



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 3

10-11 классы

Задача 1. (5 баллов) Миша и Маша играют в игру: независимо друг от друга, одновременно, пишут на бумаге любое натуральное число из некоторого диапазона и показывают друг другу: Миша - число $a: 0 < a \leq 125$, Маша число $b: 0 < b \leq 118$. Побеждает тот, кто написал большее число. Какова вероятность, что победит Миша?

Задача 2. (8 баллов). Найти наименьшее значение функции

$$f(x) = \left(1 + \frac{25}{x}\right)^{-2025} + \left(1 + \frac{x}{25}\right)^{-2025}.$$

Задача 3. (10 баллов)

Числовая последовательность задана условием:

$$a_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad a_{n+1} = \sqrt{1 - \sqrt{1 - (a_n)^2}}. \quad \text{Доказать, что при неограниченно большом } n \in \mathbb{N}: \\ a_1 + a_2 + \dots + a_n < 2.35$$

Задача 4. (12 баллов)

Через лес проходит две параллельные просеки, на каждой из которых пробурены по две скважины так, что соединив эти скважины прямыми линиями мы получим трапецию площади 8. Сумма расстояний между скважинами, расположенными на концах диагоналей этой трапеции, равна 8. Найти расстояние между двумя параллельными просеками.

Задача 5. (15 баллов)

Кристалл имеет форму правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, все ребра которой имеют длину 6. Точки M и N - середины ребер AS и AB соответственно. С помощью лазера кристалл рассекают на две части, одна из которых – треугольная пирамида. Луч лазера проходит через точку M перпендикулярно прямой CN . Найти площадь основания полученной треугольной пирамиды (вершина которой в точке A).

**Задача 6. (5 баллов)**

На дифракционную решетку, период которой d равен 6 микрометров, нормально подает излучение с длинами волн $\lambda_1=600$ нанометров и $\lambda_2=660$ нанометров. Возможно ли перекрытие дифракционных спектров для этих длин волн?

Задача 7. (7 баллов)

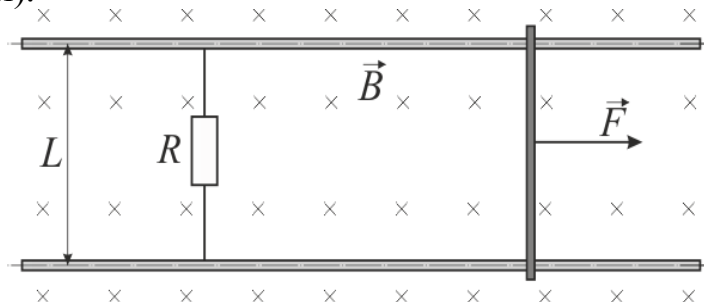
Четыре одинаковых заряженных шарика размещены в вершинах квадрата. Заряд каждого шарика равен 100 нКл. Сторона квадрата 10 см. Какую работу необходимо совершить, чтобы расположить заряды в вершинах тетраэдра с ребром 10 см?

Задача 8. (10 баллов)

Механические маятниковые часы № 1 (в основе – математический маятник), находятся на уровне моря. Другие аналогичные часы № 2 - на высоте 4 000 метров. На сколько секунд за один час отстанут часы №2, находящиеся на указанной высоте, от часов № 1? Радиус Земли принять равным 6 400 километров.

Задача 9. (13 баллов)

Токопроводящий стержень под действием постоянной силы F скользит по двум параллельным длинным токопроводящим шинам. Шины находятся на расстоянии L друг от друга и соединены электрическим сопротивлением R . Перпендикулярно плоскости, в которой находятся шины, создано постоянное магнитное поле с индукцией B (см. рис.). Какое количество теплоты будет выделяться на сопротивлении R за время 10 секунд, когда стержень станет двигаться с постоянной скоростью v ? Электрическим сопротивлением стержня, токопроводящих шин и силами трения пренебречь. ($F=20$ Н, $L=2$ м, $R=50$ Ом, $B=2$ Тл).

