МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ГРАНИТ НАУКИ»

ИНФОРМАТИКА

Методические указания для подготовки кзаключительному туру олимпиады в 2024/2025 учебном году для 10-11 классов

Санкт-Петербург, 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Информатика

Характер и уровень сложности олимпиадных задач направлены на достижение целей проведения олимпиады: выявить способных участников, твердо владеющих школьной программой и наиболее подготовленных к освоению образовательных программ технических ВУЗов, обладающих логикой и творческим характером мышления, умеющих алгоритмически описать реальные ситуации из различных предметных областей и применить к ним наиболее подходящие методы информатики.

Задания дифференцированы по сложности и требуют различных временных затрат на верное и полное решение. Они охватывают все разделы школьной программы, но носят, в большинстве, комплексный характер, позволяющий варьировать оценки в зависимости от проявленных в решении творческих подходов и продемонстрированных технических навыков. Участники должны самостоятельно разбить задачу на подзадачи, грамотно выполнить решение каждой подзадачи, синтезировать решение всей задачи из решений отдельных подзадач. Успешное выполнение олимпиадной работы не предполагает знаний, выходящих за пределы школьной программы, но требует творческого подхода, логического мышления, умения увидеть и составить правильный и оптимальный план решения, четкого и технически грамотного выполнения каждой части решения.

Очный тур олимпиады проводится только в письменной форме. Каждый участник олимпиады получает билет, содержащий шесть заданий. При выполнении заданий требуется дать теоретическое обоснование и привести все этапы решения задачи:

– при определении результата перевода заданного числа из одной системы счисления в другую следует указать правило перевода в общем виде, а затем привести схему перевода заданного числа в указанную систему счисления;

– при определении значений ячеек электронной таблицы приводятся результаты, формулы, полученные при копировании, даются пояснения о типах ссылок в формулах, как типы ссылок влияют на результат и др.;

– при ответе на вопрос об определении значения переменной после выполнения программы, алгоритм которой приводится в билете, следует пояснить работу каждого оператора (блока), выписать промежуточные и окончательный результаты;

– в случае решения задач, связанных с таблицами истинности необходимо описывать все промежуточные результаты;

– при решении задачи на программирование необходимо составить блок-схему или описать алгоритм решения задачи, написать текст программы на любом из языков программирования, указав используемый язык программирования и его версию, допускается использовать только стандартную библиотеку языка. Алгоритм должен раскрывать решение на каждом шаге. Запрещено использовать уникальные особенности языка программирования (классы, методы, объекты, специальные функции и библиотеки и др.) для реализации решения. Считывание заранее рассчитанных значений не засчитывается за решение задачи. Код должен содержать достаточное для понимания логики работы количество комментариев;

– программы, составленные участниками, тестируются и всесторонне оцениваются с учетом быстродействия, рациональности, минимального использования памяти компьютера и оригинальности предложенных решений;

– при использовании методов научного перебора необходимо привести доказательства использования этого метода;

При подготовке к олимпиаде следует повторить приведенные ниже темы.

Теоретические основы информатики

Информация, данные и знания. Универсальность дискретного представления информации. Двоичное кодирование. Равномерные и неравномерные коды. Подходы к измерению информации.

Системы счисления. Развёрнутая запись целых и дробных чисел в позиционных системах счисления. Свойства позиционной записи числа: количество цифр в записи, признак делимости числа на основание системы счисления. Алгоритм перевода целого числа из P-ичной системы счисления в десятичную. Алгоритм перевода конечной P-ичной дроби в десятичную. Алгоритм перевода целого числа из десятичной системы счисления в P-ичную. Двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления; перевод чисел между этими системами. Арифметические операции в позиционных системах счисления.

Представление целых и вещественных чисел в памяти компьютера.

Кодирование текстов. Кодировка ASCII. Однобайтные кодировки. Стандарт UNICODE. Кодировка UTF-8. Определение информационного объёма текстовых сообщений.

Кодирование изображений. Оценка информационного объёма растрового графического изображения при заданном разрешении и глубине кодирования цвета.

Кодирование звука. Оценка информационного объёма звуковых данных при заданных частоте дискретизации и разрядности кодирования.

Алгебра логики. Высказывания. Логические операции. Таблицы истинности логических операций «дизъюнкция», «конъюнкция», «инверсия», «импликация», «эквиваленция». Логические выражения. Вычисление логического значения составного высказывания при известных значениях входящих в него элементарных высказываний. Таблицы истинности логических выражений. Логические операции и операции над множествами.

Примеры законов алгебры логики. Эквивалентные преобразования логических выражений. Решение простейших логических уравнений. Логические функции. Построение логического выражения с данной таблицей истинности. Нормальные формы: дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы.

Логические элементы компьютера. Триггер. Сумматор. Построение схемы на логических элементах по логическому выражению. Запись логического выражения по логической схеме.

Модели и моделирование. Цели моделирования. Адекватность модели моделируемому объекту или процессу. Формализация прикладных задач.

Представление результатов моделирования в виде, удобном для восприятия человеком. Графическое представление данных (схемы, таблицы, графики).

Графы. Основные понятия. Виды графов. Решение алгоритмических задач, связанных с анализом графов (построение оптимального пути между вершинами графа; определение количества различных путей между вершинами ориентированного ациклического графа).

Деревья. Бинарное дерево. Дискретные игры двух игроков с полной информацией. Построение дерева перебора вариантов; описание стратегии игры в табличной форме. Выигрышные стратегии.

Использование графов и деревьев при описании объектов и процессов окружающего мира.

Алгоритмы и программирование

Определение возможных результатов работы простейших алгоритмов управления исполнителями и вычислительных алгоритмов. Определение исходных данных, при которых алгоритм может дать требуемый результат.

Этапы решения задач на компьютере. Язык программирования (Паскаль, Python, Java, C++, C#). Основные конструкции языка программирования. Типы данных: целочисленные, вещественные, символьные, логические. Ветвления. Составные условия. Циклы с условием. Циклы по переменной. Использование таблиц трассировки.

Разработка и программная реализация алгоритмов решения типовых задач базового уровня. Примеры задач: алгоритмы обработки конечной числовой последовательности (вычисление сумм, произведений, количества элементов с заданными свойствами); алгоритмы анализа записи чисел в позиционной системе счисления; алгоритмы решения задач методом перебора (поиск наибольшего общего делителя двух натуральных чисел, проверка числа на простоту).

Обработка символьных данных. Встроенные функции языка программирования для обработки символьных строк. Алгоритмы редактирования текстов (замена символа/фрагмента, удаление и вставка символа/фрагмента, поиск вхождения заданного образца).

