожки $\sqrt{(4t)^2 + ((1-t) \cdot 2)^2}$

$$S = \sqrt{16t^2 + 4 - 8t + 4t^2} = \sqrt{20t^2 - 8t + 4} = 2\sqrt{5t^2 - 2t + 1}$$

исследуем $\sqrt{a}$ - a , $\sqrt{a}$ в. Вспомогательная функция $f(t)$ имеет вид $f(t) = 5t^2 - 2t + 1$, как функция (по t - по координате)

$$(20t^2 - 8t + 4)' = 40t - 8$$

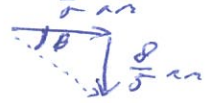
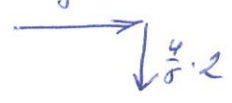


значения в $t=0, 1/5$ и $t=1$ и т.д. и т.д.

В $t = 1/5$ - t час min.

$$\sqrt{20t^2 - 8t + 4} = \sqrt{20 \cdot \frac{1}{25} - \frac{8}{5} + 4} = \sqrt{\frac{4}{5} - \frac{8}{5} + 4} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

Если ехать по дорожке x :

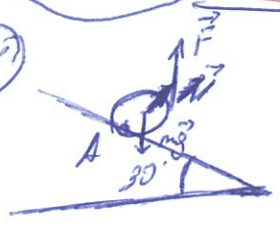


$\tan \alpha = 2$

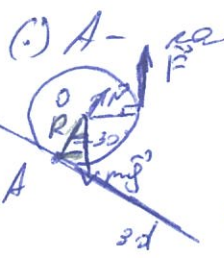
$t > 1/5$ расс. t и t работают.

Ответ: см. рисунок.

№6



Цилиндр катится без проскальзывания. Цилиндр удерживается в состоянии покоя. Сила тяжести mg должна быть равна 0. Рассмотрим отн. центра (O) / моменты сил отн. (O) A.



$$\begin{aligned} M(\vec{N}) &= 0 \text{ (сила действует через (O) A)} \\ M(mg) &= mg \cdot R \cdot \sin 30^\circ \\ M(F) &= F \cdot (R + R \cdot \sin 30^\circ) \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} mg \cdot R \cdot \frac{1}{2} &= F \cdot R \cdot \frac{3}{2} \\ mg \cdot \frac{1}{2} &= F \cdot \frac{3}{2} \\ mg &= 3F \end{aligned}$$

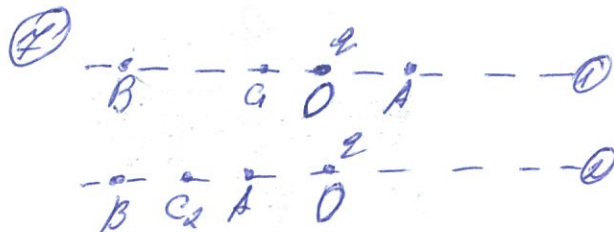


Вариант № 1

$$270 = 3F$$

$$F = 90 \text{ н}$$

Ответ: 90 н.



$$E = \frac{kq}{r^2} \text{ - сила притяжения}$$

$$r_B = \sqrt{\frac{kq}{E_B}}, r_A = \sqrt{\frac{kq}{E_A}}$$

$$E_{C1} = \frac{kq}{(r_B - r_A)^2} = \frac{kq \cdot 4}{r_B^2 - 2r_A r_B + r_A^2}$$

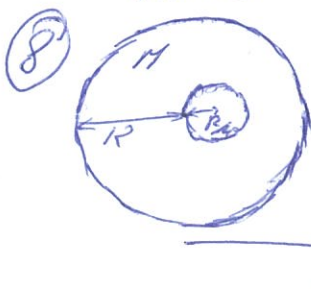
$$= \frac{kq \cdot 4}{\frac{kq}{E_B} - 2\sqrt{\frac{kq}{E_B E_A}} + \frac{kq}{E_A}} = \frac{4}{\frac{1}{E_B} - 2\sqrt{\frac{1}{E_B E_A}} + \frac{1}{E_A}}$$