**Задача 10. (15 баллов)**

Пять одинаково заряженных шариков находятся на одной прямой на равном расстоянии a друг от друга. Заряд каждого шарика равен q . Найдите работу, которую необходимо совершить, чтобы расположить шарики в вершинах двойной пирамиды?



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 4

10-11 классы

Задача 1. (5 баллов) Миша и Маша играют в игру: независимо друг от друга, одновременно, пишут на бумаге любое натуральное число из некоторого диапазона и показывают друг другу: Миша - число $a: 0 < a \leq 150$, Маша число $b: 0 < b \leq 139$. Побеждает тот, кто написал большее число. Какова вероятность, что победит Миша?

Задача 2. (8 баллов) Найти наименьшее значение функции

$$f(x) = \left(1 + \frac{24}{x}\right)^{-2024} + \left(1 + \frac{x}{24}\right)^{-2024}.$$

Задача 3. (10 баллов) Числовая последовательность задана условием:

$a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = 2\sqrt{1 - \sqrt{1 - (a_n)^2}}$. Доказать, что при неограниченно большом $n \in \mathbb{N}$:
 $a_1 + a_2 + \dots + a_n < 1,99$

Задача 4. (12 баллов)

Через лес проходит две параллельные просеки, на каждой из которых пробурены по две скважины так, что соединив эти скважины прямыми линиями мы получим трапецию площади $\frac{25}{2}$. Сумма расстояний между скважинами, расположенными на концах диагоналей этой трапеции, равна 10. Найти расстояние между двумя параллельными просеками.

Задача 5. (15 баллов)

Кристалл имеет форму правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, все ребра которой имеют длину 8. Точки M и N - середины ребер AS и AB соответственно. С помощью лазера кристалл рассекают на две части, одна из которых – треугольная пирамида. Луч лазера проходит через точку M перпендикулярно прямой CN . Найти площадь основания полученной треугольной пирамиды (вершина которой в точке A).



Задача 6. (5 баллов)

Капля воды падает с некоторой высоты, и при ударе о землю она закипает. На нагрев капли идет 50% расходуемой механической энергии. Определить с какой высоты упала капля, если начальная температура воды 20°C . (Ускорение свободного падения принять за 10 м/с^2 , ответ записать в километрах, округлить до десятых).

Задача 7. (7 баллов)

К конденсатору емкостью 12 пФ последовательно подключили два параллельных конденсатора емкостями 4 пФ и 8 пФ . Общий заряд всех конденсаторов 2 нКл . Чему равно общее напряжение на конденсаторах? Ответ округлить до целых.

Задача 8. (10 баллов)

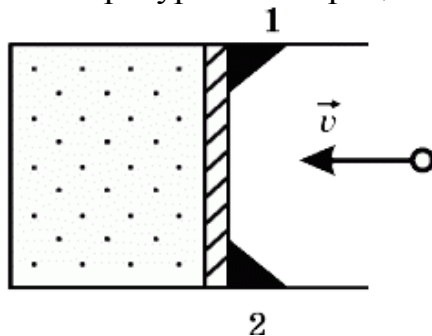
Два зеркала расположены под углом 40° друг к другу. Точечный источник света расположен на биссектрисе этого угла на расстоянии в 8 см от линии пересечения зеркал. Определить расстояние между мнимыми изображениями точечного источника в зеркалах. Ответ округлить до сотых.

Задача 9. (13 баллов)

В поле конденсатора параллельно его обкладкам влетает протон со скоростью $2 \cdot 10^6\text{ м/с}$. Длина обкладки конденсатора $0,06\text{ м}$, расстояние между его обкладками $0,03\text{ м}$, разность потенциалов между ними $U=220\text{ В}$. Определить смещение частицы к отрицательной обкладке за время пролета конденсатора.

Задача 10. (15 баллов)

Идеальный газ, азот, находящийся в теплоизолированном сосуде объемом 2 л под давлением p , заперт пробковым поршнем массой M . Справа поршень удерживают упоры 1 и 2, не давая газу расширяться. В поршень попадает пуля массой m , летящая горизонтально со скоростью v , и застревает в нем. Считая, что всю механическую энергию поршень передаст газу, определить, во сколько раз повысится температура газа. Процесс в газе изобарный.





