



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить $\sqrt{222..22-11...1133.33}$.
(2018 двоек, 1009 единиц, 1009 троек)

(8 баллов)

2. Решить в натуральных числах уравнение $2018^x = 2017^y + 4035^z$.

(8 баллов)

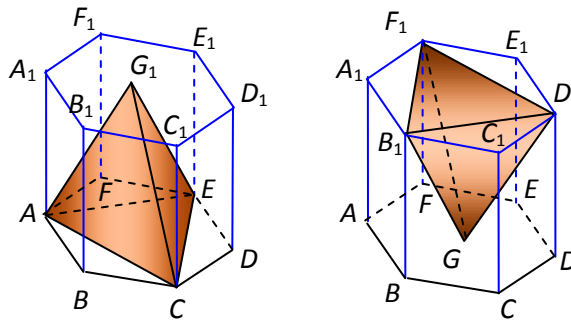
3. Найти наибольшее значение выражения $\sin 2x \cos 3y + \sin 3y \cos 2z + \sin z \cos 8x$, если $x, y, z \in R$.

(8 баллов)

4. Прямолинейная дорога, включенная в геологический маршрут, проходит по пустыне до оазиса в точке O , где она поворачивает под прямым углом. Геолог из оазиса может двигаться по дороге со скоростью не более 4 км/ч или по пустыне со скоростью не более 2 км/ч. Найти геометрическое место точек, в которые геолог сможет попасть за 1 час (не забудьте указать размеры и углы).

(11 баллов)

5. В куске породы, имеющем форму правильной шестиугольной призмы, образовались два кристалла-двойника $ACEG_1$ и $B_1D_1F_1G$, вросшие друг в друга (см. рисунок). Каждый из кристаллов имеет форму правильного тетраэдра с вершиной в центре основания своего двойника и ребром 1 см. Определить, какую форму имеет общая часть этих кристаллов, и найти ее объем.

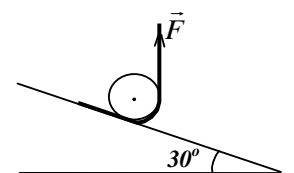


Замечание. Кристаллы в форме тетраэдров образуют сфалерит, шеелит, редко – алмаз.

(15 баллов)

6. На наклонной плоскости с углом наклона 30° лежит цилиндр, масса которого равна 27 кг. Цилиндр удерживается в состоянии покоя с помощью огибающей его нити (см. рис.), один конец которой закреплен на наклонной плоскости, а другой конец натянут вертикально вверх с некоторой силой \vec{F} . Чему равна эта сила?

(5 баллов)

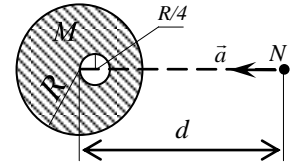




7. Точки А, В, С расположены на одной линии напряжённости электростатического поля точечного заряда q_0 , который находится в точке О. Расстояние ОВ больше, чем ОА ($OB > OA$). В точке А величина напряжённости поля $E_A = 0,9 \cdot 10^5$ В/м, в точке В величина напряжённости поля $E_B = 0,3 \cdot 10^5$ В/м. Определите напряжённость поля в точке С, которая расположена посередине между точками А и В.

(8 баллов)

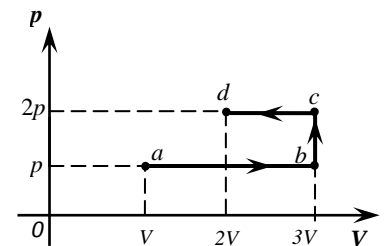
8. Масса большого однородного шара, в котором имеется сферическая полость радиуса $R/4$, равна M . Радиус шара R . (см. рис.). Определите ускорение свободного падения в точке N, находящейся на расстоянии d от центра шара.



(10 баллов)

9. На рисунке представлен процесс совершенный с одним молем идеального одноатомного газа. Разность между максимальной и минимальной температурой в процессе 200 К. Определите количество подведенного к газу тепла.