$$= \frac{4 E_B E_A}{E_A + 2\sqrt{E_B E_A} + E_B} = \frac{4 E_B E_A}{(E_A + \sqrt{E_B E_A})^2}$$

$$E_{C1} = \frac{4 \cdot 0,9 \cdot 10^5 \cdot 0,3 \cdot 10^5}{(0,3 \cdot 10^5 + \sqrt{0,9 \cdot 0,3 \cdot 10^{10}} + 0,9 \cdot 10^5)^2}$$

$$= \frac{4 \cdot 0,27 \cdot 10^5}{(0,3 \cdot 10^5 + 0,5 \cdot 10^5 + 0,9 \cdot 10^5)^2} = \frac{4 \cdot 0,27 \cdot 10^{10}}{1,7^2 \cdot 10^{10}} = \frac{1,08}{2,89} \cdot 10^5 \approx 0,37 \cdot 10^5 \text{ В/м}$$

Ответ: $1,5 \cdot 10^5 \text{ В/м}$, если по разным сторонам от (1) О, $0,37 \cdot 10^5 \text{ В/м}$, если по одну сторону от (1) О.



2. n

масса шара с учетом выреза

$$M' - m = M$$

масса без выреза

$$R \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 - R \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{R^3}{64} = M$$

$$R \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 (1 - \frac{1}{64}) = M$$

$$M' (\frac{63}{64}) = M$$

$$M' = \frac{64M}{63}$$

см. оборот



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

сред. $m = \frac{1}{63} M$
масса - масса

$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$ - общая формула.

$m_1 g = G \frac{m_1 \cdot M_1}{R^2}$ $g = G \frac{M_1}{R^2}$
уравнение

В нашем случае можно сделать так:

$$F = G \frac{m_1 \cdot M_1}{d^2} - G \frac{m_1 \cdot m}{(d - \frac{R}{4})^2} = G m_1 \left(\frac{M_1}{d^2} - \frac{m}{d^2 - 2d \frac{R}{4} + \frac{R^2}{16}} \right) =$$

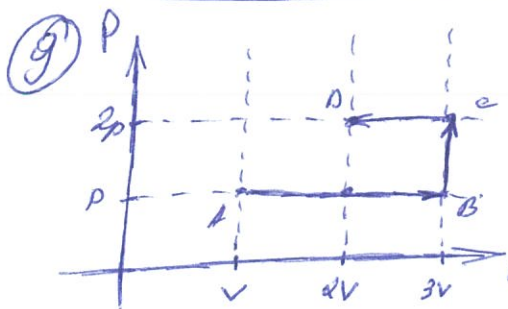
$$= G m_1 \left(\frac{M_1 d^2 - \frac{dR}{2} M_1 + \frac{R^2}{16} M_1 - m d^2}{d^2 (d^2 - \frac{dR}{2} + \frac{R^2}{16})} \right)$$

$F = m_1 g$

$$g = G \left(\frac{\frac{64}{63} M d^2 - \frac{dR \cdot 64 M}{63} + \frac{R^2 \cdot 64 M}{16 \cdot 63} - \frac{M d^2}{63}}{d^2 (d^2 - \frac{dR}{2} + \frac{R^2}{16})} \right) = G \frac{M d^2 - \frac{dR \cdot 64 M}{63} + \frac{4 R^2}{63}}{d^2 (d^2 - \frac{dR}{2} + \frac{R^2}{16})}$$

$$= G \frac{63 M d^2 - dR \cdot 64 M + 4 M R^2}{63 d^2 (d^2 - \frac{dR}{2} + \frac{R^2}{16})}$$

Or let: $G M \left(\frac{63 d^2 - 64 dR + 4 R^2}{63 d^2 (16 d^2 - 8 dR + R^2)} \right)$



AB - изобарное нагревание $\uparrow$ $\uparrow$
BC - изохорное нагревание $\uparrow$ $\uparrow$
CD - изобарное охлаждение $\downarrow$ $\downarrow$
Очевидно, что A - самый мал. T,
C - самый большой T.

