

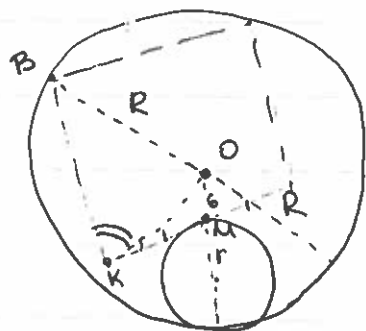


ВАРИАНТ № 2-3

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

Первая проверка	№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	Полученный балл	2	8	10	3	0	2	7	7	—	—	39
	Σ баллов прописью	Тридцать девять						Подпись проверяющего				
Вторая проверка	№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	Полученный балл	2	8	10	0	0	2	7	7	—	—	36
	Σ баллов прописью	Тридцать шесть						Подпись проверяющего				

На.



Пусть точка касание провода диаметром d ед. и кабель-канала является серединой стороны кабель-канала.

Обозначим сторону сечения a , его центр трубки K , одну из вершин квадратного сечения O , точку касание M .

Тогда $OM = R - d = 15 - 9 = 6$ ед. ; $KM = \frac{1}{2}a \Rightarrow \cos \angle OKM = \frac{KM}{OK}$

$\triangle OKM$: по теореме Пифагора : $OK = \sqrt{KM^2 + OM^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 6^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + 36} = \frac{\sqrt{a^2 + 144}}{2}$

$\cos \angle OKM = \frac{\frac{a}{2} \cdot 2}{\sqrt{a^2 + 144}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 144}}$

Пусть другая вершина квадратного сечения — O . Тогда $\cos \angle BKO =$

$= \cos (90^\circ - \angle OKM) = \sin \angle OKM = \sqrt{1 - \cos^2 \angle OKM}$

$\cos \angle BKO = \sqrt{1 - \frac{a^2}{a^2 + 144}} = \sqrt{\frac{a^2 + 144 - a^2}{a^2 + 144}} = \frac{12}{\sqrt{a^2 + 144}}$

$BO = R = 15$. $\triangle BOK$: теорема косинусов: $BO^2 = BK^2 + OK^2 - 2 \cdot BK \cdot OK \cdot \cos \angle BKO$

$BK = a \Rightarrow 15^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} + 36 - 2 \cdot a \cdot \frac{\sqrt{a^2 + 144}}{2} \cdot \frac{12}{\sqrt{a^2 + 144}} \Rightarrow 225 = \frac{5a^2}{4} + 36 - 12a$

$\frac{5a^2}{4} - 12a - 189 = 0$

$D = 144 - 4 \cdot \frac{5}{4} \cdot (-189) = 144 + 5 \cdot 189 = 144 + 945 = 1089 = 33^2 \Rightarrow a = \frac{12 + 33}{2 \cdot \frac{5}{4}} = 18$ мс²



Вариант № 2-3

Тогда $S_{\text{сечение}} = a^2 \Rightarrow S_{\text{сечение}} = 324$

Ответ: 324.

85

№3.

Уравнение окружности радиуса $R = \sqrt{2}$ и центром в начале координат: $x^2 + y^2 = 2$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ \frac{y(2x^2 - 1)}{x(2y^2 - 1)} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 2 - y^2 \\ y(2x^2 - 1) = -x(2y^2 - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{2 - y^2} \\ x = -\sqrt{2 - y^2} \\ y(2x^2 - 1) = -x(2y^2 - 1) \end{cases}$$

