



ВАРИАНТ № 2-3

Оценка выполнения олимпиадной работы (заполняется проверяющим)												
Первая проверка	№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	Полученный балл	0	0	2	0	15	—	1	1	13	—	32
	Σ баллов прописью	Тридцать два						Подпись проверяющего				
Вторая проверка	№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	Полученный балл	0	0	2	0	15	—	1	1	13	—	32
	Σ баллов прописью	Тридцать два						Подпись проверяющего				

$$\sqrt[3]{4}$$

Дано:

$$r = 2$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$$

Найти: $S_{\text{сеч.}}$

Решение

Условие истинно
Кусы имеют общую вершину, а их основания параллельны, тогда фигуры подобны. Отношение объёмов конусов равно коэффициенту подобия в кубе.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2} = k^3, \quad k = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2} = \frac{4^{\frac{1}{3}}}{2} = \frac{2^{\frac{2}{3}}}{2} = 2^{-\frac{1}{3}}$$

$$\text{Следовательно } \frac{r_{\text{сеч.}}}{r} = 2^{-\frac{1}{3}}; \quad r_{\text{сеч.}} = 2 \cdot 2^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$S_{\text{сеч.}} = \pi r_{\text{сеч.}}^2 = 3,14 \cdot (2^{\frac{2}{3}})^2 = 3,14 \cdot 2^{\frac{4}{3}} = 3,14 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{2} = 6,28 \sqrt[3]{2} \text{ ед.}^2$$

Ответ: $6,28 \sqrt[3]{2} \text{ ед.}^2$

$$\sqrt[3]{2}$$

Дано:

$$R = 15 \text{ ед.}$$

$$d = 9 \text{ ед.}$$

Найти: $S_{\text{сеч.}}$

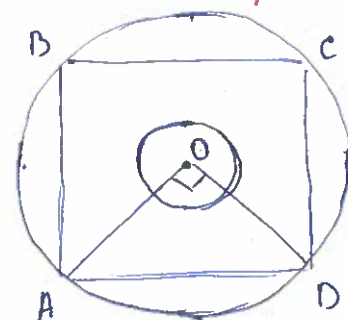
Решение:

$$\text{Рассмотрим } \triangle AOD: AO = OD = R = 15 \text{ ед.}$$

Так как ABCD - квадрат (из условия), то $BD \perp AC \Rightarrow \angle AOD = 90^\circ$.

$$\text{По теореме Пифагора: } AD^2 = AO^2 + OD^2$$

$$AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = \sqrt{15^2 + 15^2} = \sqrt{2 \cdot 15^2} = 15\sqrt{2} \text{ ед.}$$



смотри лист 2.



Вариант № 2-3

$$S_k = AD^2 ; S_k = (15\sqrt{2})^2 = 225 \cdot 2 = 450 \text{ eq}^2$$

$$S_n = \pi r^2 ; r = \frac{1}{2} d = \frac{1}{2} \cdot 9 = 4,5 ; S_n = 3,14 \cdot 20,25 = 63,575 \text{ eq}^2$$

$$S_{\text{сеч.}} = S_k - S_n ; S_{\text{сеч.}} = 450 - 63,575 = 386,425 \text{ eq}^2$$

$$\text{Ответ: } 386,425 \text{ eq}^2$$

$$\sqrt{3}$$

05

Из уравнения окружности: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

По условию: $x_0 = 0 ; y_0 = 0 ; R = \sqrt{2}$

$$x^2 + y^2 = 2 ; x^2 = 2 - y^2 ; y^2 = 2 - x^2$$

$$\frac{y(2x^2 - 1)}{x(2y^2 - 1)} = -1$$

$$\begin{cases} y(2x^2 - 1) = -1 \\ x(2y^2 - 1) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(4 - 2y^2 - 1) = -1 \\ x(-2x^2 + 4 - 1) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(3 - 2y^2) = -1 & (1) \\ x(3 - 2x^2) = 1 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{y}{(2x^2 - 1)} = -1$$

Рассмотрим 1 систему:

