



Шифр работы 46Кч1104
(не заполнять)

Олимпиада школьников «Гранит науки»

Вариант № 2

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

- В бланке олимпиадной работы **необходимо**:
 - выполнять работу шариковой или гелевой ручкой (синей или черной);
 - заполнить номер варианта;
 - пронумеровать страницы.
- В бланке олимпиадной работы рекомендуется:
 - писать аккуратно, без помарок;
 - ошибки зачеркивать одной чертой.
- В бланке олимпиадной работы запрещается:
 - использовать простой карандаш;
 - делать пометки, не относящиеся к работе.
- За нарушение регламента проведения олимпиады участник может быть отстранен от олимпиады, в этом случае его результат будет аннулирован.

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)											
№ задания в билете	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	40	22	2	3	12	5	8	10	12	0	68
Фамилия И.О. проверяющего	Скрипкин				Подпись		Σ баллов прописью	шестьдесят восемь			

Чураева И.В.
Мустафов А.С.
Абелева А.А.

Чураева И.В.
Мустафов А.С.
Абелева А.А.

Примечание
(заполняется проверяющим)

Σ = 68
шестьдесят восемь

Проверен А.В.



Вариант № 2

№1.

$$\sqrt{\underbrace{444\dots44}_{2018} - \underbrace{33\dots33}_{1009} \underbrace{55\dots55}_{1009}} =$$

$$\begin{array}{r} 114 \\ 26 \\ 32 \\ 46 \\ 515 \end{array}$$

Решим так:

$$\underbrace{444\dots44}_{2018} = 4 \cdot 10^{2018} + 4 \cdot 10^{2017} + \dots + 4 = 4(10^{2018} + 10^{2017} + \dots + 10^0 + 1) =$$

$$= 4 \left(\frac{1(1 - 10^{2019})}{1 - 10} \right) = -\frac{4}{9} \cdot (1 - 10^{2019})$$

геометрическая прогрессия $b_1=1$,
 $b_{2018}=10^{2018}$, $q=10$

$$\underbrace{33\dots33}_{1009} \underbrace{55\dots55}_{1009} = 3 \cdot 10^{2018} + 3 \cdot 10^{2017} + \dots + 3 \cdot 10^{1010} + 5 \cdot 10^{1009} + 5 \cdot 10^{1008} + \dots + 5 =$$

$$= 3(10^{2018} + 10^{2017} + \dots + 10^{1010}) + 5(10^{1009} + 10^{1008} + \dots + 1) =$$

$$= 3 \left(\frac{10^{1010}(10^{1009} + 10^{1008} + \dots + 1)}{1} \right) + 5 \left(\frac{1(1 - 10^{1010})}{1 - 10} \right) =$$

$$= 3 \cdot 10^{1010} \left(\frac{1 - 10^{1009}}{1 - 10} \right) - \frac{5}{9} \cdot (1 - 10^{1009}) =$$

$$= -\frac{3 \cdot 10^{1010}}{9} (1 - 10^{1009}) - \frac{5}{9} \cdot (1 - 10^{1009})$$

$$\sqrt{-\frac{4}{9} (1 - 10^{2019}) + \frac{3 \cdot 10^{1010}}{9} (1 - 10^{1009}) + \frac{5}{9} \cdot (1 - 10^{1009})} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{9} \cdot (1 - 10^{1009}) \cdot (-4(1 + 10^{1009}) + 5) + \frac{3 \cdot 10^{1010}}{9} (1 - 10^{1009})} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{9} (1 - 10^{1009}) \cdot (-4 - 4 \cdot 10^{1009} + 5) + \frac{3 \cdot 10^{1010}}{9} (1 - 10^{1009})}$$