Табличные величины (массивы). Понятие о двумерных массивах (матрицах). Алгоритмы работы с элементами массива с однократным просмотром массива: суммирование элементов массива; подсчёт количества (суммы) элементов массива, удовлетворяющих заданному условию; нахождение наибольшего (наименьшего) значения элементов массива; нахождение второго по величине наибольшего (наименьшего) значения; линейный поиск элемента; перестановка элементов массива в обратном порядке.

Сортировка одномерного массива. Методы сортировки (метод пузырька, метод выбора, сортировка вставками, сортировка подсчетом), применение встроенных сортировок.

Подпрограммы. Рекурсивные алгоритмы.

Целочисленная арифметика. Арифметические операции (умножение, деление, остатки, сложение, вычитание). Битовые операции и работа с отдельными битами.

Теоретико-числовые алгоритмы. НОД и НОК, системы счисления, длинная арифметика, простые числа и разложение на делители, остатки, быстрое возведение в степень.

Алгоритмы поиска. Линейный поиск, двоичный поиск, поиск подстроки в строке, два указателя.

Динамическое программирование. Рекуррентные последовательности, простое динамическое программирование. Динамическое программирование с несколькими параметрами, по подстрокам, по подмножествам, по профилю, по поддеревьям, на ациклических графах.

Жадный алгоритм. Области применения и стандартные задачи, решаемые жадным алгоритмом. Доказательство применимости.

Алгоритмы на невзвешенных графах. Обход в ширину и глубину и их применение. Топологическая сортировка, компоненты связности, поиск циклов, проверка на двудольность, мосты, точки сочленения, конденсация. Паросочетания. Эйлеров цикл.

Алгоритмы на взвешенных графах. Поиск кратчайших путей: алгоритмы Дейкстры, Беллмана-Форда, Флойда. Минимальные остовные деревья. Потоки.

Вычислительная геометрия. Скалярное и косое произведение. Площади. Взаимное расположение фигур на плоскости и в пространстве. Выпуклые оболочки.

Линейные структуры данных. Стек, дек, очередь. Решение задачи о проверки правильной скобочной последовательности, минимум в окне, обратная польская нотация.

Деревья. Бинарное дерево поиска. Сбалансированность бинарных деревьев поиска. Корневые деревья, система непересекающихся множеств. Дерево отрезков, решение задач RMQ и RSQ. Куча. Дерево Фенвика. Декартово дерево.

Сложность вычисления: количество выполненных операций, размер используемой памяти; зависимость количества операций от размера исходных данных.

Задания для подготовки к олимпиаде

Задача 1. Исследование поведения формул в Excel

С тех пор, как Иван изучил формулы в Excel, он ежедневно оттачивает свое мастерство. Сегодня он записал число 2 в ячейку A1, в соседнюю ячейку B1 он ввел формулу **=ОКРУГЛ(ОСТАТ(8;$A$1)+СТЕПЕНЬ(A1;2)-ЕСЛИ(A1>0;A1^2/3;A1/3);1)** и растянул до ячейки F1. На следующей строке, начиная с ячейки B1 Иван ввел формулу **=ОКРУГЛ(ОСТАТ(B1;A1)-КОРЕНЬ(ABS(A1-B1))+ЕСЛИ(A1+B1<2;B1/A1;A1+3);2)** и скопировал в диапазон B2:F2. На следующей строке он ввел в первую ячейку число 2,5 и повторил действия, как для первой строки. А в четвертую (диапазон A4:F4) скопировал формулу из 2 строки. В пятой строке Иван ввел в первую ячейку число 3 и снова решил повторить действия, как и для строки 1. В ячейку A6 он вставил формулу из A2 и растянул до ячейки F6. После этих действий Иван решил воспользоваться инструментом условного форматирования, выставив следующие условия:

– значения больше $D$1 выделить красным цветом;

– значения меньше $C$3 выделить желтым цветом;

– значения между 10 и 16 выделить зеленым цветом.

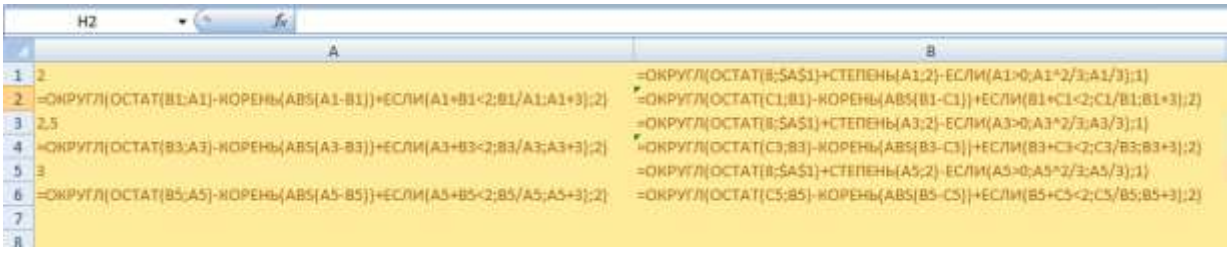
Укажите, какое количество ячеек оказалось выделено желтым цветом?

Ответ: 15

Решение:

	A	B	C	D	E	F
1	2	2,7	4,9	16	170,7	19425,7
2	4,86	6,42	5,87	17,26	171,54	19289,32
3	2,5	4,2	11,8	92,8	5741,2	21974252
4	5,9	7,84	16	101,04	3736,34	21969567
5	3	6	24	384	98304	6,44E+09
6	4,27	4,76	8,03	74,08	18042,73	6,44E+09

Фрагмент в режиме отображения формул:



Задача 2. Вскрытие сейфа

Для получения секретной информации нашим разведчикам необходимо вскрыть сейф, замок которого состоит из 5 ячеек (B2:F2). Задача осложняется тем, что код можно ввести только один раз (метод подбора не поможет), в ячейках может находиться как числовая, так и текстовая информация, и самое главное, формулы с подсказками из ячеек B4:B12 были скопированы в ячейки C5:C13, что привело к смещению ссылок.

Помогите разведчикам найти код и выиграть эту схватку. В Вашем распоряжении значения формул с подсказками в первоначальном состоянии (B4:B12) и формулы в режиме отображений формул после операции копирования (C5:C13).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	Код:									
3										

	A	B
4	№1	0
5	№2	4
6	№3	3
7	№4	#ДЕЛ/0!
8	№5	#ЗНАЧ!
9	№6	дбор
10	№7	3
11	№8	4
12	№9	17
13		

	C
4	
5	=СЧЁТЕСЛИ(C3:G3;">=10")+СЧЁТЕСЛИ(C3:G3;"<=0")
6	=СЧЁТ(C3:G3)
7	=ДЛСТР(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(D3);D3;ТЕКСТ(D3;"#")))+ДЛСТР(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(E3);E3;ТЕКСТ(E3;"#")))
8	=СУММ(C3:E3)/(F$2-G$2)
9	=$D$2+F$2+G$2
10	=ПСТР("Подбор";$F3;6)
11	=ПОИСК(СЦЕПИТЬ(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(D3);D3;"");ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(E3);E3;""));"гипнотизер")
12	=ДЛСТР(СЦЕПИТЬ(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(D3);D3;"");ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(E3);E3;"")))+C3
13	=СУММ(C3:G3)

Решение:

1) Находим первоначальное значение формул с учетом операции копирования.

