



Шифр работы 46 КИ 1002
(не заполнять)

Олимпиада школьников «Гранит науки»

Вариант № _____

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

1. В бланке олимпиадной работы **необходимо:**

- выполнять работу шариковой или гелевой ручкой (синей или черной);
- заполнить номер варианта;
- пронумеровать страницы.

2. В бланке олимпиадной работы рекомендуется:

- писать аккуратно, без помарок;
- ошибки зачеркивать одной чертой.

3. В бланке олимпиадной работы **запрещается:**

- использовать простой карандаш;
- делать пометки, не относящиеся к работе.

4. За нарушение регламента проведения олимпиады участник может быть отстранен от олимпиады, в этом случае его результат будет аннулирован.

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)											
№ задания в билете	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Полученный балл	8	1	0	0	10	5	8	8	0	15	40
Фамилия И.О. проверяющего	Скрипникова В.В.			Подпись	Мустафизов Н.В.			Σ баллов прописью	сорок		

Мустафизов Н.В.
Скрипникова В.В.
Ковалева И.В.

Примечание

(заполняется проверяющим)

Σ 55 - пятьдесят пять
Σ = 70
сорок



Вариант № 4

$$\begin{aligned} \text{11. } \sqrt{\frac{5 \dots 5}{2018} - \frac{4 \dots 46 \dots 6}{1009 \cdot 1009}} &= \sqrt{\frac{5 \dots 50 \dots 0}{1009 \cdot 1009} + \frac{5 \dots 5}{1009} + \frac{4 \dots 40 \dots 0}{1009 \cdot 1009} - \frac{6 \dots 6}{1009}} = \\ &= \sqrt{\frac{1 \dots 100 \dots 0}{1009 \cdot 1009} - \frac{1 \dots 1}{1009}} = \sqrt{\frac{1 \dots 1 (10 \dots 0 - 1)}{1009 \cdot 1009}} = \sqrt{\frac{1 \dots 1 \cdot 9 \dots 9}{1009 \cdot 1009}} = \\ &= \sqrt{9 \cdot \frac{101 \dots 1}{1009} \cdot \frac{1 \dots 1}{1009}} = \frac{3 \dots 3}{1009} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{33 \dots 3}{1009}$

14. Рассмотрим наибольшее
пути геолога — если сначала
он будет ехать по трассе, а затем
свернёт в путь-ныю. Кансрой
Тотке на трассе поставим в соответствии
окр-ть (максимальное уреление от
Тотки).

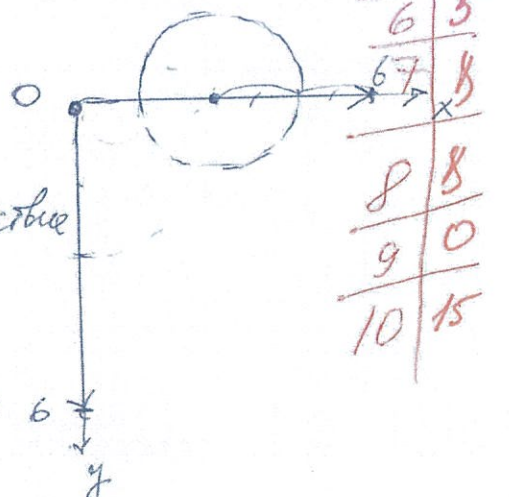
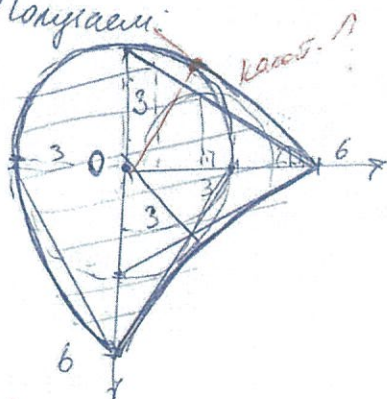
Наиб. длина по дороге — за 1 час — 6 км. 6

От кансрой Т. (х; 0) или (0; y)

геолог может отвехать на

$$3 \text{ км} \left(12 \cdot \frac{x}{6 \text{ км}} \right) = 3 \text{ км} - \frac{x}{2} \text{ км.}$$

Показам:



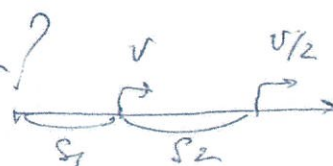
16. Дано: $v_1, v_2, a = \text{const}$ $A_1 : A_2 = ?$

Решение: $F_{\text{тяги}} = ma = \text{const}$

$$A_1 = F_{\text{тяги}} S_1$$

$$A_2 = F_{\text{тяги}} S_2$$

$$A_1 : A_2 = S_1 : S_2$$





Вариант № 4

$$s_1 = \frac{at_1^2}{2} \quad s_2 = \frac{at_2^2}{2} - \frac{at_1^2}{2} \quad \text{где} \quad t_1 = \frac{v}{a} \quad t_2 = \frac{v}{a}$$

$$s_2 = 2at_1^2 - \frac{at_1^2}{2} = 1,5at_1^2 \quad t_2 = 2t_1$$

$$A_1 : A_2 = 0,8 : 1,5 = 1 : 3$$

Ответ: 1:3.

