



Шифр работы 12ЕН-2503-169
(не заполнять)

Олимпиада школьников «Гранит науки»

Вариант № 1

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

1. В бланке олимпиадной работы **необходимо:**

- выполнять работу только ручкой (паста синего или черного цвета);
- заполнить номер варианта;
- пронумеровать страницы.

2. В бланке олимпиадной работы **рекомендуется:**

- писать аккуратно, без помарок;
- ошибку зачеркивать одной чертой.

3. В бланке олимпиадной работы **запрещается:**

- использовать карандаш, фломастер, штрих и т.п.;
- делать пометки, не относящиеся к работе.

4. За нарушение регламента проведения олимпиады участник может быть отстранен от олимпиады. В случае отстранения участника результат олимпиадной работы аннулируется.

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	8	1	8	—	0	5	8	—	12	—	45
Фамилия И.О. проверяющего				Подпись			Σ баллов прописью				
Фамилия И.О. проверяющего	Лебедев И.А.			Подпись			Σ баллов прописью		сорок два		

Иванов А.В.
Мухомов А.
Сидорова И.В.
Давыдов А.
Примечание
(заполняется проверяющим)
Всего сорок пять баллов
Сорок два балла



Вариант № 1

$$1) \sqrt[2]{\overbrace{22 \dots 22}^{(2018) \text{ двоек}} - \overbrace{1 \cdot 1 \dots 333 \dots 3}^{(1005) \text{ единиц} \quad (1005) \text{ троек}}} =$$

$$\sqrt{2(1+10+10^2+\dots+10^{2017}) - 1(10^{1005}+10^{1010}+\dots+10^{2017}) - 3(1+10+10^2+\dots+10^{1008})} =$$

$$= \sqrt{2(1+10+10^2+\dots+10^{1008}+10^{1005}+\dots+10^{2017}) - 1(10^{1005}+10^{1010}+10^{1011}+\dots+10^{2017}) - 3(1+10+10^2+\dots+10^{1008})}$$

$$+10+10^2+\dots+10^{1008}) = \sqrt{2(1+10+10^2+\dots+10^{1008}+10^{1005}(1+\dots+10^{1008})) - 10^{1005}(1+10+10^2+\dots+10^{1008}) - 3(1+10+10^2+\dots+10^{1008})}$$

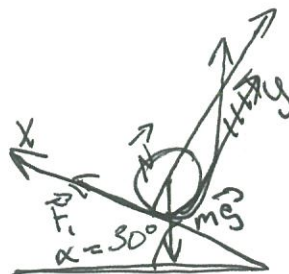
$$+10+\dots+10^{1008}) - 3(1+10+10^2+\dots+10^{1008}) = \sqrt{(1+10+10^2+\dots+10^{1008})(2+2 \cdot 10^{1005} - 10^{1005} - 3)}$$

$$= \sqrt{\frac{10^{1005}-1}{10-1} \cdot (10^{1005}-1)} = \frac{(10^{1005}-1)}{3} = \frac{999 \dots 99}{3} = 333 \dots 3 \quad (1005) \text{ троек}$$

Ответ: 333...3 (1005) троек. +

№6

Тело в равновесии $\Rightarrow$ момент силы $\vec{F}$ равен моменту силы направленной по оси X. Плечи одинаковые равны R цилиндра. $\Rightarrow$ сила, направленная вдоль огибающей цилиндра нити по X, по модулю равна F



$$F + F \sin 30^\circ = mg \sin 30^\circ \cdot F(1 + \frac{1}{2}) = \frac{mg}{2}$$

$$F = \frac{mg}{3} = \frac{27 \cdot 10}{3} = 90 \text{ Н}$$

Ответ: F = 90 Н.



3)

$$\sin 2x \cos 3y + \sin 3y \cos 2x + \sin z \cos 8x \leq |\cos 3y + \sin 3y| + 1 = \sqrt{2} + 1$$

при $x = \frac{3\pi}{4}$, $y = \frac{5\pi}{12}$, $z = \frac{\pi}{2}$ достигается данное значение

Ответ: при $x = \frac{3\pi}{4}$, $y = \frac{5\pi}{12}$, $z = \frac{\pi}{2}$ достигается наиб. значение выпр. $\sqrt{2} + 1$.

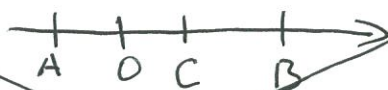
+

~~7~~

Дано:

$$E_A = 0,8 \cdot 10^5 \frac{B}{m}$$

$$E_B = 0,3 \cdot 10^5 \frac{B}{m}$$



$$E_c = E_A - E_B$$

$$E_c = 0,8 \cdot 10^5 \frac{B}{m} - 0,3 \cdot 10^5 \frac{B}{m} = 0,5 \cdot 10^5 \frac{B}{m}$$

~~Ответ $0,6 \cdot 10^5 \frac{B}{m}$.~~

~~5~~

$$Q = \Delta U + A$$

из рис., работа численно равна S под графиком процесса.

$$A_{ab} = p \cdot 2V \quad A_{cd} = 2p \cdot V \quad | \Rightarrow A = A_{ab} + A_{cd} = 0$$