	A	B
4	№1	=СЧЁТЕСЛИ(B2:F2;">=10")+СЧЁТЕСЛИ(B2:F2;"<=0")
5	№2	=СЧЁТ(B2:F2)
6	№3	=ДЛСТР(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(C2);C2;ТЕКСТ(C2;"#")))+ДЛСТР(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(D2);D2;ТЕКСТ(D2;"#")))
7	№4	=СУММ(B2:D2)/(E$2-F$2)
8	№5	=$D$2+E$2+F$2
9	№6	=ПСТР("Подбор";$F2;6)
10	№7	=ПОИСК(СЦЕПИТЬ(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(C2);C2;"");ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(D2);D2;""));"гипнотизер")
11	№8	=ДЛСТР(СЦЕПИТЬ(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(C2);C2;"");ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(D2);D2;"")))+B2
12	№9	=СУММ(B2:F2)

2) По формуле №1, находящейся в ячейке B4 «=СЧЁТЕСЛИ(B2:F2;">=10")+СЧЁТЕСЛИ(B2:F2;"<=0")» равной 0 определяем, что все числовые значения находится в диапазоне от 1 до 9.

3) По формуле №2,находящейся в ячейке B5 «=СЧЁТ(B2:F2)» равной4 определяем, что количество числовых значений равно 4, следовательно одна из ячеек содержит текстовую информацию.

4) Формула №3, находящаяся в ячейке B6 «=ДЛСТР(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(C2);C2;ТЕКСТ(C2;"#")))+ДЛСТР(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(D2);D2;ТЕКСТ(D2;"#")))» равная 3 подсчитывает количество символов в ячейках C2 и D2, переводя числовые значения в текстовые. В соответствии с тем, что числовые значения находятся в диапазоне от 1 до 9, сумма количества символов, при условии нахождения в этих ячейках числовых значений, равнялась бы 2. Значение 3 говорит о том, что одна из ячеек имеет длину 2 символа и это – ячейка с текстовой информацией.

5) Значение формулы №4, находящейся в ячейке B7 «=СУММ(B2:D2)/(E$2-F$2)» является сообщением об ошибке деления на 0 «#ДЕЛ/0!», это возможно при условии, что значения в ячейках E2 и F2 одинаковы.

6) Значение формулы №5, находящейся в ячейке B8 «=$D$2+E$2+F$2» является сообщением об ошибке «#ЗНАЧ!» означающее, что значение используемое в формуле, имеет неправильный тип данных. Это возможно в том случае, если в этих ячейках находится текстовая информация. В соответствии с пунктом 4 данного решения мы знаем, что текст находится либо в ячейкеC2 либо D2, следовательно ячейка с текстовой информацией– D2.

7) Значение формулы №6, находящейся в ячейке B9 «=ПСТР("Подбор";$F2;6)» равно подстроке «дбор», откуда F2 равно 3, а значения в ячейках E2 и F2 одинаковы, в соответствии с пунктом 5 данного решения. Следовательно, E2=F2=3.

8) Формула №7, находящаяся в ячейке B10 «=ПОИСК(СЦЕПИТЬ(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(C2);C2;"");ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(D2);D2;""));»гипнотизер")» показывает, что наше текстовое поле имеется в слове «гипнотизер» начиная с третьей позиции. Зная, что его длина 2 символа, в соответствии с пунктом 4 решения, получаем значение ячейки D2 = «пн».

9) Формула №8, находящаясяв ячейке B11 =ДЛСТР(СЦЕПИТЬ(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(C2);C2;"");ЕСЛИ(Е ТЕКСТ(D2);D2;"")))+B2»равная 4, позволяет найти значение ячейки B2, как разницы между значением формулы и длиной текстового поляячейки D2. B2=4-2=2.

10) Формула №9, находящаясяв ячейке B12 «=СУММ(B2:F2)» позволяет найти значение последней неизвестной ячейки C2 = 17-2-3-3 = 9.

Ответ:

B2	C2	D2	E2	F2
2	9	пн	3	3

Задача 3. Каменная стратегия гномов

Два гнома решили сыграть в следующую игру. На столе кучка из 45 драгоценных камней. Гномы ходят по очереди. За один ход можно либо взять из кучки три камня, или меньше, если камней осталось меньше трех, либо уменьшить количество камней в кучке в два раза, округляя в большую сторону, если количество камней в кучке было нечетным. Кто первым на своем ходе достигнет нуля камней, побеждает. Кто выигрывает при безошибочной игре – гном, делающий первый ход, или гном, делающий второй ход? Каково минимальное число ходов до победы, если выигрывающий гном пытается закончить игру за меньшее число ходов, а проигрывающий пытается максимально задержать свое поражение? Поясните алгоритм графически, используя ориентированные графы и обозначая проигрышные и выигрышные позиции.

Решение:

Выигрывает тот гном, у которого в кучке останется 3 или меньше камней, следовательно, гном, который ходил предпоследним проиграет, если в кучке останется от 4 до 6=3+3 камней. Позиции 4 - 6 камней в кучке являются проигрышными и победит тот гном, который сможет гарантированно привести своего оппонента в эти позиции. Следующие позиции 7 – 9 приведут в позиции 4 – 6 при убирании трех камней, а позиции 10 – 12 приведут в позиции 4 – 6 при уменьшении числа камней в два раза. Эти позиции являются выигрышными. Позиции 13 – 15 являются проигрышными, поскольку могут привести только в выигрышные позиции. Позиции 16 – 18 являются выигрышными поскольку могут гарантированно привести в позиции 13 – 15. Аналогичным образом позиции 19 – 21 являются проигрышными, а позиции 22 – 24, при убирании трех камней, и позиции 25 – 30, при уменьшении числа камней в два раза, являются выигрышными. Позиции 31 – 33 являются проигрышными, а позиции 34 – 36, при убирании трех камней, и позиции 37 – 42, при уменьшении числа камней в два раза, являются выигрышными. Наконец, позиции 43 – 45 являются проигрышными, следовательно, гном, который начинает ходить первым гарантированно приведет своего оппонента к выигрышу.