17. Дано: $s_1, s_2, T_1, p_1, v_1 (\text{const})$; T_2, p_2 .
 $v_2 = ?$

Решение: Рассм. кол-во газа ΔV в начальном объеме ΔV_1 .
Этот газ ~~должен~~ должен войти и выйти за равное время dt .

$$dt = \frac{\Delta V_1}{s_1 v_1} = \frac{\Delta V_2}{s_2 v_2} \quad v_2 = v_1 \frac{s_1 \Delta V_2}{s_2 \Delta V_1}$$

где ΔV_1 — газ газа 1

$$1) p_1 \Delta V_1 = \nu R T_1$$

$$p_2 \Delta V_2 = \nu R T_2$$

$$\Delta V_2 = \Delta V_1 \frac{T_2 p_1}{T_1 p_2}$$

$$v_2 = v_1 \frac{s_1}{s_2} \cdot \frac{T_2 p_1}{T_1 p_2}$$

$$\text{Ответ: } v_1 \frac{s_1 p_1 T_2}{s_2 p_2 T_1}$$

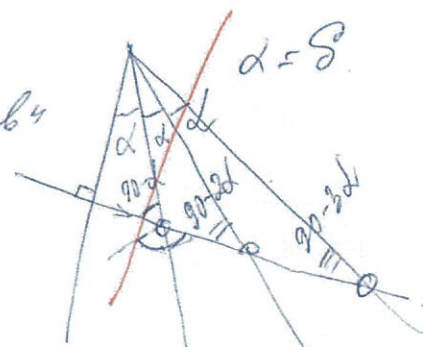
18. Дано: $\delta = 5^\circ$, $n = 1,95$.

Найти: N .

Решение: рассмотрим ход луча «разомкнув» его в преломляющую линию: (рис.)

Кол-во пересечений с кинжалом — кол-во отражений.

Луч перестает выходить из кинжала, если $\sin \alpha_{кр} = n_1 \geq 1$ (по $\sin \alpha$, $\alpha = 90^\circ$)





Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

— условие полного отражения.

$$\Delta_{кр.} = \arcsin \frac{1}{n} \approx 30,85^\circ$$

Заметим также, что при полном отражении угла угла падения увеличивается на Δ .

$$\Delta_{кр.} > \Delta n$$

$$n_{\max} = 6$$

Таким образом, произойдёт 6 полных отражений, и ~~потом~~ на экранах появится 6 пятен.

Ответ: 6

№10. Дано: H, P_0, ρ, γ, k .

Найти: $\Delta T_{\text{отн.}}$

Решение: ~~В начале процесса~~

Изменение объёма $\Delta V = V_0 k$.

⇒ Перемещение (крючка) опустился на $\frac{\Delta V}{S} = \frac{V_0 k}{S}$.

Тогда работа, совершённая над газом, равна

$$A = m g h = \rho \cdot S H \cdot g \cdot \frac{V_0 k}{S} = V_0 \rho g H k.$$

Найдём V_0 из уравнения состояния газа:

$$P_0 V_0 = \nu R T_0 \quad V_0 = \frac{\nu R T_0}{P_0}$$

$$A = \frac{\nu R T_0}{P_0} \cdot \rho g H k.$$

Т.к. процесс адиабатный, $A_{\text{сов}} = -\Delta U$

$$\frac{\nu R T_0}{P_0} \cdot \rho g H k = \frac{\nu R \Delta T}{\gamma - 1}$$

$$\Delta T_{\text{отн.}} = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{(\gamma - 1) \rho g H k}{P_0}$$

$$\text{Ответ: } (\gamma - 1) \frac{\rho g H k}{P_0}.$$

№5. $a = 4 \text{ см.}$

Поворот на 60° — $\frac{1}{6}$ полного поворота.

При повороте на 120° куб переходит сам в себя.

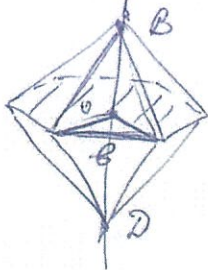


Вариант № 4

Рассмотрим сечение куба, проходящее
чрез центр и перпендикулярное BD .
это сечение — правильный шестиугольник, и при
повороте на 60° перейдёт само в себя.

Все другие сечения — неправильны.

Тогда получаем формулу:



$$V = 2 \cdot \frac{H \cdot S_{\text{сечения}}}{3}$$

$$2H = BD = \sqrt{3} \cdot 4 \text{ см.}$$

$$S_{\text{сечения}} = 6 S_{\Delta} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} b^2$$

$$b = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad b^2 = \frac{a^2}{2}$$

(треугольники
правильные).

$$V = \sqrt{3} \cdot 4 \text{ см} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = 48 \text{ см}^3.$$

Ответ: 48 см^3 .

№2. Решение: 1) При $xyz = 0$

$$1858^1 = 1857^1 + 3715^0$$

$$1858 = 1857$$

$$x=1, y=1, z=0$$

$$xyz \neq 0, \text{ т.к. } x, y, z \in \mathbb{N}.$$

$$1858^x = 1857^y + 3715^z$$

$$\text{Заметим, что } 1858 + 1857 = 3715.$$

$$\text{Очевидное решение: } 1858^2 = 1857^2 + 3715^1$$

$$1858^2 - 1857^2 = 3715$$

$$3715 = 3715$$

$$x=y=2$$

$$z=1$$