



ВАРИАНТ № 2-3

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

Первая проверка	№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	Полученный балл	4	8	2	—	15	—	7	—	2	—	38
	Σ баллов прописью	Тридцать восемь						Подпись проверяющего				
								Подпись проверяющего				
Вторая проверка	№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	Полученный балл	4	8	2	—	15	—	7	—	2	—	38
	Σ баллов прописью	Тридцать восемь						Подпись проверяющего				
								Подпись проверяющего				

Задача 1.

Можно заметить, что при увеличении n на 1 граф изменяется в $\frac{\log_7(n+1)}{7}$ раз. Очевидно, что граф будет уменьшаться, пока $\log_7(n+1) < 7$ и останется такой же, при $\log_7(n+1) = 7$ тогда граф будет увеличиваться при том n , когда $\log_7(n+1) = 7$, тогда $n+1 = 7^7 \Rightarrow n = 7^7 - 1 = 823542$

Ответ: $n = 823542$

а $n = 7^7$?

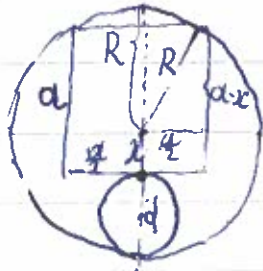
45

Задача 2.

Заметим, что длина стороны сечения кабельканала α будет ~~меньше~~ тем больше, чем больше кол-во точек, в которых сечение кабельканала касается сечения трубы. Т.к. сечение кабельканала (далее, $k-k'$) — квадрат, а сечение трубы — окружность, то возможные кол-ва точек касания — 0, 1, 2, 4. Если кол-во точек касания = 4, то сечение системы « $k-k'$, труба, электрический провод» будет , и тогда диаметр



Вариант № 2-3

электрического провода d будет равен $R - \frac{R}{\sqrt{2}} = R(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$,
где R - радиус трубы. По условию $R = 15 \text{ ед}$, тогда $d =$
 $= 15 \text{ ед} \cdot (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \approx 4,5 \text{ ед}$, но по условию $d = 2 \text{ ед} \Rightarrow$ кон-во
точек < 4 . При кон-ве точек касания трубы и $K-K = 2$
сечение $\sqrt{d}$ будет такое:  Тогда:

$$\begin{cases} R = x + d, \\ R^2 = (\frac{a}{2})^2 + (a-x)^2 \end{cases}, \text{ где } R = 15 \text{ ед}, d = 2 \text{ ед}$$

$$\begin{cases} x = 15 - 2 \text{ ед}, \\ 15^2 \text{ ед}^2 = \frac{a^2}{4} + (a^2 - 12a + 36) \text{ ед}^2 \end{cases} \Rightarrow a = 18 \text{ ед}$$

$$S_{\Pi} = a^2$$

$$S_{\text{сечения } K-K} = 18^2 \text{ ед}^2 = 324 \text{ ед}^2$$

$$\text{Ответ: } S = 324 \text{ ед}^2$$

85

Задача 2.

Из условия масса груза m_1 = массе пули 1 $m_{п1}$ = массе пули 2 $m_{п2}$
и равны. $= m$ и скорость пули 1 $v_{п1}$ = скорости пули 2 $v_{п2} = v$

1) Т.к. пуля и груз при столкновении слипнутся, то можно считать
абсолютно неупругим ударом, тогда верен закон сохранения
импульса: $m_1 \vec{v}_{п1} + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_{сов}$

$$m \cdot v + m \cdot 0 = 2m \cdot \frac{v}{2}$$

Из условия системы "пуля + груз" замкнута, тогда
верен закон сохранения энергии $E_{п1} + E_{к1} = E_{к2} + E_{п2}$. Из закона Гук
 $E_{п1} = \frac{k \Delta x_1^2}{2}$, Т.к. при соприкосновении груза и пули груз находится
в положении равновесия то $E_{к \max 1} = E_{п \max 1}$, $\frac{2m(v/2)^2}{2} = \frac{k \Delta x_1^2}{2}$

$$\frac{k \Delta x_1^2}{2} = \frac{mv^2}{4}$$

2) Это соприкосновение второй пули с системой "пуля + груз" тоже
является абсолютно неупругим ударом.



Вариант № 23

Тогда верен закон сохранения импульса $m_H \vec{v}_H + m_{H+H} \vec{v}_{H+H} = (m_H + m_{H+H}) \vec{v}_{об2}$

$$m v + 2m v = 3m \frac{2}{3} v$$

При втором столкновении системы «пруж + груз» и груз система находилась в положении равновесия, когда $E_{Kmax2} = E_{Пmax2}$

$$\frac{3m}{2} \left(\frac{2}{3} v \right)^2 = \frac{k \Delta x_2^2}{2} \Rightarrow \frac{k \Delta x_2^2}{2} = \frac{2m}{3} v^2$$

3) $\Delta x = \frac{1}{3} \Delta x_1$ или 1-го внешнего

$$\frac{2m}{2} v^2 = \frac{1}{9} \frac{k \Delta x_1^2}{2} + \frac{2m}{2} v_1^2$$

$$\frac{m v^2}{4} = \frac{1}{9} \frac{m v^2}{4} + m v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2}{9} v^2}$$