(12 баллов)



10. Подземная добыча угля сопровождается образованием выработанного пространства (полости). При внезапном обрушении (или проседании) кровли над отработанными участками угольного пласта, даже незначительное повышение температуры в результате сжатия метано-воздушной смеси в выработанном пространстве может привести к взрыву. Внезапность процесса позволяет, в рамках модельных представлений, считать условия сжатия газа адиабатическими, высоту полости под всей площадью кровли одинаковой, газ идеальным, а поверхность кровли при обрушении горизонтальной. Определите относительное повышение температуры газа при его адиабатическом сжатии под действием кровли толщиной H , если показатель адиабаты γ , начальное давление p_0 , плотность горных пород ρ , ускорение свободного падения g , а объём выработанного пространства уменьшился в k раз. (Внутренняя энергия многоатомного газа $U = (\nu RT)/(\gamma - 1)$).

(15 баллов)



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить $\sqrt{444\dots44 - 33\dots3355\dots55}$.
(2018 четверок и 1009 троек, 1009 пятёрок)

(8 баллов)

2. Решить в натуральных числах уравнение $1418^x = 1417^y + 2835^z$.

(8 баллов)

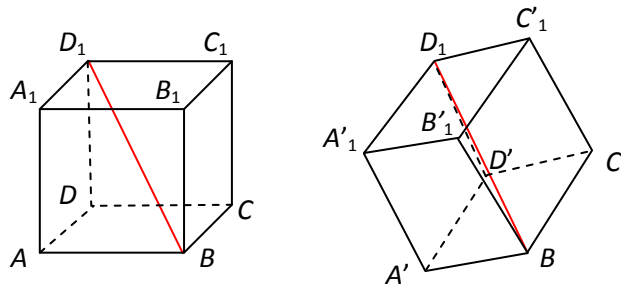
3. Найти наибольшее значение выражения $\sin 3x \cos 5y + \sin 5y \cos 4z + \sin 2z \cos 12x$, если $x, y, z \in R$.

(8 баллов)

4. Прямолинейная дорога, включенная в геологический маршрут, проходит по пустыне до оазиса в точке O , где она поворачивает под углом 120 градусов. Геолог из оазиса может двигаться по дороге со скоростью не более 4 км/ч или по пустыне со скоростью не более 2 км/ч. Найти геометрическое место точек, в которые геолог сможет попасть за 1 час (не забудьте указать размеры и углы).

(11 баллов)

5. Пирит, или зеркало инков, образует кристаллы кубической формы. Обнаружены два кристалла-двойника пирита, вросшие друг в друга так, что диагональ куба у них общая, и один из двойников переходит в другой при повороте вокруг этой диагонали на 60 градусов. Определить, какую форму имеет общая часть этих кристаллов, и найти ее объем, если длина ребра каждого куба равна 5 см.

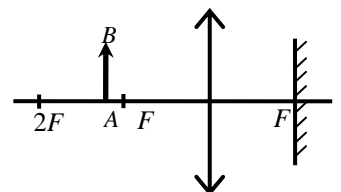


Замечание. Кубические кристаллы также образуют флюорит, галит (каменная соль), редко – алмаз.

(15 баллов)

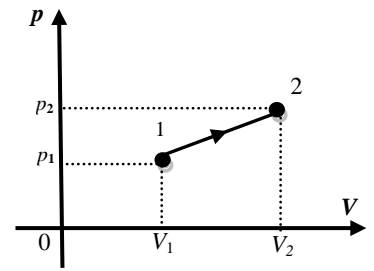
6. Оптическая система состоит из собирающей линзы с фокусным расстоянием F и плоского зеркала в фокальной плоскости линзы. Предмет AB находится на расстоянии $(1/4)F$ от фокуса (см. рис.). Определите, на каком расстоянии от предмета находится его изображение.