а. *сначала*

что $y(2x^2 - 1) = -x(2y^2 - 1)$

$$\begin{cases} y = -1 \\ 3 - 2y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ 3 - 2(-1)^2 = 1 \end{cases}$$

- не подходит

$$\begin{cases} y = 1 \\ 3 - 2y^2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ 3 - 2 \cdot 1^2 = -1 \end{cases}$$

- не подходит

$$\begin{cases} x = 1 \\ 3 - 2x^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ 3 - 2 \cdot 1^2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

смотри лист 3



Вариант № 2-3

Рассмотрим систему 2

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ 3 - 2y^2 = 1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ 3 - 2 \cdot 1^2 = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -1 \\ 3 - 2y^2 = -1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y = -1 \\ 3 - 2 \cdot (-1)^2 = -1 \end{array} \right. \quad \text{— не подходит}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ 3 - 2x^2 = 1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ 3 - 2 \cdot (-1)^2 = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ 3 - 2x^2 = -1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ 3 - 2 \cdot 1^2 = -1 \end{array} \right. \quad \text{— не подходит}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 1 \end{array} \right.$$

Ответ: $(-1; 1); (1; -1)$
1/2 5

рассмотрены не все
случаев 25

Пусть x — количество изученных маршрутов, тогда количество неизученных маршрутов равно $1 - \frac{x}{32}$. Чтобы спортсмен прошёл оба маршрута с вероятностью 0,75 минути, то с максимальной вероятностью 0,25 он не пройдёт маршрут.

Вероятность непрохождения маршрутов равна $P(\text{непр.}) = P(\text{неизуч.}) \cdot P(\text{непр.}) \cdot 2$

Вероятность того, что попадет неизученный маршрут равна $\frac{32-x}{32} = 1 - \frac{x}{32}$

Вероятность непрохождения неизученного маршрута равна $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$$P(\text{непр.}) = \left(1 - \frac{x}{32}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = 0,25$$

$$\left(1 - \frac{x}{32}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{4} \quad ; \quad 1 - \frac{x}{32} = \frac{3}{16} \quad ; \quad \frac{x}{32} = \frac{13}{16} \quad ; \quad \frac{x}{32} = \frac{13}{16} \Rightarrow 0$$

$$\frac{x - 26}{32} = 0 \quad ; \quad x = 26$$

Ответ: 26 маршрутов
смотри лист 4

155



Вариант № 2-3

№ 8

Найти	И	ЕИ	Решение
Дано	$P_1 = 12465 \text{ Па}$ $t_1 = 100^\circ \text{C}$ $T = \text{const}$ $h = 0,54 \text{ см}$ $P_2 = 10^5 \text{ Па}$	373 K $0,0054 \text{ м}$	По уравнению Менделеева - Клапейрона $P_1 V_1 = \nu R T$; $V_1 = S_{\text{осн}} \cdot H$; $P_1 S_{\text{осн}} H = \nu R T$ $P_2 V_2 = \nu R T$; $V_2 = S_{\text{осн}} \cdot h$; $P_2 S_{\text{осн}} h = \nu R T$ $P_1 S_{\text{осн}} H = P_2 S_{\text{осн}} h$ $P_1 H = P_2 h$ $H = \frac{P_2 h}{P_1}$

$$H = \frac{10^5 \cdot 0,0054}{12465} \approx 0,043 \text{ м} = 4,3 \text{ см}$$

Ответ: $H = 4,3 \text{ см}$

№ 9

Найти	$\frac{v_2'}{v_1'}$	ЕИ	Решение
Дано	$m_1 = 4 \text{ кг}$ $m_2 = 4 \text{ кг}$ $v_0 = 0 \text{ м/с}$ $v_1 = v_2$	$4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ $4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	По закону сохранения импульса Для 1 случая $m_1 \vec{v}_0 + m_2 \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) \vec{v}_1'$

ось x: $0 + m_2 v_1 = (m_1 + m_2) v_1'$

$$4 \cdot 10^{-3} v_1 = (4 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}) v_1'$$

$$4 \cdot 10^{-3} v_1 = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} v_1'$$