4) когда после 2-го внешнего $\Delta x = \frac{1}{3} \Delta x_2$

$$\frac{3m}{2} \left(\frac{2}{3} v \right)^2 = \frac{1}{9} \frac{k \Delta x_2^2}{2} + \frac{3m}{2} v_2^2$$

$$\frac{2m}{3} v^2 = \frac{1}{9} \frac{2m v^2}{3} + \frac{3m}{2} v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{4}{81} v^2}$$

$$5) \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\frac{4}{81} v^2}{\frac{2}{9} v^2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Ответ: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Задача 5.

x - количество извлеченных маршрутов
Положительными числами являются: 1) 1 маршрут излучен и пройден, второй излучен и пройден. 2) 1 излучен и пройден, второй не излучен и пройден. 3) 1 не излучен и пройден, 2 излучен и пройден. 4) 1 не излучен и пройден 2 не излучен и пройден.

$$1) p = \frac{x}{32} \cdot 1 \cdot \frac{x-1}{31} \cdot 1 \quad 2) p = \frac{x}{32} \cdot 1 \cdot \frac{31-(x-1)}{31} \cdot \frac{1}{3} \quad 3) p = \frac{32-x}{32} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{31-x}{31} \cdot 1$$

$$4) p = \frac{32-x}{32} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{31-x}{31} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1$$



Вариант № 2-3

По условию $P_{\text{ос}} \geq 0,45$, тогда

$$\frac{2x(x-1)}{32 \cdot 31} + \frac{x(32-x)^{\frac{1}{3}}}{32 \cdot 31} + \frac{(32-x)^{\frac{1}{3}} \cdot x}{32 \cdot 31} \cdot \frac{(32-x)^{\frac{1}{3}} \cdot (31-x)^{\frac{1}{3}}}{32 \cdot 31} \geq 0,45$$

$$\frac{x^2}{31 \cdot 42} + \frac{5x}{12 \cdot 31} - \frac{23}{36} \geq 0 \quad \frac{x^2 + 30x - 1426}{71 \cdot 31} \geq 0$$

методом перебора было выяснено, что при $x = 25$

$$\frac{625 + 750 - 1426}{71 \cdot 31} = \frac{-51}{71 \cdot 31} \geq 0 \text{ - неверно, а при } x = 26$$

$$\frac{26(26+30) - 1426}{31 \cdot 42} = \frac{160}{31 \cdot 42} \geq 0 \text{ - верно}$$

Ответ: $x = 26$

150

Задача 3.

Т.К. $R = \sqrt{2}$ и $x_0 = 0, y_0 = 0$ по уравнение окружности принимаем вид $x^2 + y^2 = 2$

Пока ответом на задачу будут решения системы

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ \frac{y(2x^2 - 1)}{x(2y^2 - 1)} = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 2 - y^2 \\ y(2(2 - y^2) - 1) = -\sqrt{2 - y^2}(2y^2 - 1) \end{cases} \text{ - кубическое уравнение}$$

$$3y - 2y^3 = -\sqrt{2 - y^2}(2y^2 - 1) \text{ - уравнение третьей степени} \Rightarrow$$

предположим кубическая параболка, что пересечет окружность в 2-х точках с координатами $(1; -1)$ $(-1; 1)$

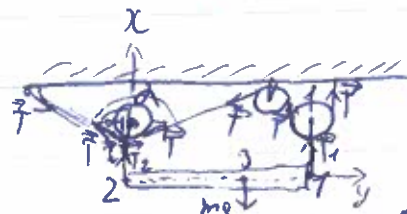
Ответ: $(1; -1)$ $(-1; 1)$

рассмотрев все случаи 28

Задача 4

Т.К. нить не скользит по шарикам и шарик по нити не скользит сила натяжения T равна. По условию $\frac{l_{23}}{l_{21}} = \frac{2}{3}$

$$l_{21} = l, \text{ тогда } l_{23} = \frac{2}{3}l, l_{31} = \frac{1}{3}l$$





Вариант № 2-3

Запишем правило моментов для точки 1

По правилу моментов $M_a = M_b$ $T_2 l = mg \frac{1}{3} l$

На блок, что покоится „выступ“ упирается и действуют силы $\vec{T}_2$, $\vec{T}_1$, $\vec{T}$

По второму закону Ньютона: $\vec{T} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$

$$\text{Ох } 2T \cos \alpha - T_2 = 0 \Rightarrow 2T \cos \left(\frac{\alpha}{2}\right) = T_2$$

Запишем правило моментов для точки 2 $M_a = M_b$

$$mg \frac{2}{3} l = T_1 l$$

По второму закону Ньютона для покоящегося блока 1: $\vec{T} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$

$$\text{Ох: } 2T - T_1 = 0 \Rightarrow 2T = T_1$$

$$T_1 = \frac{2}{3} mg$$

$$T_2 = \frac{1}{3} mg$$

$$2T = \frac{T_2}{\cos \left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad 2T = T_1 \quad T_1 = \frac{T_2}{\cos \left(\frac{\alpha}{2}\right)} \Rightarrow \cos \left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{1}{3} mg}{\frac{2}{3} mg} = \frac{1}{2}$$

* По второму закону Ньютона для блока „выступ“ упирается

$$\text{Оу: } T \sin \alpha_1 - T \sin \alpha_2 = 0$$

Т.к. T и T равны то $\sin \alpha_1 = \sin(\alpha - \alpha_1)$ значит $\alpha_1 = \frac{\alpha}{2}$

$$\cos \left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

$$\text{Итак: } \alpha = 120^\circ$$