Если стратегия гнома, который ходит первым, заключается в затягивании игры, а второго гнома, в достижении скорейшей победы, то порядок ходов будет следующим:

1) Первый гном заберет из кучки три камня, в кучке останется 45 – 3 = 42 камня;

2) Второй гном уменьшит количество камней в кучке в два раза, в кучке останется 42/2 = 21 камень;

3) Первый гном заберет из кучки три камня, в кучке останется 21 – 3 = 18 камней;

4) Второй гном заберет из кучки три камня, в кучке останется 18 – 3 = 15 камней;

5) Первый гном заберет из кучки три камня, в кучке останется 15 – 3 = 12 камней;

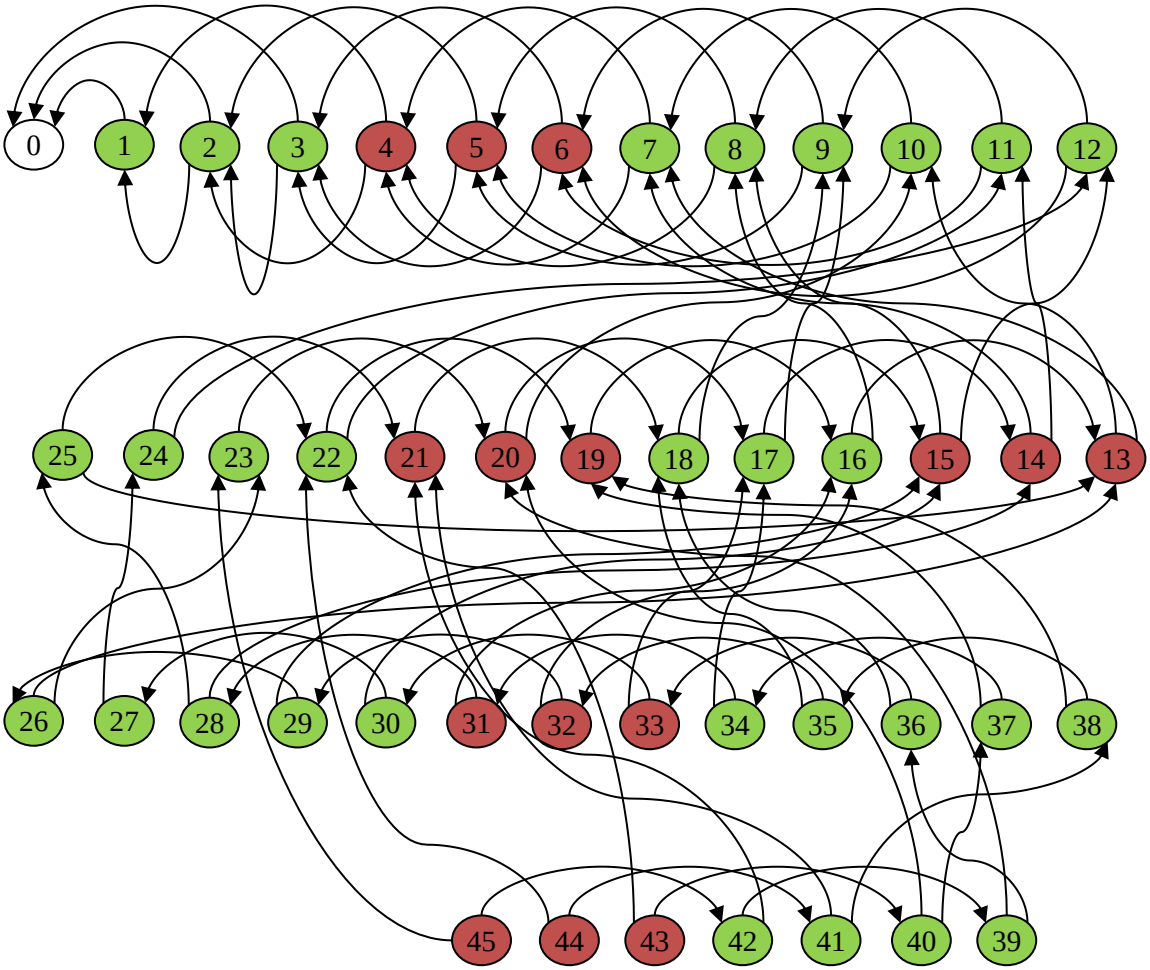
6) Второй гном уменьшит количество камней в кучке в два раза, в кучке останется 12/2 = 6 камень;

7) Первый гном заберет из кучки три камня или уменьшит количество камней в кучке в два раза, в любом случае в кучке останется 3 камня;

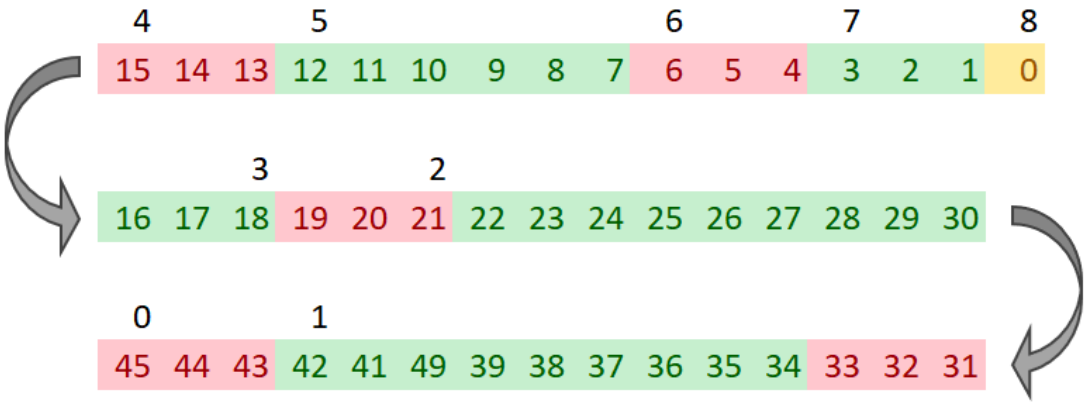
8) Второй гном заберет из кучки три камня и станет победителем – больше камней в кучке не останется.

Вывод: гарантированно победит второй гном за 8 ходов.

Ориентированный граф, где зеленым цветом выделены выигрышные позиции, красным цветом проигрышные позиции, а номер соответствует количеству камней в кучке, выглядит следующим образом:



Упрощенный вид, где зеленым цветом выделены выигрышные позиции, красным цветом проигрышные позиции, номер ячейки соответствует количеству камней в кучке, а цифра над ячейкой соответствует ходу игры, выглядит следующим образом:



Задача 4. Логическая функция

Логическая функция F задается выражением:

$$F = x \wedge \neg z \equiv (y \wedge \neg z \vee \neg x \wedge y)$$

Ниже приведен фрагмент таблицы истинности функции F. Выписаны случайным образом стоки таблицы, в которых значение функции F равняется 0. Вместо значений приведены логические выражения, которые предварительно надо вычислить. Переменные a, b, c представляют собой следующие логические высказывания:

a – «число 2025 – нечетное»
b – «2025 год – високосный»
c – «число 2025 делится на 125 без остатка»

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных **x, y, z**.