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 5

10-11 классы

Задача 1. (5 баллов) Миша и Маша играют в игру: независимо друг от друга, одновременно, пишут на бумаге любое натуральное число из некоторого диапазона и показывают друг другу: Миша - число $a: 0 < a \leq 116$, Маша число $b: 0 < b \leq 125$. Побеждает тот, кто написал большее число. Какова вероятность, что победит Маша?

Задача 2. (8 баллов) Найти наименьшее значение функции $f(x) = \left(1 + \frac{24}{x}\right)^{-2025} + \left(1 + \frac{x}{24}\right)^{-2025}$.

Задача 3. (10 баллов) Числовая последовательность задана условием:

$$a_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad a_{n+1} = 2\sqrt{1 - \sqrt{1 - (a_n)^2}}. \quad \text{Доказать, что при неограниченно большом } n \in \mathbb{N}: \\ a_1 + a_2 + \dots + a_n < 2,19$$

Задача 4. (12 баллов)

Через лес проходит две параллельные просеки, на каждой из которых пробурены по две скважины так, что соединив эти скважины прямыми линиями мы получим трапецию площади $\frac{25}{8}$. Сумма расстояний между скважинами, расположенными на концах диагоналей этой трапеции, равна 5. Найти расстояние между двумя параллельными просеками.

Задача 5. (15 баллов)

Кристалл имеет форму правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, все ребра которой имеют длину 10. Точки M и N - середины ребер AS и AB соответственно. С помощью лазера кристалл рассекают на две части, одна из которых - треугольная пирамида. Луч лазера проходит через точку M перпендикулярно прямой CN . Найти площадь основания полученной треугольной пирамиды (вершина которой в точке A).

**Задача 6. (5 баллов)**

На дифракционную решетку, период которой d равен 7,2 микрометров, нормально подает излучение с длинами волн $\lambda_1=600$ нанометров и $\lambda_2=660$ нанометров. Возможно ли перекрытие дифракционных спектров для этих длин волн?

Задача 7. (7 баллов)

Тонкое проволочное кольцо радиусом R заряжено с линейной плотностью заряда τ . Вдоль оси кольца протянута тонкая нить из диэлектрического материала. По этой нити может двигаться маленький отрицательно заряженный шарик массой m . Заряд шарика $-q$. Шарик удерживают на расстоянии L от центра кольца, затем отпускают. С какой скоростью шарик пролетит через центр кольца, если при движении на шарик будет действовать постоянная сила трения F ?

Задача 8. (10 баллов)

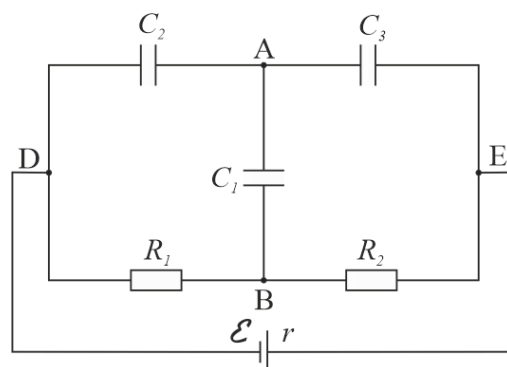
Заполненный газом герметичный цилиндрический сосуд расположен горизонтально. Внутри сосуда находится перегородка с малым отверстием (диаметр отверстия много меньше диаметра сосуда). Теплопроводность перегородки пренебрежимо мала. Давления по разные стороны перегородки поддерживаются постоянными, равными P_1 и P_2 , соответственно. Определить отношение температур T_1 и T_2 в разных частях сосуда.

Задача 9. (13 баллов)

Металлическое кольцо, половина которого изготовлена из меди, а другая половина – из алюминия, находится в магнитном поле. Величина магнитной индукции B возрастает с постоянной скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 1$ Тл/с. Плоскость кольца с вектором магнитной индукции образует угол 90° . Радиус кольца R равен 50 см. Площади поперечных сечений у медного и алюминиевого проводов равны. Найти силы, действующие на электроны проводимости в меди и алюминии. ($\rho_{Al} = 2,70 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $\rho_{Cu} = 1,68 \cdot 10^{-8}$ Ом·м).