① $x = \sqrt{2 - y^2}$

$$y(2(2 - y^2) - 1) = -\sqrt{2 - y^2}(2y^2 - 1)$$

$$y(4 - 2y^2 - 1) = \sqrt{2 - y^2}(1 - 2y^2)$$

$$y(3 - 2y^2) = \sqrt{2 - y^2}(1 - 2y^2)$$

$$y(2y^2 - 3) = \sqrt{2 - y^2}(2y^2 - 1)$$

$$y^2(4y^4 - 12y^2 + 9) = (2 - y^2)(4y^4 - 4y^2 + 1)$$

$$4y^6 - 12y^4 + 9y^2 = 8y^4 - 8y^2 + 2 - 4y^6 + 4y^4 - y^2$$

$$8y^6 - 24y^4 + 18y^2 - 2 = 0$$

$$4y^6 - 12y^4 + 9y^2 - 1 = 0$$

$$(y^2 - 1)(4y^4 - 8y^2 + 1) = 0$$

$$4(y^2 - 1)\left(y^2 - \frac{2 + \sqrt{3}}{2}\right)\left(y^2 - \frac{2 - \sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} y^2 = 1 \\ y^2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \\ y^2 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \\ y = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \\ y = -\frac{2 + \sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \\ y = -\frac{2 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}} \\ x = -\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}} \\ x = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}} \\ x = -\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}} \end{cases}$$

* ② $x = -\sqrt{2 - y^2}$

$$y(2(2 - y^2) - 1) = \sqrt{2 - y^2}(2y^2 - 1)$$

$$y(4 - 2y^2 - 1) = \sqrt{2 - y^2}(2y^2 - 1)$$

$$y(3 - 2y^2) = \sqrt{2 - y^2}(2y^2 - 1)$$

$$y^2(3 - 12y^2 + 4y^4) = (2 - y^2)(4y^4 - 2y^2 + 1)$$

лист 3

ЛИСТ 2 из 5



Вариант № 2-3

$$9y^2 - 12y^4 + 4y^6 = 8y^4 - 8y^2 + 2 - 4y^6 + 4y^4 - y^2$$

$$8y^6 - 24y^4 + 18y^2 - 2 = 0.$$

Аналогично,

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -1 \\ x = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ x = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -\frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ x = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \\ x = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \end{array} \right.$$

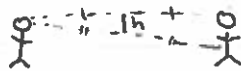
$$\left\{ \begin{array}{l} y = -\frac{2-\sqrt{3}}{2} \\ x = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \end{array} \right.$$

Ответ: $(1; 1); (1; -1); (\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}; \frac{2+\sqrt{3}}{2});$
 $(\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}; -\frac{2+\sqrt{3}}{2}); (\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}; \frac{2-\sqrt{3}}{2});$
 $(\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}; -\frac{2-\sqrt{3}}{2})$

105

№6.

① $h_{\text{зеркала}} = 40 \text{ см}$:



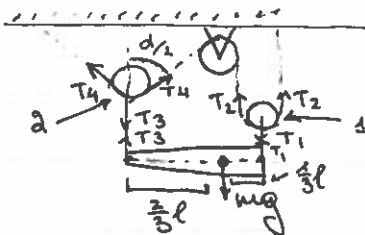
Оформление в подобном треугольнике с коэффициентом подобия $k=2$, т.к. от зеркала

изображение в зеркале находится на ~~таком~~ таком же расстоянии, что и человек, поэтому в случае ① девушка видит только 80 см своего роста.

Когда зеркало заменили на $h = 2h_{\text{зеркала}} = 80 \text{ см}$, то девушка увидела себя полностью $\Rightarrow$ её рост = 160 см.

Ответ: 160 см.

№7.



Правило моментов, т.к. система в равновесии:

$$T_3 \cdot \frac{2}{3}l = \frac{1}{3}l \cdot T_1 \quad (\text{относительно центра масс усеченного конуса})$$

Т.к. блок 1 подвижный, $T_1 = 2T_2$.

$$T_3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} T_2 \cdot 2 \Rightarrow T_2 = T_3.$$

Т.к. система в равновесии, $T_4 = T_2$

По тому условию равновесия для блока 2:

$$T_3 = T_4 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} + T_4 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 2T_4 \cos \frac{\alpha}{2}$$

лист 4



Вариант № 2-3

$$T_2 = T_3 = T_4$$

$$T_4 = 2T_4 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 1 = 2 \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