?	?	?	F
¬a∧b∧c		¬b→c∨a	0
	a∧b≡c		0
		a∧¬b∨¬c	0

В ответе напишите буквы в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.

Решение

Определим значения логических высказываний. Очевидно: a=1, b=0 и c=0.

Теперь определим значения логических выражений в таблице. В результате получим следующую таблицу:

?	?	?	F
0		1	0
	1		0
		1	0

Следующим шагом будет составление таблицы истинности для функции F

x	y	z	¬z	x∧¬z	y∧¬z	¬x	¬x∧y	y∧¬z∨¬x∧y	x∧¬z≡(y∧¬z∨¬x∧y)
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	1

Выберем из нее строки, где функция F = 0.

x	y	z	x∧¬z≡(y∧¬z∨¬x∧y)
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0

Сравнивая эту таблицу с заданной в задании, и учитывая, что строки в этой таблице выписаны в случайном порядке, легко установить с помощью несложных рассуждений искомые наименования столбцов

z	x	y	F
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	0

Ответ: zxy

Задача 5. Секретный агент

Секретный английский агент Джеф использует модифицированный шифр Цезаря для шифрования сообщений. Сообщение сначала преобразуется в последовательность десятичных чисел, представляющих ASCII-коды символов, затем к каждому числу применяется сдвиг, зависящий от его позиции в последовательности. Сдвиг вычисляется как остаток от деления на 26 порядкового номера числа (начинается с 0) умноженного на 3, после сдвига результат преобразуется в шестнадцатеричную систему счисления.

Вами был перехвачен зашифрованный текст: **48 68 72 75 7B**.

Расшифруйте послание.

Решение:

Чтобы решить эту задачу, необходимо восстановить исходную строку текста, используя обратный процесс шифрования. Давайте разберем шаги, которые нужно сделать.

Преобразование из шестнадцатеричной системы в десятичную:

$4816 = 4 \times 161 + 8 \times 160 = 4 \times 16 + 8 \times 1 = 64 + 8 = 72$

$6816 = 6 \times 161 + 8 \times 160 = 6 \times 16 + 8 \times 1 = 96 + 8 = 104$

$7216 = 7 \times 161 + 2 \times 160 = 7 \times 16 + 2 \times 1 = 112 + 2 = 114$

$7516 = 7 \times 161 + 5 \times 160 = 7 \times 16 + 5 \times 1 = 112 + 5 = 117$

$7B16 = 7 \times 161 + 11 \times 160 = 7 \times 16 + 11 \times 1 = 112 + 11 = 123$

Применим обратное смещение, которое зависит от позиции символа в строке, согласно формуле из исходных данных, вычтем значение сдвига из каждого числа:

$72 - (0 * 3) \% 26 = 72$

$104 - (1 * 3) \% 26 = 101$

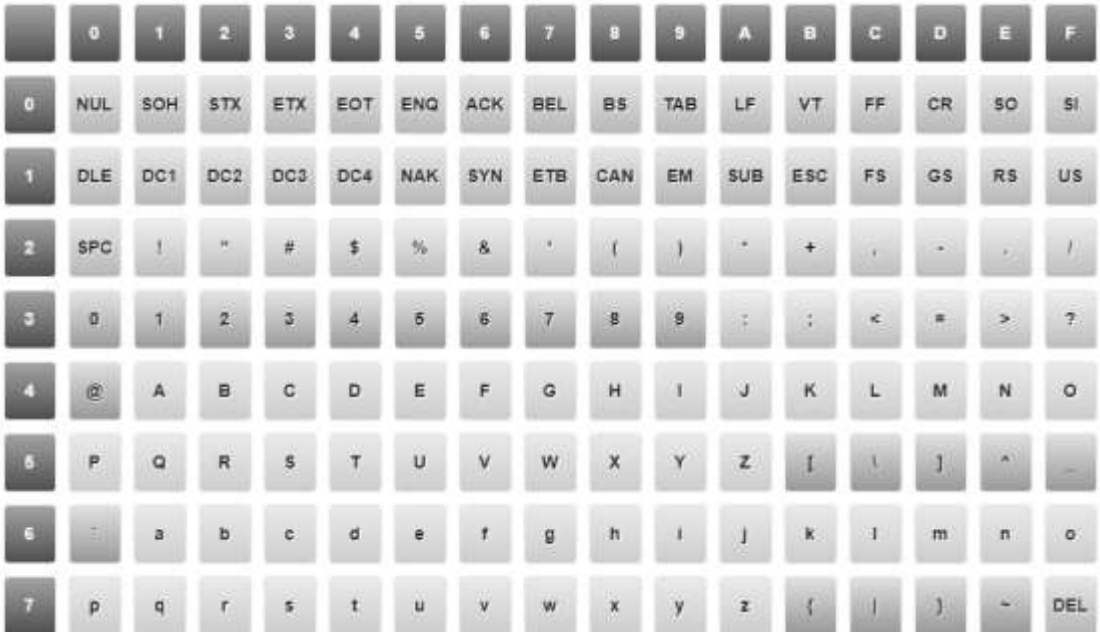
$114 - (2 * 3) \% 26 = 108$

$117 - (3 * 3)\ \%\ 26 = 108$

$123 - (4 * 3)\ \%\ 26 = 111$

Поскольку исходная строка представляет собой символы ASCII, проверим, чтобы полученные после обратного сдвига числа находились в допустимом диапазоне ASCII-кодов (от 32 до 126, т.к. агент из Англии и вряд ли использует шифрование на кириллице).

Таблица ASCII:



Переведем полученные числа обратно в символы ASCII, но так как в этой таблице коды даны в 16-ой системе, необходимо еще раз сделать перевод:

Число в 10-ой	Перевод в 16-ую систему счисления	Число в 16-ой	Символ
72	1) 72÷16=4 (целая часть) с остатком 8. Теперь число 4 делится на 16: 2) 4÷16=0 (целая часть) с остатком 4.	$72 = 48_{16}$	**H**
101	1) 101÷16=6 (целая часть) с остатком 5. Теперь делим 6 на 16: 2) 6÷16=0 (целая часть) с остатком 6.	$101 = 65_{16}$	**e**
108	1) 08÷16=6 (целая часть) с остатком 12. Остаток 12 в шестнадцатеричной системе обозначается буквой C. 6÷16=0 (целая часть) с остатком 6.	$108 = 6C_{16}$	**l**
111	1) 111÷16=6 (целая часть) с остатком 15. Остаток 15 в шестнадцатеричной системе обозначается буквой F. Теперь делим 6 на 16: 2) 6÷16=0 (целая часть) с остатком 6.	$111 = 6F_{16}$	**o**

Ответ: Hello

Для решения данной задачи можно написать программу, на олимпиаде за это будут начислены дополнительные баллы.