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{3} \sqrt{(1-10^{1009}) \cdot (1-4 \cdot 10^{1009}) + 3 \cdot 10^{1010} (1-10^{1010})} = \\
 & = \frac{1}{3} \sqrt{1 - 4 \cdot 10^{1009} - 10^{1009} + 4 \cdot 10^{2018} + 3 \cdot 10^{1010} - 3 \cdot 10^{2020}} = \\
 & = \frac{1}{3} \sqrt{1 - 5 \cdot 10^{1009} + 4 \cdot 10^{2018} \cdot (1-300) + 3 \cdot 10^{1010}} = \\
 & = \frac{1}{3} \sqrt{(1-10^{1009}) \cdot (25 + 4 \cdot 10^{2018} \cdot (-299))}
 \end{aligned}$$

N2

Пусть $z=0$, то $x=1; y=1$

$$1) \quad 1418^1 = 1414^1 + 2835^0$$

$$1418 = 1414 + 1$$

$$1418 = 1418 \quad \text{свероятность } \{1; 1; 0\}$$

$$2) \quad 2835 = 2 \cdot 1414 + 1$$

$$1418^x = 1414^y + (2 \cdot 1414 + 1)^z$$

$$\text{Если } y=2,$$

$$x=2, \text{ то}$$

$$1418^2 = 1414^2 + (2 \cdot 1414 + 1)^z$$

$$\text{свероятность } \{2; 2; 1\}$$

$$2010424 - 2004889 = 2835^z$$

$$2835 = 2835^z$$

$$z=1$$

$$3) \quad \text{Сочетанием правую и левую часть при } x \geq 3$$

$$x=3, y=2, z=1$$



Вариант № 2

$$1418^3 = 1414^2 + 2835^1$$

$$2851206632 = 2004889 + 2835^1$$

$$2851206632 = 2010424$$

Теперь рассмотрим для $x=3, y=2, z=2$

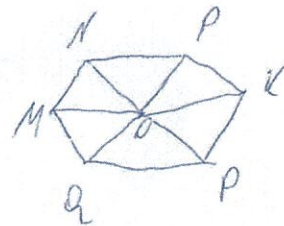
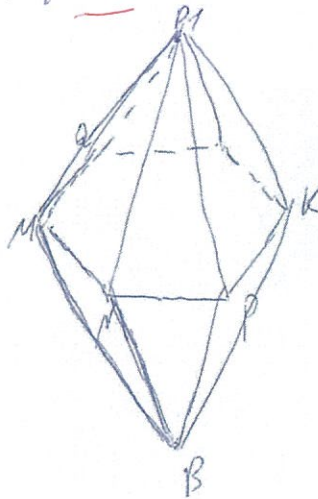
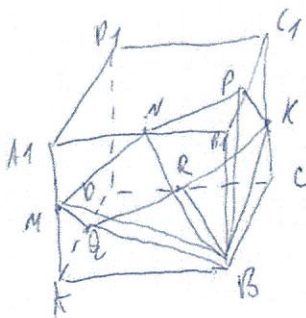
$$2851206632 = 2004889 + 8034225$$

$$2851206632 = 10045114$$

Б.х. $1418^x > 1414^y + 2835^z$, но других решений нет.

Ответ: $\{1; 1; 0\}; \{2; 2; 1\}; \{3; 2; 1\}$

15



Дано: BD_1 — ось

$$a = 5$$

$$V_1 = ?$$

Сечение:

Сечение сечением куба — четырехугольник $MNPQRQ$. А.в. $AM = A_1M$,
 $A_1N = B_1N$ и т.д. шестиугольник правильный, следовательно $\angle MON = \angle NOP =$
 $= \angle POQ = \angle KOR = \angle ROA = \angle QDM = 60^\circ$, следовательно при повороте переходит
в себя.

Всего есть — фигура из двух шестиугольных пирамид с вершинами B и D_1 ,
где $MN = NP = \dots = 5\sqrt{2}$ (по теореме Пифагора из прямоугольного $\triangle MB_1P$).

