



ВАРИАНТ № 2-4

Оценка выполнения олимпиадной работы
(заполняется проверяющим)

Первая проверка	№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	Полученный балл	55	88	35	125	155	0	—	0	—	—	43
Вторая проверка	Σ баллов прописью	сорок три										
	Подпись проверяющего	[Подпись]										
Вторая проверка	№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	Полученный балл	5	8	3	12	15	0	—	0	—	—	43
Вторая проверка	Σ баллов прописью	сорок три										
	Подпись проверяющего	[Подпись]										

и 8

Дано

$$P = 24,930 \text{ Па}$$

$$t = 100^\circ\text{C}$$

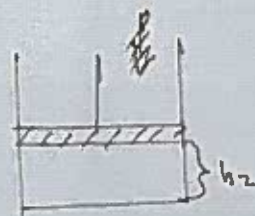
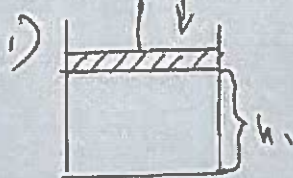
$$h_2 = 10,8 \text{ мм}$$

$$T = \cos 54^\circ$$

Найти

$$h_1 = ?$$

Решение:



2) При $t = 100^\circ\text{C}$, $P_H = 100 \text{ кПа}$

3) т.к. $T = \cos 54^\circ$, то по формуле: $\varphi = \frac{P}{P_H} \cdot 100\%$

$$\varphi = 24,93\%$$

4) Так же известно, что $\varphi = \frac{V_2}{V_1} \cdot 100\%$, но т.к. объем изменился только из-за высоты, то $\varphi = \frac{h_2}{h_1} \cdot 100\% \Rightarrow$
 $\Rightarrow h_1 = \frac{h_2}{\varphi} \cdot 100\%$

$$h_1 = \frac{10,8 \text{ мм}}{24,93\%} \cdot 100\% = 43,32 \text{ мм}$$

Ответ: $h_1 = 43,32 \text{ мм}$ высота камня
высота поршня 43,32 мм

Но формула должна быть...

AD E / D



Вариант № 2-4

WS

1) Уравните этой окружности $x^2 + y^2 = 2$

$$\frac{y \cdot (\sqrt{2}x^2 - 1)}{x(\sqrt{2}y^2 - 1)} = -1 \quad \frac{y}{x} = \frac{1 - \sqrt{2}y^2}{\sqrt{2}x^2 - 1}$$

$$\frac{x^2 + y^2}{2} = 1$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\frac{x^2 + y^2}{2} - \sqrt{2}y^2}{\sqrt{2}x^2 - \frac{x^2 + y^2}{2}}$$

2) Пусть $\frac{y}{x} = t$

$$\frac{y}{x} = \frac{1 + (\frac{y}{x})^2 - \sqrt{2}(\frac{y}{x})^2}{2}$$

$$t = \frac{1 + \frac{t^2}{2} - \sqrt{2} \cdot \frac{t^2}{2}}{\sqrt{2} - \frac{1 + t^2}{2}}$$

$$t\sqrt{2} - t \frac{1 + t^2}{2} (1 + t) = 0$$

$$(1 + t) \cdot \frac{2\sqrt{2} - 1 - t^2}{2} = 0$$

$$t = -1^{(1)} \text{ или } 42 - 2\sqrt{2}t + 1 = 0$$

$$t = \sqrt{2} \pm 1$$

3) из (1):
 $y = -x \Rightarrow x^2 = 2$
 $x = \pm 1$

Две точки: $P_1(1; -1)$
 $P_2(-1; 1)$
*не все
суммы
рассеив*

Две точки: $(1; -1)$
 $(-1; 1)$

ЗБ



Олимпиада школьников «Гранит науки» Шифр работы _____
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

(не заполнять)

Вариант № 2-4

W2

1) Необходимо в круг диаметра $2R = 50$ см. вписать круг $d = 15$ см. квадрат с наибольшей стороной.

2) Очевидно, что окружности будут xy у провода касаются внутренним образом окружностей.