(5 баллов)

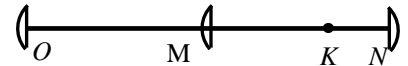




7. В тепловом процессе, в котором абсолютная температура газа T связана с объемом V соотношением $T = kV^2$ (k – постоянная величина), идеальному одноатомному газу подвели тепло $Q = 8$ кДж. Найти совершенную газом работу.
(8 баллов)



8. Во время летней практики, изучая процессы распространения звуковых волн, студенты установили три микрофона в пунктах O , M , N , находящиеся на одной прямой. Звук от взрыва на карьере, который находится в пункте K (см. рис.), микрофоны последовательно зарегистрировали в моменты времени t_O , t_M , t_N , причём $t_O > t_M > t_N$. Учитывая, что расстояния $OM = MN$ и равны L , определите расстояние от пункта O до карьера и момент времени когда произошёл взрыв.
(10 баллов)



9. Тонкий пучок протонов в количестве n частиц, движется в ускорителе по окружности радиуса R . Линии магнитного поля в ускорителе перпендикулярны траектории движения протонов. В начальный момент времени сила тока протонного пучка в камере ускорителя равна I_0 . Частицы ускоряются за счет постоянной скорости изменения потока индукции магнитного поля через орбиту протонного пучка, равной $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \varepsilon$. Определите силу тока пучка после того, как протоны сделали один оборот. Считать скорость протонов значительно меньше скорости света в вакууме. Масса протона m_p заряд протона e .
(12 баллов)

10. На угольной шахте, отработанный участок угольного пласта представляет собой полость, заполненную метано-воздушной смесью и угольной пылью. При внезапном обрушении (или проседании) кровли над выработанным пространством в результате сжатия газа даже незначительное повышение температуры может привести к взрыву. В рамках модельных представлений, учитывая внезапность процесса, принять условия сжатия газа под действием кровли толщиной H адиабатическими, высоту полости под всей площадью кровли одинаковой, а поверхность кровли при обрушении горизонтальной. Определите начальное давление, если относительное повышение температуры газа при его адиабатическом сжатии равно k , показатель адиабаты γ , плотность горных пород ρ , ускорение свободного падения g , а относительное изменение объёма выработанного пространства равно β . (Внутренняя энергия многоатомного газа $U = (\nu RT) / (\gamma - 1)$).
(15 баллов)



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 3

1. Вычислить $\sqrt{333...33 - 22...2244.44}$.
(2018 троек, 1009 двоек, 1009 четверок)

(8 баллов)

2. Решить в натуральных числах уравнение $1138^x = 1137^y + 2275^z$.

(8 баллов)

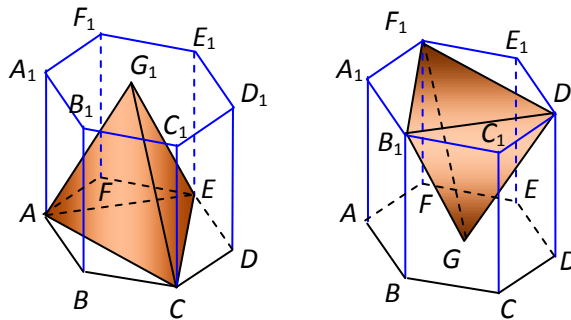
3. Найти наибольшее значение выражения $\sin 5x \cos 3y + \sin 3y \cos 4z + \sin 2z \cos 20x$, если $x, y, z \in R$.

(8 баллов)

4. Прямолинейная дорога, включенная в геологический маршрут, проходит по пустыне до оазиса в точке O , где она поворачивает под прямым углом. Геолог из оазиса может двигаться по дороге со скоростью не более 6 км/ч или по пустыне со скоростью не более 3 км/ч. Найти геометрическое место точек, в которые геолог сможет попасть за 1 час.

(11 баллов)

5. В куске породы, имеющем форму правильной шестиугольной призмы, образовались два кристалла-двойника $ACEG_1$ и $B_1D_1F_1G$, вросшие друг в друга. Каждый из кристаллов имеет форму правильного тетраэдра с вершиной в центре основания своего двойника и ребром 3 см. Определить, какую форму имеет общая часть этих кристаллов, и найти ее объем.