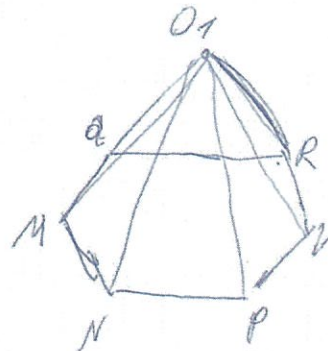
$$V = 2V_6$$

$$V_6 = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$S_6 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 6 = \frac{(\frac{5\sqrt{2}}{2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 6 = \frac{45\sqrt{3}}{4}$$

$$L = \frac{BD_1}{2} = \frac{\sqrt{5^2 + 5^2 + 5^2}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{\text{фигуры}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot L = \frac{1}{3} \cdot \frac{45\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{375}{8}$$



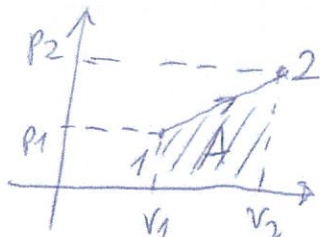


Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$V = 2V_0 = \frac{345}{4}$$

Ответ: $\frac{345}{4} \text{ см}^3$,

14



И.к. $T = \alpha V^2$, $PV = \frac{m}{\mu} RT$ получаем

$$PV = \frac{m}{\mu} R \alpha V^2$$

$$P = \frac{m}{\mu} \frac{R \alpha V}{V}$$

$$P = \frac{m}{\mu} R \alpha V$$

$A = P \Delta V$, где $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$? ⊖

$\Delta V = V_2 - V_1$, тогда $A = \frac{(P_1 + P_2)(V_2 - V_1)}{2} =$
 $= \frac{P_1 V_2 + P_2 V_2 - P_1 V_1 - P_2 V_1}{2}$

$$P_1 = \frac{m}{\mu} R \alpha V_1 = t V_1$$

$P_2 = \frac{m}{\mu} R \alpha V_2 = t V_2$, где $t = \frac{m}{\mu} R \alpha$ $\Rightarrow A = \frac{t \cdot V_1 \cdot V_2 + P_2 V_2 - P_1 V_1 - t V_2 V_1}{2} =$
 $= \frac{1}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_2 - \frac{m}{\mu} R T_1 \right)$

$$= \frac{1}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) = \frac{1}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T$$

по I закону термодинамики $Q = \Delta U + A$

$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T$ И.к. для идеального газа $\frac{m}{\mu} = 1$, то

$$Q = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T + \frac{1}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T = 2 \frac{m}{\mu} R \Delta T = 2 R \Delta T$$

тогда $A = \frac{1}{2} Q = 0,25 \cdot 8 \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^3 \text{ Дж}$

Ответ: $2 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.



Вариант № 2

18. Пусть время в момент взрыва t_k , V — скорость звука.

Время регистрации звука в т. О: $t_o = t_k + \frac{OK}{V}$

Время регистрации звука в т. М: $t_m = t_k + \frac{L - KN}{V}$

Время в точке N: $t_n = t_k + \frac{KN}{V}$

П.к. $OM = MN = L$ (по условию) получаем $OK + KN = 2L$

$$t_o - t_m = \frac{L}{V} \quad V = \frac{L}{t_o - t_m}$$

$$t_m - t_n = \frac{L}{V} - \frac{2 \cdot KN}{V}$$

$$KN = \left(\frac{L}{V} - (t_m - t_n) \right) V = L - V(t_m - t_n)$$

$$t_o - t_m = \frac{L}{V} + \frac{OK + KN}{V} \Rightarrow OK + KN = (t_o - t_m - \frac{L}{V}) \cdot V = V(t_o - t_m) - L$$

$$OK = 2L - KN$$

$$t_o = t_k + \frac{2L}{V} - \frac{KN}{V}$$

$$V = \frac{L}{t_o - t_m}$$

Найдем время, когда произошел взрыв:

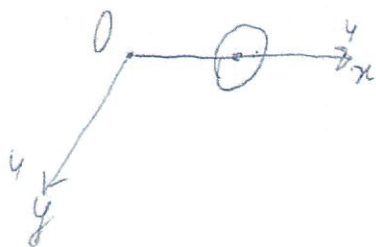
$$t_k = t_m - \frac{1}{2}(t_o - t_n)$$

Знайдем расстояние от т. О до взрыва:

$$OK = L \cdot \frac{3 \cdot t_o - 2t_m - t_n}{2(t_o - t_m)}$$

рч

Заменив найденные пути на скорости — если скорость света по трассе, а потом светит в перпендикуляр. Которая также на трассе поставили в соответствии с расстоянием.