Одна из сторон квадрата параллельна линии центров

$$3) PK = KQ = FN = NR = x$$

$$PF = \frac{1}{2}AR = 2x$$

4) $\triangle ABR$ вписан в окружность где AB - диаметр, $\Rightarrow \angle ARB = 90^\circ$

$$RN - \text{высота } \triangle ARB \Rightarrow RN^2 = AN \cdot BN$$

$$5) x^2 = BN \cdot (50 - BN)$$

$$BN = 50 - AN = 50 - 15 - 2x = 35 - 2x$$

$$6) x^2 = (35 - 2x)(15 + 2x)$$

$$x^2 = 525 - 30x + 40x - 4x^2$$

$$5x^2 - 40x - 525 = 0 \quad | :5$$

$$x^2 - 8x - 105 = 0$$

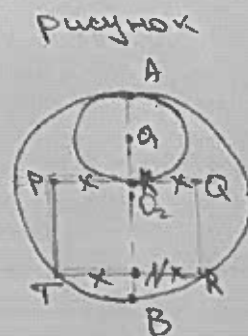
$$D = 64 + 4 \cdot 105 = 22^2$$

$$x = 15;$$

$$2x = 30$$

$$S_{\max} = 30^2 = 900$$

$$\text{Ответ: } S_{\max} = 900$$



85



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Шифр работы _____

(не заполнять)

Вариант № 2-4

уд

$$x_2 = \frac{\log_9 2}{9^2}$$

$$x_3 = \log_9 2 \cdot \log_9 3 \cdot \log_9 4$$

$$x_3 = \frac{\log_9 2 \cdot \log_9 3}{9^3}$$

$$x_4 = \frac{\log_9 2 \cdot \log_9 3 \cdot \log_9 4}{9^4}$$

$$x_n = \frac{\log_9 2 \cdot \log_9 3 \cdot \dots \cdot \log_9 n}{9^n}$$

$$x_{n+1} = \frac{\log_9 2 \cdot \log_9 3 \cdot \dots \cdot \log_9 n \cdot \log_9 n+1}{9^{n+1}}$$

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{\log_9 n+1}{9} \leq 1 \Rightarrow \log_9 n+1 \leq 9$$

$$n+1 \leq 9^9$$

$$n \leq 9^9 - 1$$

Значит $n = 9^9$, то $x_{9^9+1} > x_{9^9}$

Значит наименьшее значение достигается при $n = 9^9 - 1$, $n = 9^9$

Ответ: 9^9 и $9^9 - 1$



Вариант № 2-4

По формуле полной вероятности.

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) + P(A|H_3) \cdot P(H_3)$$

$$\frac{k^2 - k}{28 \cdot 24} + \frac{2k(28 - k)}{28 \cdot 24 \cdot 3} + \frac{(28 - k)(24 - k)}{28 \cdot 24 \cdot 9} \geq \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{28 \cdot 24 \cdot 9} \cdot 5^2$$

$$9(k^2 - k) + 6k(28 - k) + (28 - k)(24 - k) \geq 4860$$

$$4k^2 + 104k + 756 \geq 4860 \quad | :4$$

$$k^2 + 26k + 189 \geq 1215$$

$$(k + 13)^2 \geq 1195, k \in \mathbb{N}$$

$$k \geq \sqrt{1195} - 13$$

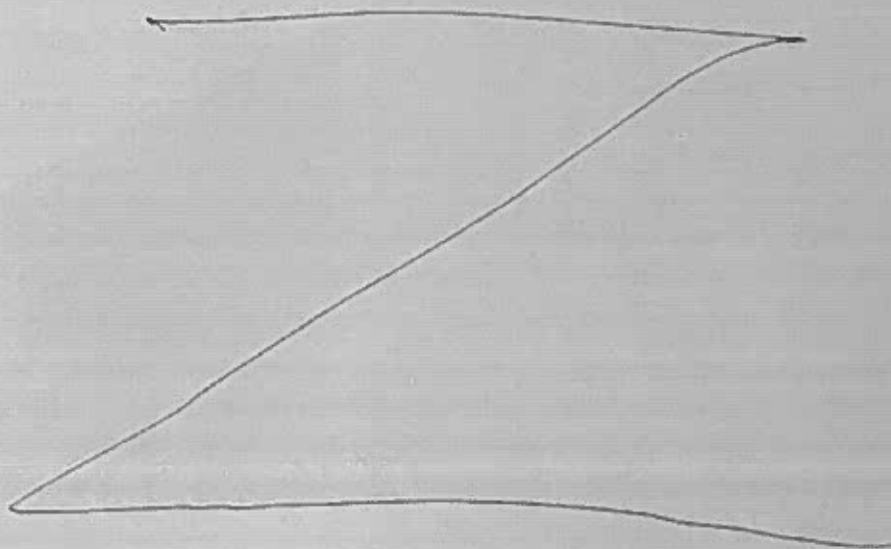
$$34^2 = 1156 \Rightarrow k \geq 35 - 13 = 22$$

$$35^2 = 1225$$

Значит наименьшее количество маршрутов равно 22

Ответ: 22

168





Вариант № 2-4

WS

Пусть количество изученных маршрутов равно K .