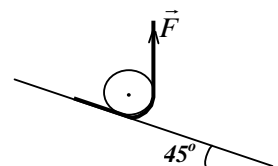


Замечание. Кристаллы в форме тетраэдров образуют сфалерит, шеелит, редко – алмаз.

(15 баллов)

6. На наклонной плоскости с углом наклона 45° лежит цилиндр. Цилиндр удерживается в состоянии покоя с помощью огибающей его нити (см. рис.), один конец которой закреплен на наклонной плоскости, а другой конец натянут вертикально вверх с силой $F=90$ Н. Чему равен вес цилиндра?

(5 баллов)

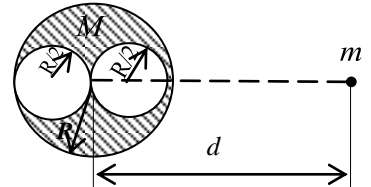




7. Точечный заряд q_0 находится в точке O . Точки A, B, C расположены на одной линии напряжённости электростатического поля точечного заряда q_0 , причём расстояние OB больше, чем OA ($OB > OA$). В точке C , которая расположена посередине между точками A и B величина напряжённости поля $E_C = 0,48 \cdot 10^5$ В/м, в точке B величина напряжённости поля $E_B = 0,3 \cdot 10^5$ В/м. Определите напряжённость поля в точке A .

(8 баллов)

8. На расстоянии d от центра большого однородного шара массой M , в котором имеются две сферические полости радиусом $R/2$, находится материальная точка массой m (см. рис.). Радиус большого шара R . Найдите силу F притяжения между большим шаром и материальной точкой.



(10 баллов)

9. Нефтегазовая отрасль широко использует волоконно-оптические технологии для контроля и измерения различных параметров в скважинах. Измеряемый параметр преобразуется в оптический сигнал, передающийся по оптическому волокну. Так, например, световой луч посланный по оптоволоконному кабелю с поверхности земли возвращается обратно с информацией о контролируемых параметрах в скважине глубиной 630 м. Определите время (в микросекундах), в течение которого луч света распространялся в оптическом волокне. Угол полного внутреннего отражения для боковой границы волокно-воздух 30 градусов.

(12 баллов)

10. Подземная добыча угля сопровождается образованием выработанного пространства (полости), заполненного газо-воздушной смесью. При внезапном обрушении (или проседании) кровли над отработанными участками угольного пласта, в результате сжатия газо-воздушной смеси изменяются термодинамические условия в выработанном пространстве. Внезапность процесса позволяет, в рамках модельных представлений, считать условия сжатия газа адиабатическими, высоту полости под всей площадью кровли одинаковой, а поверхность кровли при обрушении горизонтальной. Определите толщину H кровли, если при её внезапном проседании, произошло относительное повышение температуры газа при его адиабатическом сжатии равно α , а объём выработанного пространства уменьшился в β раз. Начальное давление P_0 , показатель адиабаты γ , плотность горных пород ρ , ускорение свободного падения g . (Внутренняя энергия многоатомного газа $U = (\nu RT) / (\gamma - 1)$).

(15 баллов)



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 4

1. Вычислить $\sqrt{555..55 - 44..4466..66}$.
(2018 пятёрок и 1009 четвёрок, 1009 шестёрок)

(8 баллов)

2. Решить в натуральных числах уравнение $1858^x = 1857^y + 3715^z$.

(8 баллов)

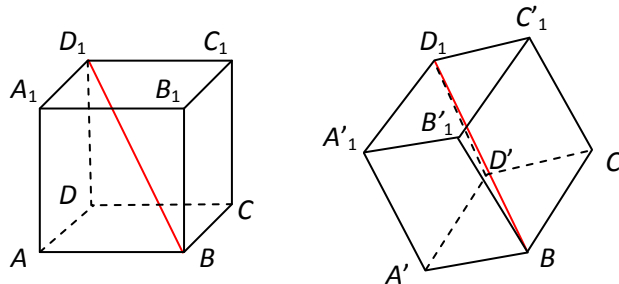
3. Найти наибольшее значение выражения $\sin 5x \cos 4y + \sin 4y \cos 14z + \sin 7z \cos 20x$, если $x, y, z \in R$.