C++

```
#include<bits/stdc++.h>

using namespace std;

// Функция для расшифровки текста
string decrypt_cipher(const string& text) {
    stringstream ss(text);
    string hex_value;
    vector<int> decimal_values;
    //Преобразование из шестнадцатеричной системы в десятичную
    while (ss >> hex_value) {
        int decimal_value = stoi(hex_value, nullptr, 16);
        decimal_values.push_back(decimal_value);
    }
    vector<int> decrypted_values;

    //Применение обратного сдвига
    for (size_t i = 0; i < decimal_values.size(); ++i) {
        int shift = (static_cast<int>(i) * 3) % 26;
        int decrypted_value = decimal_values[i] - shift;

    // Проверка диапазона значений
        if (decrypted_value < 32 || decrypted_value > 126) {
            throw runtime_error("Недопустимый диапазон ASCII");
        }
        decrypted_values.push_back(decrypted_value);
    }

    //Преобразование обратно в символы
    string decrypted_text;
    for (int value : decrypted_values) {
        decrypted_text += static_cast<char>(value);
    }
    return decrypted_text;
}


int main() {
    string hex_input;
    cout << "Введите шифрованный текст (шестнадцатеричные значения
через пробел): ";
    getline(cin, hex_input);
    try {
        string decrypted_text = decrypt_cipher(hex_input);
        cout << "Расшифрованный текст: " << decrypted_text << endl;
    } catch (const runtime_error& e) {
        cout << "Ошибка: " << e.what() << endl;
    }
    return 0;
}
```

Python

```
def decrypt_cipher(text):
#Преобразование из шестнадцатеричной системы в десятичную
hex_values = text.split()
decimal_values = [int(value, 16) for value in hex_values]
#Применение обратного сдвига
decrypted_values = []
for i, value in enumerate(decimal_values):
   shift = (i * 3) % 26
   decrypted_value = value - shift
   #Проверка диапазона значений
   if decrypted_value < 32 or decrypted_value > 126:
     raise ValueError("Недопустимый диапазон ASCII")
   decrypted_values.append(decrypted_value)
#Преобразование обратно в символы
decrypted_text = ''.join(chr(value) for value in decrypted_values)

return decrypted_text
```

Задача 6. Шифрующая перестановка

Перестановка P длины n – это упорядоченный набор, содержащий числа от 1 до n , каждое из которых входит в него ровно один раз. Например, перестановкой длины 13 является набор **(5 11 13 12 6 1 8 4 10 9 7 2 3)**. При помощи перестановки букв можно зашифровать слово. Для примера возьмем приведенную выше перестановку и слово transposition, которое состоит тоже из 13 букв. Далее, следуя перестановке, на первую позицию поставим пятую букву слова, на вторую – одиннадцатую букву, …, на последнюю позицию – третью букву слова. В итоге получим sinoptsntiora. К этому слову снова применим эту же перестановку и получим poartsnoitsin. Повторив эти стадии шифрования k раз, получим зашифрованное сообщение.

t	**r**	**a**	**n**	**s**	**p**	**o**	**s**	**i**	**t**	**i**	**o**	**n**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	11	13	12	6	1	8	4	10	9	7	2	3
s	**i**	**n**	**o**	**p**	**t**	**s**	**n**	**t**	**i**	**o**	**r**	**a**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	11	13	12	6	1	8	4	10	9	7	2	3
p	**o**	**a**	**r**	**t**	**s**	**n**	**o**	**i**	**t**	**s**	**i**	**n**

Вам дано зашифрованное таким образом слово, шифрующая перестановка P и число k . Необходимо восстановить слово.

Формат входных данных

Первая строка содержит два числа n и k – длину перестановки и число стадий шифрования ($1 \le n, k \le 1000$). Вторая строка содержит перестановку длины n , числа в ней разделены одним пробелом. Третья строка содержит зашифрованное слово, оно состоит из n прописных букв латиницы.

Формат выходных данных

Вывести одну строку – исходное слово.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
13 2 5 11 13 12 6 1 8 4 10 9 7 2 3 poartsnoitsin	transposition

Решение

Инициализация и ввод данных:

Сначала программа считывает количество символов в строке и количество итераций, за которыми следует вектор перестановок и сама строка.

Дешифрование:

Процесс дешифрования заключается в том, что за каждую итерацию создается новая копия строки, основанная на текущем состоянии строки vs. Символы из vs размещаются в строке s по индексам, указанным в векторе p. Обратите внимание, что индексы в векторе p начинаются с 1, поэтому нужно вычитать 1 при доступе к элементам.

Обновление строки:

После завершения всех перестановок на каждой итерации программа обновляет строку vs текущим состоянием s, таким образом, в следующем цикле будет использоваться уже изменённое состояние строки.

Вывод результата:

После того как все итерации завершены, финальная результирующая строка выводится на экран.

Сложность данного алгоритма можно проанализировать, исходя из структуры вложенных циклов. Внешний цикл выполняется k раз, где k – это количество повторений перестановки. Это означает, что алгоритм повторяет процесс перестановки строк k раз.

Внутренний цикл работает n раз, где n – длина строки. На каждой итерации внутреннего цикла происходит переопределение символов в строке с учетом перестановки.

Таким образом, суммарная сложность алгоритма может быть выражена как: O(k×n).

C++

```
      #include <bits/stdc++.h>
      using namespace std;
      // Объявление переменных для хранения длины строки, количества
перестановок, самой строки и временной строки.
      int n, k;
      string s, vs;

      int main() {
    // Считываем длину строки (n) и количество применений перестановки (k).
          cin >> n >> k;
          // Создаем вектор p для хранения перестановки.
          vector<int> p(n);
          // Считываем саму перестановку.
          for(int i = 0; i < n; i++) {
              cin >> p[i];
```

```
        }
        // Считываем строку, которую нужно дешифровать.
        cin >> s;
        // Изначально присваиваем vs значение входной строки s.
        vs = s;
        // Делаем k итераций применения перестановки.
        for(int i = 0; i < k; i++) {
            // На каждой итерации создаем циклом новое зашифрованное слово.
            for(int j = 0; j < n; j++) {
          // Применяем перестановку: p[j] - 1 дает индекс для s.
          /* То есть берем символ из временной строки vs и помещаем его на
нужное место в s.*/
                s[p[j] - 1] = vs[j];
            }
            /* После завершения внутреннего цикла обновляем vs значением
зашифрованного слова s.*/
            vs = s;
        }
        // Выводим окончательную строку после всех применений перестановки.
        cout << s;
        return 0;
    }
```