Пусть $K \geq 2$, т.к.

при $K=0$ вероятности успеха $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \leq \frac{5}{7}$

при $K=1$, она точно меньше, чем $1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$, что тоже меньше $\frac{5}{7}$

H_1 - спортсмен получил 2 изученных маршрута.

$$P(H_1) = \frac{C_{2K}^2}{C_{28}^2} = \frac{K(K-1)}{28 \cdot 27}$$

H_2 - спортсмен получил 1 изученный и 1 незнакомый маршрут

$$P(H_2) = \frac{C_K^1 \cdot C_{28-K}^1}{C_{28}^2} = \frac{K(28-K) \cdot 2}{28 \cdot 27}$$

H_3 - спортсмен получил 2 незнакомых маршрута.

$$P(H_3) = \frac{C_{28-K}^2}{C_{28}^2} = \frac{(28-K)(27-K)}{28 \cdot 27}$$

~~В~~ Пусть A - спортсмен прошил оба маршрута

$$P(A) = P(A|H_1) \Rightarrow \begin{aligned} P(A|H_1) &= 1; \\ P(A|H_2) &= \frac{1}{3}; \\ P(A|H_3) &= \frac{1}{9}; \end{aligned}$$

см



Вариант № 2-4

W4

$$1) \cos L = \frac{4}{5} = \frac{SO}{SB}$$

$$4 SB = 5 SO$$

$$SO = 4x$$

$$SB = 5x$$

по т. Пифагора:

$$SO^2 + OB^2 = SB^2$$

$$(4x)^2 + 4 = (5x)^2$$

$$x^2 = \frac{4}{9};$$

т.к. стороны не могут быть отрицательными

$$x = \frac{2}{3}$$

$$SO = \frac{8}{3}, SB = \frac{10}{3}$$

Угол α

$$3) Пусть SP = v, SE = r \cdot \cos h = \frac{4}{5} r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow EN = r - \frac{4}{5} r = \frac{r}{5}$$

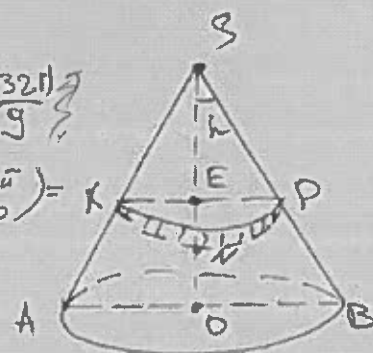
$$V_{ш.с} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot \frac{v^2}{5} = \frac{2\pi v^3}{15} = \frac{16\pi}{9}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{40}{3}} = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{3}}$$

$$S_{поверхности сечения} = 2\pi \cdot EN = \frac{2}{5} \pi v^2 =$$

$$= \frac{8\pi}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{9}}$$

Ответ: площадь равна $\frac{8\pi}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{9}}$



* сгруппированные
члены искома
(поверт сечения)

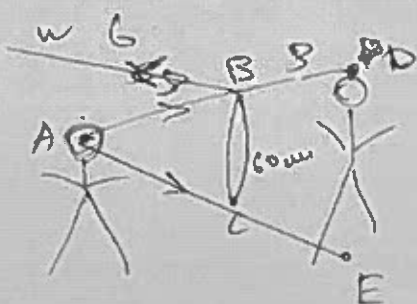


Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Шифр работы _____

(не заполнять)

Вариант № 2-4



Т.к. $BC \parallel DE$, то $\angle ABC = \angle ADE$ ($\angle$ alternate)

из этого $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$

по подобия

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \quad BC = 60 \Rightarrow DE = 120$$

Ответ: 120 см. Вершина 2-го
Второго рога человека 120 см