Задача 10. (15 баллов)

Электрическая схема, представленная на рисунке, содержит три конденсатора ($C_1=200$ мкФ, $C_2=300$ мкФ и $C_3=400$ мкФ), два резистора ($R_1=24$ Ом, $R_2=6$ Ом), источник (ЭДС = 32 В, внутреннее сопротивление $r = 2$ Ом). Определить заряд на конденсаторе C_1 .





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 6

10-11 классы

Задача 1. (5 баллов) Миша и Маша играют в игру: независимо друг от друга, одновременно, пишут на бумаге любое натуральное число из некоторого диапазона и показывают друг другу: Миша - число $a: 0 < a \leq 151$, Маша число $b: 0 < b \leq 160$. Побеждает тот, кто написал большее число. Какова вероятность, что победит Маша?

Задача 2. (8 баллов) Найти наименьшее значение функции $f(x) = \left(1 + \frac{25}{x}\right)^{2024} + \left(1 + \frac{x}{25}\right)^{2024}$.

Задача 3. (10 баллов) Числовая последовательность задана условием:

$$a_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad a_{n+1} = 2\sqrt{1 - \sqrt{1 - (a_n)^2}}. \quad \text{Доказать, что при неограниченно большом } n \in \mathbb{N}: \\ a_1 + a_2 + \dots + a_n < 3,84$$

Задача 4. (12 баллов)

Через лес проходит две параллельные просеки, на каждой из которых пробурены по две скважины так, что соединив эти скважины прямыми линиями мы получим трапецию площади 18. Сумма расстояний между скважинами, расположенными на концах диагоналей этой трапеции, равна 12. Найти расстояние между двумя параллельными просеками.

Задача 5. (15 баллов)

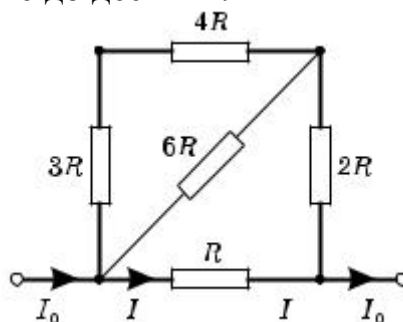
Кристалл имеет форму правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, все ребра которой имеют длину 12. Точки M и N - середины ребер AS и AB соответственно. С помощью лазера кристалл рассекают на две части, одна из которых – треугольная пирамида. Луч лазера проходит через точку M перпендикулярно прямой CN . Найти площадь основания полученной треугольной пирамиды (вершина которой в точке A).

**Задача 6. (5 баллов)**

Вес тела в масле 100 Н, а вес тела в воде 120 Н. Плотность масла 900 кг/м^3 , плотность воды 1000 кг/м^3 . Найдите плотность тела.

Задача 7. (7 баллов)

Сила тока $I_0 = 5 \text{ А}$ (смотри рисунок). Найти силу тока I , проходящую через резистор R . Ответ округлите до десятых.

**Задача 8. (10 баллов)**

Два теплоизолированных сосуда соединены узкой трубкой с закрытым краном. Объем трубки пренебрежимо мал. В первом сосуде содержится 5 молей идеального газа со средней квадратичной скоростью молекул в 400 м/с , а во втором содержится 7 молей молекул газа со средней квадратичной скоростью молекул в 500 м/с . Все молекулы одинаковы. Какой будет средняя квадратичная скорость молекул после наступления состояния термодинамического равновесия, если открыть кран. Ответ округлите до целых.

Задача 9. (13 баллов)

Две собирающие линзы с фокусными расстояниями в 12 см и 27 см расположены на расстоянии в 50 см . На расстоянии в 9 см от левой линзы расположен предмет высотой 30 мм . Чему будет равна высота изображения предмета, даваемого системой этих линз? Ответ дайте в сантиметрах, округлите до десятых.