Найденная длина за час по дороге 4 км.

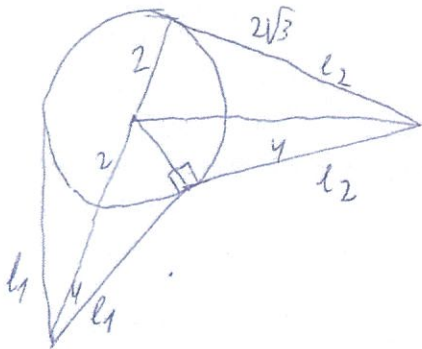
$$\text{Из какой точки человек может отъехать на } 2 \text{ км/ч} \cdot \left(1 \text{ ч} - \frac{\pi \text{ км}}{4 \text{ км/ч}} \right) = 4 - \frac{\pi}{2} \text{ км.}$$



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

l_1, l_2 касательные к окружности с центром в произвольной точке для любого t .

не касаются угла



19. Так как $\epsilon = \frac{A_{\text{внеш}}}{q}$, то $A = q \cdot \epsilon$, где $A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$, тогда

$$q \cdot \epsilon = \frac{mv^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$\frac{mv^2}{2} = q\epsilon + \frac{mV_0^2}{2}$$

$$mv^2 = 2q\epsilon + mV_0^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2q\epsilon}{m} + V_0^2}, \text{ так как } q = e, \epsilon = \frac{A\Phi}{At}, \text{ то } \epsilon_{\text{внеш}} = e \frac{A\Phi}{At}$$

$$\text{тогда } A = q \frac{A\Phi}{At}$$

Выразим v для сечения

$$v = \sqrt{\frac{2e\epsilon}{m} + V_0^2}$$

Учитывая, что $I = I_0$ и

выражая время сечения:



Вариант № 2

Время полета $t = \frac{2\pi R}{v}$. Сила тока протекает через вращающийся диск:

$$I_0 = \frac{q}{t} = \frac{ne^v}{2\pi R} = \frac{ne}{2\pi v} \cdot \sqrt{\frac{2eE}{m} + v_0^2}. \text{ Учитывая, что в касательной}$$

момент времени $I_0 = \frac{nev_0}{2\pi R}$, получим

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{n^2 e^2 E}{2\pi^2 m R^2}}$$

Ответ: $I = \sqrt{I_0^2 + \frac{n^2 e^2 E}{2\pi^2 m R^2}}$

№3

$$\sin 3x \cos 3y + \sin 5y \cos 4z + \sin 2z \cos 4x$$

Пусть $x = y = z = \frac{\pi}{2}$

$$\sin \frac{3\pi}{2} \cos \frac{3\pi}{2} + \sin \frac{5\pi}{2} \cos 2\pi + \sin \pi \cos 4\pi =$$

$$= 0 + 1 \cdot 1 + (-1 \cdot 1) = 0$$

Пусть $x = \frac{\pi}{2}, y = z = \frac{\pi}{4}$

$$\sin \frac{3\pi}{2} \cdot \cos \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{5\pi}{4} \cos \pi + \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} =$$

$$= 0 \cdot \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) \cdot (-1) + 1 \cdot 0 =$$

$$= -1 \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) + (-\frac{\sqrt{2}}{2}) \cdot (-1) + 0 = \sqrt{2} + 1 - \text{константа.}$$



$A_1 B_1$ - polimerizirano

$\triangle ABF = \triangle A_1B_1F_1$ ($\angle BFA = \angle A_1FB_1$; $\angle BAF = \angle FA_1B_1 = 90^\circ$); $\angle ABF = \angle A_1B_1F_1$
 $= \angle F_1B_1A_1$ — при сдвиге BB_1). Следовательно $AF = A_1F = \frac{1}{4}$, но
 $AA_1 = \frac{1}{2}F$.

Orbiter: $A_1 = \frac{1}{2} F$