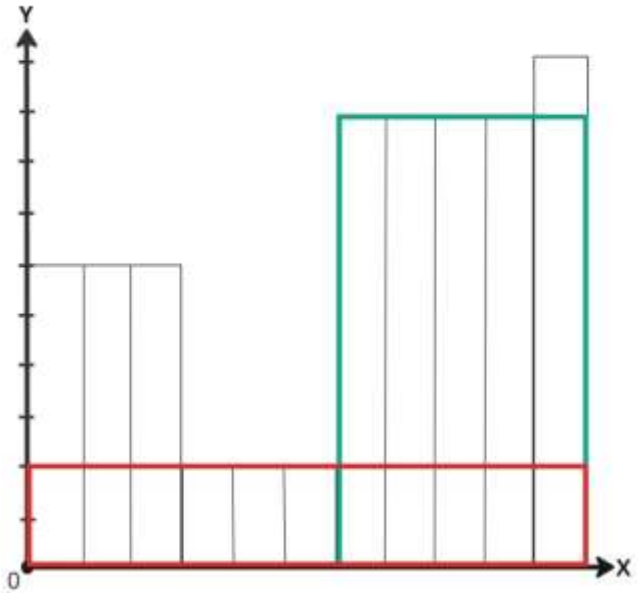
Python

```
    def encrypt_with_permutation(n, k, permutation, s):
        vs = s  # Сохраняем исходное слово
        for _ in range(k):
            # Создаем новый список символов для зашифрованного слова
            s_list = [''] * n
            for j in range(n):
               # Применяем перестановку: индексы учитываются с 0 (в Python)
                s_list[permutation[j] - 1] = vs[j]
            vs = ''.join(s_list)  # Обновляем vs с зашифрованным словом
        return vs

    if __name__ == "__main__":
        n, k = map(int, input().split())
        permutation = list(map(int, input().split()))
        s = input("")
        encrypted_message = encrypt_with_permutation(n, k, permutation, s)
        print(encrypted_message)
```

Задача 7. Максимальный прямоугольник

Дана последовательность $\mathbf{N \leq 10^5}$ прямоугольников различной ширины и высоты ($\mathbf{w_i}$, $\mathbf{h_i}$). Прямоугольники расположены, начиная с точки (0, 0), на оси OX вплотную друг за другом (вправо), как показано на рисунке. Требуется найти M – площадь максимального прямоугольника (параллельного осям координат), вписанного в данную фигуру.



Формат входных данных

В первой строке задано число **N (1 ≤ N ≤ 10^5)**. Далее идет **N** строк. В каждой строке содержится два числа: ширина и высота i-го прямоугольника **0 < h_i ≤ 10^9**.

Формат выходных данных

Вывести одно число – площадь самого большого прямоугольника, вписанного в данную фигуру.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4 3 3 1 2 2 6 1 7	18
9 1 1 3 5 1 4 1 1 3 5 1 4 1 1 3 5 1 4	16

Решение:

Эта задача является классическим примером использование стека для эффективного решения с линейной сложностью. Такой подход позволяет обрабатывать каждый прямоугольник за постоянное время и обеспечивает общую временную сложность O(n), где n — число прямоугольников в последовательности.

Инициализация и ввод данных:

Считываем количество прямоугольников и их соответствующие ширины и высоты в массивы weights и heights. Разделим наши прямоугольники на прямоугольники шириной 1, занесем все высоты этих прямоугольников в max_height. Добавляем нулевую высоту в конце вектора, чтобы обеспечить обработку всех индексов.

Итерация по высотам:

Рассматриваем каждый элемент в массиве высот. Для каждого элемента проверяем:

– если текущая высота меньше высоты на верхнем уровне стека, это означает, что мы нашли правую границу для прямоугольников, высоты которых соответствуют индексам в стеке;

– если высота текущего столбца больше высоты на верхнем уровне стека, мы просто добавляем текущий индекс в стек.

Вычисление площадей:

Когда мы находим высоту, меньшую, чем высота на верхнем уровне стека:

– мы извлекаем индекс высоты из стека и получаем высоту соответствующего прямоугольника;

– определяем ширину этого прямоугольника. Если стек пуст, ширина равна текущему индексу (то есть, у нас нет ограничений слева), в противном случае ширина равна разности текущего индекса и индекса, который теперь на вершине стека, минус один (это крайний левый индекс);

– вычисляем площадь h * w и обновляем максимальную площадь, если текущая больше.

Вывод результата:

В конце кода выводится максимальная площадь.

C++:

```
#include<bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main() {
    int n;
    cin >> n;  // считываем количество столбцов
    vector<int> widths(n), heights(n);

    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        cin >> widths[i] >> heights[i];  // считываем ширину и высоту
    }

    int totalWidth = 0;
    for (int w : widths) {
        totalWidth += w;  // Подсчитываем общую ширину
    }

    vector<int> max_height(totalWidth, 0);  // Вектор для хранения
максимальных высот
    int index = 0;

    /* Для эффективного подсчета ширины, разделим фигуру на
прямоугольники шириной 1 и
    заполним  max_height соответствующими высотами*/
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        for (int j = 0; j < widths[i]; ++j) {
```

```
                    max_height[index] = heights[i];  //
                    index++;
                }
            }
            max_height.push_back(0); // Добавляем нулевую высоту для завершения
            vector<int> stack;  // Стек для хранения индексов
            long long max_area = 0;  // Максимальная площадь
            for (int i = 0; i < max_height.size(); ++i) {
                while (!stack.empty() && max_height[stack.back()] >
max_height[i]) {
                    long long h = max_height[stack.back()];  // Высота
                    stack.pop_back();  // Удаляем индекс

                    // Определяем ширину:
                    long long w = (stack.empty()) ? i : i - stack.back() - 1;
// Если стек пуст, ширина = i, иначе i - stack[-1] - 1
                    long long tor = h * w;
                    // Обновляем максимальную площадь
                    max_area = max(max_area, tor);
                }
                stack.push_back(i);  // Добавляем индекс в стек
            }

            cout << max_area << endl;  // Выводим максимальную площадь
            return 0;
        }
```

Python:

```
        def maximal_rectangle(heights):
            # Создаем массив heights с нулевым значением в конце для упрощения
            heights.append(0)
            stack = []
            max_area = 0

            for i in range(len(heights)):
                while stack and heights[stack[-1]] > heights[i]:
                    h = heights[stack.pop()]
        #если стек пуст, то ширина = i, иначе ширина = i - stack[-1] - 1
                    w = i if not stack else i - stack[-1] - 1
                    max_area = max(max_area, h * w)
                stack.append(i)

            return max_area

        def main():
            n = int(input())

            widths = []
            heights = []

            for i in range(1, n + 1):
                w, h = map(int, input().split())
                widths.append(w)
                heights.append(h)

            # Вычисляем максимальную высоту для каждого "столбца"
            max_height = [0] * (sum(widths))
            index = 0
            for i in range(n):
                for j in range(widths[i]):
```

```
                max_height[index] = heights[i]
                index += 1

        # Находим максимальную площадь
        result = maximal_rectangle(max_height)
        print(result)

    if __name__ == "__main__":
        main()
```

Задача 8. Фермер

Фермер хочет построить на своем участке как можно больший по площади сарай прямоугольной формы. Но на его участке есть деревья и хозяйственные постройки, которые он не хочет никуда переносить. Для простоты, зададим участок прямоугольной сеткой размера M×N. Каждое из деревьев и построек размещается в одном или нескольких узлах сетки. Сарай должен быть построен на свободных узлах сетки.