Задача 10. (15 баллов)

На горизонтальную поверхность стола помещается конструкция, состоящая из двух наклонных желобов. Желоба расположены в одной плоскости. Левый желоб наклонен к горизонту под углом 60° , а правый — под углом 30° . С вершины левого желоба, расположенной на высоте 60 см над горизонтальной поверхностью, начинает скатываться без трения маленький шарик. С какой частотой он будет совершать колебания, двигаясь вверх и вниз по этим желобам? Ответ округлите до сотых.

Ускорение свободного падения $9,8 \text{ м/с}^2$.



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 1

10-11 классы

Задача 1. (5 баллов)

Миша и Маша играют в игру: независимо друг от друга, одновременно, пишут на бумаге любое натуральное число из некоторого диапазона и показывают друг другу: Миша - число $a: 0 < a \leq 120$, Маша число $b: 0 < b \leq 112$. Побеждает тот, кто написал большее число. Какова вероятность, что победит Миша?

Задача 2. (8 баллов)

Найти наименьшее значение функции $f(x) = \left(1 + \frac{25}{x}\right)^{2025} + \left(1 + \frac{x}{25}\right)^{2025}$.

Задача 3. (10 баллов) Числовая последовательность задана условием:

$a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = \sqrt{1 - \sqrt{1 - (a_n)^2}}$. Доказать, что при неограниченно большом $n \in \mathbb{N}$:
 $a_1 + a_2 + \dots + a_n < 1,25$

Задача 4. (12 баллов)

Через лес проходит две параллельные просеки, на каждой из которых пробурены по две скважины так, что соединив эти скважины прямыми линиями мы получим трапецию площади 2. Сумма расстояний между скважинами, расположенными на концах диагоналей этой трапеции, равна 4. Найти расстояние между двумя параллельными просеками.

Задача 5. (15 баллов)

Кристалл имеет форму правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, все ребра которой имеют длину 2. Точки M и N - середины ребер AS и AB соответственно. С помощью лазера кристалл рассекают на две части, одна из которых – треугольная пирамида. Луч лазера проходит через точку M перпендикулярно прямой CN . Найти площадь основания полученной треугольной пирамиды (вершина которой в точке A).

**Задача 6. (5 баллов)**

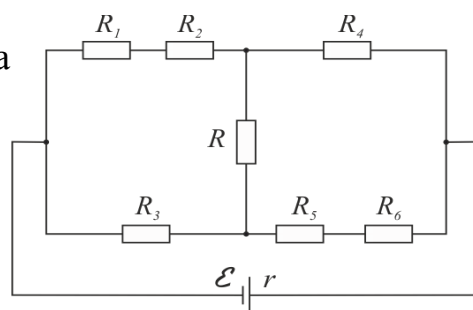
С наклонной плоскости высотой 5 метров без трения соскальзывает груз массой 15 кг. Внизу на горизонтальной поверхности стоит тележка массой 50 кг. Плоскость образует с горизонтом угол 30° . Какую скорость приобретет тележка, если в нее соскользнет груз?

Задача 7. (7 баллов)

Три одинаковых точечных заряда q находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной a . Найти величину напряженности электрического поля E в точке, находящейся на расстоянии $\frac{3}{4}a$ от каждого из зарядов.

Задача 8. (10 баллов)

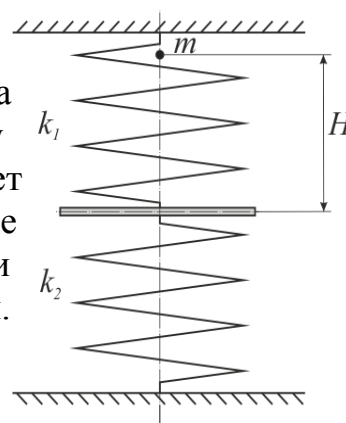
На представленном рисунке приведена электрическая схема сопротивления резисторов: $R_1=2$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=10$ Ом, $R_4=7$ Ом, $R_5=10$ Ом, $R_6=4$ Ом. Сопротивление $R=2$ Ом. ЭДС источника тока $\mathcal{E}=60$ В, внутреннее сопротивление источника $r=4$ Ом. Найти силу тока в цепи.