Изменение вн. энергии газа идеального газа $\Delta U = \frac{3}{2} VR (T_d - T_a)$



Вариант № 1

Уравнения сост. для точек на графике ^{№ 9} $pV = RT_a$; $3pV = RT_b$
 $6pV = RT_c$; $4pV = RT_d \Rightarrow T_a < T_b < T_d < T_c$

минимальная $T - T_a$; максимальная $T - T_c \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_d = \frac{4p_0V_0}{R}; T_a = \frac{p_0V_0}{R}; \frac{6p_0V_0}{R}$$

Отношение общего изменения ϵ к макс.:

$$\frac{T_d - T_a}{T_c - T_a} = \frac{\frac{4pV}{R} - \frac{pV}{R}}{\frac{6pV}{R} - \frac{pV}{R}} = \frac{3}{5} \Rightarrow T_d - T_a = \frac{3}{5}(T_c - T_a) = \frac{3}{5}\Delta T$$

Так как $A=0$, то изменение внутренней энергии будет равно
подведенной теплоты.

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}VR(T_d - T_a) = \frac{3}{2} \cdot V \cdot R \cdot \frac{3}{5}\Delta T = \frac{9}{10} \cdot V \cdot R \Delta T = 0,9 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 201$$

$\approx 1500 \text{ Дж.}$

Ответ: $Q = 1500 \text{ Дж.}$

№ 7

Вектор напряженности точечного заряда q в любой точке
поля (A, B, C) направлен вдоль прямой, соединяющей эту
точку и q_0

$$E_A = \frac{kq_0}{r_A^2}; E_B = \frac{kq_0}{r_B^2}; E_C = \frac{kq_0}{r_C^2} = \frac{kq_0}{\left(\frac{r_A + r_B}{2}\right)^2} = \frac{4kq_0}{(r_A + r_B)^2}$$



где r_A, r_B, r_C — расстояния от q_0 до A, B, C , а $r_C = \frac{r_A + r_B}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow r_A^2 = \frac{kq_0}{E_A} ; r_B^2 = \frac{kq_0}{E_B} ; r_A = \sqrt{\frac{kq_0}{E_A}} ; r_B = \sqrt{\frac{kq_0}{E_B}}$$

подставим выр. в формулу.

$$E_C = \frac{4kq_0}{\left(\sqrt{\frac{kq_0}{E_A}} + \sqrt{\frac{kq_0}{E_B}}\right)^2} = \frac{4kq_0}{\frac{kq_0}{E_A} + 2\sqrt{\frac{k^2 q_0^2}{E_A E_B}} + \frac{kq_0}{E_B}} = \frac{4kq_0}{kq_0 \left(\frac{1}{E_A} + \frac{2}{\sqrt{E_A E_B}} + \frac{1}{E_B}\right)}$$

$$= \frac{4E_A E_B}{(\sqrt{E_A} + \sqrt{E_B})^2} \quad E_C = \frac{4 \cdot 0,9 \cdot 10^5 \cdot 0,3 \cdot 10^5}{(\sqrt{0,9 \cdot 10^5} + \sqrt{0,3 \cdot 10^5})^2} = 0,48 \cdot 10^5 \text{ В/м}$$

Ответ: $E_C = 0,48 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ + 8 б

№2

$$2018^x = 2017^y + 2035^z$$

$\left. \begin{array}{l} x=2 \quad y=2 \quad z=1 \\ x=1 \quad y=1 \quad z=2 \end{array} \right\}$ при других значениях выражения не имеет смысла

Ответ: $x=2; y=2; z=1$
 $x=1; y=1; z=2$



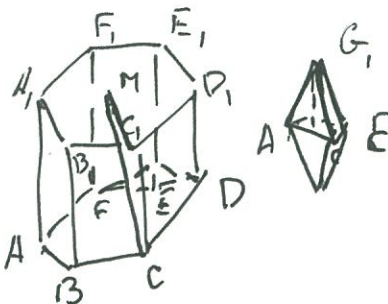
Вариант № 1

Дано:

$ACEFBDA, C_1E_1F_1B_1D_1$ - призма

$ACEG_1$ и $B_1D_1F_1G$ - тетраэдры с ребром $\angle A$

найти V , фигура.



Решение:

Общая часть этих кристаллов имеет форму алмаза.

$$V_{\text{тетр}} = \frac{1}{3} SH$$

Рассмотр. тетр. AB_1EC - правильный.

$$AC = EC = AE$$

$$\text{выс. } OC = 1^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + x^2 \quad (\text{по т. Пифагора})$$

$$x^2 = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad OC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Рассм. $\triangle AEM$ в тетр. AB_1EC - прав.

в прав. $\triangle$ высоты, мед., бис. в точке пересеч. делится как $1:3$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$MC \text{ в призме} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Рассм. $\triangle CMC_1$ - прав.

$$CC_1^2 = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \quad (\text{по Пифагору}) \quad CC_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



Реш.

$\triangle AEC$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} a h$$

$$S_{\triangle} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sqrt{\text{тер}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{18} \cdot 2 = \frac{\sqrt{2}}{9}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{9}$.