Помогите фермеру определить максимально возможную площадь сарая.

Формат входных данных

В первой строке вводятся два натуральных числа N и M ($1 \le N,M \le 1000$) – размеры участка. Далее, следует N строк, в каждой из которых находится последовательность (без пробелов) из M нулей и единиц, описывающих ферму. Единицы соответствуют свободным для постройки участкам.

Формат выходных данных

Необходимо вывести максимально возможную площадь сарая, который может построить фермер на своем участке.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
5 10 1011011111 0111111110 1111111111 1011111111 1101110111	21
3 4 1011 1101 1111	4

Решение:

Инициализация и ввод данных:

Сначала программа считывает размеры матрицы n и m, а затем каждую ячейку матрицы, которая может принимать значения '0' или '1'.

Подсчет высот:

Используется вспомогательный вектор heights, чтобы отслеживать высоты «столбцов» в текущей строке. При проходе по каждой строке матрицы, если элемент

равен '1', увеличивается соответствующая высота столбца. Если элемент равен '0', высота столбца сбрасывается до нуля. Таким образом, на каждой итерации мы получаем высоты прямоугольников, которые заканчиваются на текущей строке.

Поиск максимальной площади:

Для нахождения максимальной площади на основе полученных высот используется подход, аналогичный решению задачи о самом большом прямоугольнике в гистограмме, рассмотренном в задаче 7.

Вывод результата:

После проверки всех строк код выводит максимальную найденную площадь на экран.

Хотя в приведенном коде традиционных методов динамического программирования, как, например, в методах с помощью сохранения промежуточных результатов, не встречается, аналогичное поведение присутствует. Применение heights фактически использует идею сохранения промежуточных состояний высот для строк, что важно для решения задачи эффективно.

Временная сложность алгоритма O(n * m).

C++:

```
#include<bits/stdc++.h>

using namespace std;

    int n, k;
    int maxArea = 0;

int main() {
    int n, m;
    cin >> n >> m;
    vector<vector<int>> farm(n, vector<int>(m));

    // Чтение входных данных
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < m; j++) {
            char c;
            cin >> c; // Чтение символа '0' или '1'
            farm[i][j] = c - '0'; // Преобразование в целое число
        }
    }
    // Вспомогательный массив для хранения высот
    vector<int> heights(m, 0);

    // Проходим построчно по матрице
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < m; j++) {
            if (farm[i][j] == 1) {
                heights[j]++;
            } else {
                heights[j] = 0;
            }
        }
        // Находим максимальную площадь для данной линии
    stack<int> indices;
    for (int j = 0; j <= m; j++) {
        int h = (j == m) ? 0 : heights[j];
        while (!indices.empty() && heights[indices.top()] > h) {
```

```
                int height = heights[indices.top()];
                indices.pop();
                int width = indices.empty() ? j : j - indices.top() - 1;
                maxArea = max(maxArea, height * width);
            }
            indices.push(j);
        }
    }
    cout << maxArea << endl; // Вывод максимальной площади
        return 0;
    }
```

Python:

```
n, m = map(int, input().split())  # Ввод размеров матрицы
farm = [list(input()) for _ in range(n)]  # Ввод самой матрицы
max_area = 0         # Переменная для хранения максимальной площади
heights = [0] * m    # Массив для хранения высот, инициализируем нулями
heights.append(0)
# Добавляем нуль, чтобы обработать все оставшиеся столбцы

# Проходим построчно по матрице
for i in range(n):
    for j in range(m):
    # Обновляем высоту для текущего столбца
        if farm[i][j] == '1':
            heights[j] += 1
        else:
            heights[j] = 0

    # Находим максимальную площадь для данной линии

    stack = []         # Стек для хранения индексов высот
    for j in range(len(heights)):
      # Пока высота текущего столбца меньше высоты на верхушке стека
      while stack and heights[stack[-1]] > heights[j]:
        h = heights[stack.pop()]  # Высота прямоугольника
        width = j if not stack else j - stack[-1] - 1  # Ширина
        max_area = max(max_area, h * width)
        # Обновляем максимальную площадь
      stack.append(j)  # Добавляем текущий индекс в стек

print(max_area)
```

Список рекомендованной литературы и других источников для подготовки

Литературные источники

1. Аникеева Л. А. Лабораторные работы по Excel. – Салон-Пресс, 2022. – 112 с.

2. Долинский М.С. Решение сложных и олимпиадных задач по программированию. – СПб.: Питер, 2006. – 366 с.

3. Кирюхин В.М., Цветкова М.С. Информатика. Программы внеурочной деятельности учащихся по подготовке к Всероссийской олимпиаде школьников: 5–11 классы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 224 с.

4. Левитин А.В. Алгоритмы: введение в разработку и анализ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006.

5. Род Стивенс Алгоритмы: теория и практическое применение. – М.: Издательство «Э», 2016.

6. Антти Лааксонен Олимпиадное программирование. – М.: ДМК Пресс, 2018.

7. Меньшиков, Ф. В. Олимпиадные задачи по программированию. – Москва: Питер, 2006. – 315 с.

8. Московские олимпиады по информатике / Под ред. Е.В. Андреевой, В. М. Гуровица и В. А. Матюхина – М.: МЦНМО, 2006. – 256 с

9. Волченков С.Г., Корнилов П.А., Белов Ю.А. и др. Ярославские олимпиады по информатике. Сборник задач с решениями. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2010. – 405 с.

10. Просветов Г.И. Дискретная математика: задачи и решения: учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2008. – 222 с

11. Задачи по программированию /С.М. Окулов, Т.В. Ашихмина, Н.А. Бушмелева и др.; Под ред. С.М. Окулова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 820 с.

Интернет-источники

1. Онлайн-курс «Введение в алгоритмы: реализация на языке C++» [Электронный ресурс] – URL: https://edu.sirius.online/#/course/2155

2. Онлайн-курс «Олимпиадное программирование. Базовый уровень» [Электронный ресурс] – URL: https://stepik.org/course/74336/

3. Тренировки по алгоритмам от Яндекса [Электронный ресурс] – URL: https://yandex.ru/yaintern/algorithm-training_2021

Составители: профессор каф. ИиКТ *Кризский В.Н.,* доцент каф. ИиКТ *Иванов И.В.,* доцент каф. ИиКТ Перязева *Ю.В.,* доцент каф. ИиКТ Иванченко Д.И., доцент каф. ИиКТ Ильн А.Е., ассистент каф. ИиКТ Коротаева А.Э.