**Задача 9. (13 баллов)**

Альфа-частица и антипротон (гипотетическая частица с массой, равной массе протона, и противоположным по знаку зарядом $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл) движутся по прямой в скрещенных электрическом и магнитном полях. Напряженность электрического поля $E = 1000 \frac{\text{В}}{\text{м}}$, напряженность магнитного поля $H = 0,20 \text{ Тл}$. Затем частицы влетают под прямым углом в область однородного магнитного поля с индукцией $B_1 = 100 \text{ мТл}$. На каком расстоянии друг от друга окажутся частицы, пройдя четверть окружности?

Задача 10. (15 баллов)

Между двумя пружинами жесткостью k_1 и k_2 закреплена абсолютно невесомая площадка (см. рис.). На эту площадку с высоты H относительно площадки падает шарик массой m и прилипает к ней. Найдите уравнение гармонического колебания этой системы. Отсчет времени начать с момента прохождения положения равновесия. Массами пружин и площадки пренебречь.





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 2

10-11 классы

Задача 1. (5 баллов)

Миша и Маша играют в игру: независимо друг от друга, одновременно, пишут на бумаге любое натуральное число из некоторого диапазона и показывают друг другу: Миша - число $a: 0 < a \leq 125$, Маша число $b: 0 < b \leq 115$. Побеждает тот, кто написал большее число. Какова вероятность, что победит Миша?

Задача 2. (8 баллов) Найти наименьшее значение функции

$$f(x) = \left(1 + \frac{24}{x}\right)^{2024} + \left(1 + \frac{x}{24}\right)^{2024}.$$

Задача 3. (10 баллов) Числовая последовательность задана условием:

$$a_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad a_{n+1} = \sqrt{1 - \sqrt{1 - (a_n)^2}}. \quad \text{Доказать, что при неограниченно большом } n \in \mathbb{N}: \\ a_1 + a_2 + \dots + a_n < 1.46$$

Задача 4. (12 баллов)

Через лес проходит две параллельные просеки, на каждой из которых пробурены по две скважины так, что соединив эти скважины прямыми линиями мы получим трапецию площади $\frac{9}{2}$. Сумма расстояний между скважинами, расположенными на концах диагоналей этой трапеции, равна 6. Найти расстояние между двумя параллельными просеками.

Задача 5. (15 баллов)

Кристалл имеет форму правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, все ребра которой имеют длину 4. Точки M и N - середины ребер AS и AB соответственно. С помощью лазера кристалл рассекают на две части, одна из которых - треугольная пирамида. Луч лазера проходит через точку M перпендикулярно прямой CN . Найти площадь основания полученной треугольной пирамиды (вершина которой в точке A).



Задача 6. (5 баллов)

Два протона, находящиеся далеко друг от друга, движутся навстречу друг другу вдоль прямой с одинаковыми по величине скоростями в 1000 км/с. На какое наименьшее расстояние они сблизятся? Ответ округлите до сотых.

Задача 7. (7 баллов)

Сплошной горизонтальный стержень длиной 10 дм изготовлен из двух материалов. Четвертая часть его изготовлена из латуни массой 2,5 кг, остальная из олова массой 4,5 кг. Найти положение центра тяжести относительно его латунного конца. Ответ округлите до сотых долей.

Задача 8. (10 баллов)

Между обкладками плоского конденсатора находится стеклянная пластина с диэлектрической проницаемостью 8. Емкость конденсатора 12 мкФ, напряжение на обкладках 1,5 кВ. Какую работу нужно совершить, чтобы вынуть пластинку из конденсатора, не отключая его от источника напряжения?

Задача 9. (13 баллов)

Люминесцентная лампа длиной 70 см прикреплена к потолку комнаты высотой 2,7 м. На высоте 120 см от пола располагается непрозрачный горизонтальный диск радиусом 60 см. Центр лампы и диска лежат на одной вертикали. Определить диаметр тени от диска на полу. Ответ дать с точностью до сотых метра.

Задача 10. (15 баллов)

Колебательная система состоит из двух последовательно соединенных пружин с коэффициентами жесткости $k_1=900$ Н/м, $k_2=700$ Н/м, и прикрепленного к ним груза массой $m=300$ г. Найти частоту малых колебаний груза. Трением пренебречь. Ответ округлить до десятых.