~~AB - VAR - T A2~~

~~$P_A V_A = P_B V_B$~~ $P_A V_A = P_B V_B$ A: $P V = \nu R T_A$
 ~~$P_A V_A = P_B V_B$~~ B: $P_B V = \nu R T_B$

$\frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{3}$

B: $P_B V = \nu R T_B$

C: $2 P_B V = \nu R T_C$

$\frac{T_B}{T_C} = \frac{1}{2}$

$\frac{T_A}{T_C} = \frac{1}{6}$

$T_C - T_A = 200 \Rightarrow \frac{5}{6} T_C = 200$

$T_C = 240 K$

$T_B = 120 K$

$T_A = 40 K$

$T_D = 160 K$

~~$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD}$~~

C: $2 P_B V = \nu R T_C$

D: $2 P_B V = \nu R T_D$

$\frac{T_C}{T_D} = \frac{3}{2}$

$Q_{\text{воз}} = Q_{AB} + Q_{BC}$

Очевидно, что на CD Q не передается

T.K. $V \downarrow \Rightarrow A < D$, $T \downarrow \Rightarrow B < C$

См. след. страницу.



Вариант № 1

$$Q_{\text{под}} = \underbrace{\frac{3}{2} \nu R \Delta T_{AB}}_{\text{д. ЧАБ}} + \underbrace{\nu R \Delta T_{AB}}_{\text{д. АБВ}} + \underbrace{\frac{3}{2} \nu R \Delta T_{BC}}_{\text{д. ВБС}} = \nu R \left(\frac{5}{2} \Delta T_{AB} + \frac{3}{2} \Delta T_{BC} \right)$$

AB — ~~изотермический~~ изотермический процесс, $A_2 \rightarrow B \Rightarrow \nu R \Delta T$

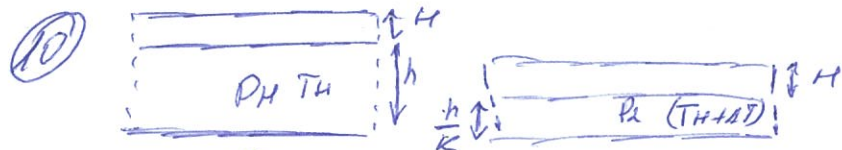
$$P_H \nu R T_H = \frac{P_H \nu}{T_H} = \nu R$$

$$Q_{\text{под}} = \frac{P_H \nu}{R} \left(\frac{5}{2} \cdot 80 + \frac{3}{2} \cdot 120 \right) = \frac{P_H \nu \cdot 320}{R} = 8,31 \text{ Дж}$$

$$Q_{\text{под}} = 1,891 \left(\frac{5}{2} \cdot 80 + \frac{3}{2} \cdot 120 \right) = 8,31 \cdot 320$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \\ \times 320 \\ \hline 66480 \\ 24930 \\ \hline 315780 \end{array}$$

Ответ: 31578 Дж.



S — площадь поверхности поршня
h — высота поршня

адиабатный процесс: $Q=0$ $A_2 = \Delta U$ внешние силы (обрушающиеся поршня) совершают работу над газом.

Елот $\Rightarrow \Delta U$
потенциальная энергия поршня

$$E_{\text{лот}} = m g h = \rho \cdot S \cdot h \cdot \left(h - \frac{h}{k} \right) g = \rho S h^2 \left(\frac{k-1}{k} \right) g$$

$$\rho S h^2 \left(\frac{k-1}{k} \right) g = \frac{\nu R \Delta T}{(r-1)}$$

по уравнению состояния $P_H \cdot V = \nu R T_H$, $P_H \cdot S \cdot h = \nu R T_H$

$$h = \frac{\nu R T_H}{P_H S}$$

$$\rho S h \cdot \frac{\nu R T_H}{P_H S} \left(\frac{k-1}{k} \right) g = \frac{\nu R \Delta T}{(r-1)}$$

$$\frac{\Delta T}{T_H} = \frac{\rho \cdot h \cdot (k-1) \cdot (r-1) g}{P_H \cdot k} \text{ — относительное повышение } T.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\rho \cdot h \cdot (k-1) \cdot (r-1) g}{P_H \cdot k}$$

✓ x 156



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

математика



5