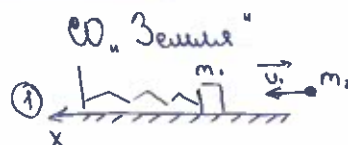
$$v_1 = 2 v_1' = v_2$$

Для 2 случая:

$$(m_1 + m_2) \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2 + m_2) \vec{v}_2'$$

ось x: $(m_1 + m_2) v_1' + m_2 v_2 = (m_1 + m_2 + m_2) v_2'$

$$(4 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}) v_1' + m_2 v_2 =$$



смотри лист 5



Вариант № 2-3

$$(4 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}) \cdot 2$$

$$(4 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}) v_1' + 4 \cdot 10^{-3} \cdot 2v_1' = (4 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}) v_2'$$

$$8 \cdot 10^{-3} v_1' + 8 \cdot 10^{-3} v_1' = 12 \cdot 10^{-3} v_2'$$

$$16 \cdot 10^{-3} v_1' = 12 \cdot 10^{-3} v_2'$$

$$16 v_1' = 12 v_2' \quad | :4$$

$$4 v_1' = 3 v_2'$$

$$\frac{v_1'}{v_2'} = \frac{3}{4}$$

В любом положении, при движении колебательной системы, отношение скоростей груза с двумя пулями и груза с одной пулей будет одинаковым.

Ответ: $\frac{v_1'}{v_2'} = \frac{3}{4}$ +

$$\frac{\log_2 2 \cdot \log_3 3 \cdot \dots \cdot \log_7 n}{7^n}$$

Значение выражение будет наименьшим при том условии, что в числителе будет наибольшее возможное число, а в знаменателе будет 1.

При значениях $n < 7$, $\log_7 n < 1$, следовательно это будет дробь с 1 в знаменателе. Если $n = 7$, то $\log_7 7 = 1$, тогда числитель исходно данной дроби будет 1, а в знаменателе будет наиболее возможное число. Значит наименьшее значение дроби при $n = 7$.

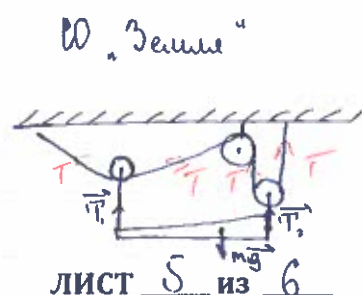
Ответ: 7.

$$\sqrt[5]{7}$$

Найти	α	Решение
Дано	$L_n = \frac{2}{3} L$	По условию равновесия: $M_1 = M_2$ (относительно центра тяжести). $M_1 = T_1 \cdot L_n = T_1 \cdot \frac{2}{3} L$

$$M_2 = T_2 \cdot L_n = T_2 (L - L_n) = T_2 (L - \frac{2}{3} L) = \frac{1}{3} T_2 L$$

смотри лист 6.





Вариант № 2-3

$$\frac{2}{3} T_1 k = \frac{1}{3} T_2 k ; \quad 2T_1 = T_2$$

Силы действующие на блоки уравновешивают друг друга

По теореме Пифагора: $\left(\frac{T_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{T_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{T_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{2}\right)^2$

По теореме Пифагора: $\left(\frac{T_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{T_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{T_1 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{2}\right)^2$

$$\left(\frac{2T_1}{2}\right)^2 = \frac{T_1^2}{4} + \frac{T_1^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{4} \quad | \cdot 4$$

$$4T_1^2 = T_1^2 + T_1^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$3T_1^2 = T_1^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = 3$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{T_2^2}{4} = \frac{T_1^2}{4} + \frac{T_1^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{4} \quad | \cdot 4$$

$$T_2^2 = T_1^2 + T_1^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$(2T_1)^2 = T_1^2 (1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2})$$

$$4T_1^2 = T_1^2 (1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2})$$

$$4 = 1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = 3$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\alpha}{2} = \arcsin \sqrt{3}$$

$$\alpha = 2 \arcsin \sqrt{3}$$

Ответ: $\alpha = 2 \arcsin \sqrt{3}$