(8 баллов)

4. Прямолинейная дорога, включенная в геологический маршрут, проходит по пустыне до оазиса в точке O , где она поворачивает под прямым углом. Геолог из оазиса может двигаться по дороге со скоростью не более 6 км/ч или по пустыне со скоростью не более 3 км/ч. Найти геометрическое место точек, в которые геолог сможет попасть за 1 час.

(11 баллов)

5. Пирит, или зеркало инков, образует кристаллы кубической формы. Обнаружены два кристалла-двойника пирита, вросшие друг в друга так, что диагональ куба BD_1 у них общая, и один из двойников переходит в другой при повороте вокруг этой диагонали на 60 градусов. Определить, какую форму имеет общая часть этих кристаллов, и найти ее объем, если длина ребра каждого куба равна 4 см.



Замечание. Кубические кристаллы также образуют флюорит, галит (каменная соль), редко – алмаз.

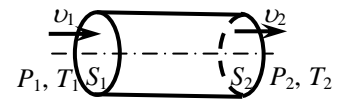
(15 баллов)

6. Автомобиль движется равноускоренно по горизонтальной дороге и достигает скорости v . Во сколько раз отличаются работа, совершаемая двигателем при разгоне из состояния покоя до скорости $v/2$ и работа совершаемая двигателем при разгоне от $v/2$ до v ?

(5 баллов)

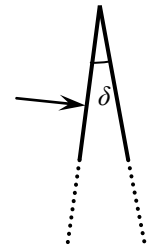


7. Для снабжения промышленных и коммунально-бытовых потребителей по газопроводу переменного сечения осуществляется подача природного газа на газораспределительную станцию. Входное сечение газопровода имеет площадь S_1 , выходное - S_2 (см. рис.). На входе в газопровод термодинамические параметры газа температура T_1 и давление P_1 , скорость газа постоянна и равна v_1 . На выходе - температура T_2 , давление P_2 . Определите скорость газа в выходном сечении, считая газ идеальным.



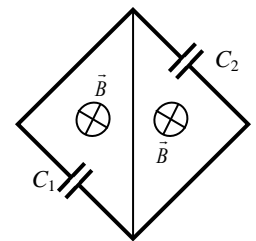
(8 баллов)

8. Тонкий луч света падает на стеклянный клин перпендикулярно его грани. Преломляющий угол клина $\delta = 5^\circ$, показатель преломления стекла $n = 1,95$. Справа и слева от клина поставили экраны. Сколько светлых пятен будет видно на экранах.



(10 баллов)

9. Проволочный квадрат со стороной L имеет проводящую перемычку, расположенную по диагонали (см. рис.). В левую и правую части квадрата включены конденсаторы с ёмкостями C_1 и C_2 . Квадрат помещён в нарастающее линейно со временем магнитное поле с индукцией $B(t) = B_0 \cdot t/T$, перпендикулярное его плоскости. В некоторый момент времени перемычку убирают и прекращают изменять магнитное поле. Определите установившиеся заряды на конденсаторах.



(12 баллов)

10. Подземная добыча угля сопровождается образованием выработанного пространства (полости). Внезапное обрушение (или проседание) кровли над отработанными участками угольного пласта приводит к повышению температуры в результате сжатия метано-воздушной смеси, заполняющей выработанное пространство. Это влияет на безопасность разработки месторождения. Внезапность процесса позволяет, в рамках модельных представлений, считать условия сжатия газа адиабатическими, высоту полости под всей площадью кровли одинаковой, а поверхность кровли при обрушении горизонтальной. Определите относительное повышение температуры газа при его адиабатическом сжатии под действием кровли толщиной H , если показатель адиабаты γ , начальное давление P_0 , плотность горных пород ρ , ускорение свободного падения g , а относительное изменение объёма выработанного пространства равно k . (Внутренняя энергия многоатомного газа $U = (\nu RT)/(\gamma - 1)$).

(15 баллов)