Ответ: 120°

№ 8. $h_0 = ?$

$$p_0 = 12465 \text{ Па}$$

$$T = 100^\circ \text{C} = 373 \text{ К}$$

$$h = 0,54 \text{ см} = 0,0054 \text{ м}$$

$$T = \text{const.}$$

$$R = 8,31$$

Весь пар перешёл в жидкость $\Rightarrow m_n = m_m$.

$$\rho_n \cdot V_0 = \rho_b \cdot V$$

$$\rho_n \cdot h_0 \cdot S = \rho_b \cdot h \cdot S$$

$$\rho_n \cdot h_0 = \rho_b \cdot h$$

$$h_0 = \frac{\rho_b \cdot h}{\rho_n}$$

$$\rho_n = \frac{\rho_n \cdot R \cdot T}{M}$$

$$\rho_n = \frac{\rho_n \cdot M}{R \cdot T}$$

$$h_0 = \frac{\rho_b \cdot h \cdot R \cdot T}{\rho_n \cdot M} = \frac{1000 \cdot 0,0054 \cdot 8,31 \cdot 373}{12465 \cdot 18 \cdot 10^{-3}} \text{ м.} =$$

$$= \frac{0,0054 \cdot 5,4 \cdot 8,31 \cdot 373}{12465 \cdot 18 \cdot 10^{-3}} = \frac{5,4 \cdot 8,31 \cdot 373}{12465 \cdot 18} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 373}{15 \cdot 18} =$$

$$= \frac{8 \cdot 373}{15 \cdot 10} = \frac{373}{50} = 7 \frac{23}{50} = 7,46 \text{ м.}$$

Ответ: $7,46 \text{ м.}$

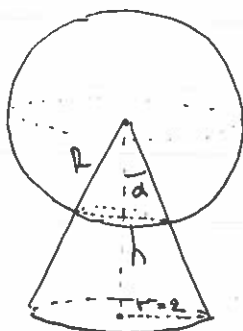
№ 1.

$$\text{Величина } \frac{\log_7 2 \cdot \log_7 3 \dots \log_7 n}{7^n}$$

при $n \geq 2$ будем принимать наименьшее значение, когда $n = 7$, т.к. после этого значение только увеличивается, тем в 7 раз при увеличении n , тогда как знаменатель продолжит увеличиваться в 7 раз.

Ответ: 7

№ 4.



Сечение

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$r = 2$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

Пусть высота конуса = h

$$\tan \alpha = \frac{r}{h} = \sqrt{3}$$

$$h = \frac{r}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$V_k = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h, \quad V_k - \text{объём конуса}$$

$$V_k = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{8\pi\sqrt{3}}{9}$$

Пусть l - образующая конуса

→

ЛИСТ 4 из 5



Вариант № 2-3

Пусть R - радиус цилиндра

$$\frac{S_{\text{сечения}}}{S_{\text{осн}}} = \left(\frac{R}{l}\right)^2, S_{\text{осн}} - \text{площадь основания конуса}$$

$$\frac{V_k}{2} = \frac{1}{3}V_m, \text{ где } V_m - \text{объем шара}$$

$$V_m = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\frac{8\pi\sqrt{3}}{8 \cdot 2} = \frac{4\pi R^3}{9}$$

$$R^3 = \sqrt{3} \Rightarrow R = \sqrt[3]{3}$$

$$S_{\text{осн}} = \pi r^2 = 4\pi$$

$$\frac{S_{\text{сечения}}}{S_{\text{осн}}} = \left(\frac{\sqrt[3]{3}}{l}\right)^2$$

$$\sin \alpha = \frac{l}{R} \Rightarrow l = \frac{R}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\text{сечения}} = 4\pi \cdot \frac{\sqrt[3]{3} \cdot 9}{16 \cdot 3} = \frac{3\pi\sqrt[3]{3}}{4}$$

$$\text{Ответ: } \frac{3\pi\sqrt[3]{3}}{4}$$

не нужно
использовать
сечение

35 05