



Вариант № 7

Оценка выполнения олимпиадной работы  
(заполняется проверяющим)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma$
Полученный балл	3	—	—	0	15	3	2	—	15	—	38
I проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Магсаров Фаридов А.В.	Подпись	Фаридов А.В.	Σ баллов прописью	18 ( восемнадцать )					
	Фамилия И.О. проверяющего	Егорова А.Ю. Рыжак В.В.	Подпись	Егорова А.Ю. Рыжак В.В.	Σ баллов прописью	20 (двадцать)					
II проверка	Фамилия И.О. проверяющего	Денисов Р.А. Лебедев Константин	Подпись	Денисов Р.А. Лебедев Константин	Σ баллов прописью	20 (двадцать)					
	Фамилия И.О. проверяющего	Гричаненко Е.С. Рыжак В.В.	Подпись	Гричаненко Е.С. Рыжак В.В.	Σ баллов прописью	20 (двадцать)					

$$1. \left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)^3 + \left(\cos^2 y + \frac{1}{\cos^2 y}\right)^3 = 18 \cos z$$

Одн.: 1)  $\sin^2 x \neq 0$       2)  $\cos^2 y \neq 0$       3)  $\cos z \in [-1; 1]$

$\sin x \neq 0$        $\cos y \neq 0$

$$\left(\sin^2 x + 1 + \operatorname{ctg}^2 x\right)^3 + \left(\cos^2 y + \operatorname{tg}^2 y + 1\right)^3 = 16 \cos z$$

Пусть  $\sin x$  и  $\cos y$  примешают свои крайние значения:

$$\sin x = \pm 1, \cos y = \pm 1. \text{ Тогда:}$$

$$\text{I. } \sin^2 x = (\pm 1)^2 \text{ m.e. } \sin^2 x = | \pm 1 | \Rightarrow \sin^2 x = 1$$

если  
 $\sin x$  и  $\cos y$   
примешают  
крайние  
значения

Если  $\sin^2 x = 1$ , то  $\cos^2 x = 0$  (из осн. тригоном. тождества). Тогда

$$\operatorname{ctg}^2 x = \frac{0}{1} = 0$$

$$\text{Значит } (\sin^2 x + 1 + \operatorname{ctg}^2 x)^3 = (1+1+0)^3 = 2^3 = 8$$

$$\text{II. } \cos^2 y = (\pm 1)^2 \text{ m.e. } \cos^2 y = | \pm 1 | \Rightarrow \cos^2 y = 1$$

Если  $\cos^2 y = 1$ , то  $\sin^2 y = 0$  (из осн. тригоном. тожд.). Тогда  $\operatorname{tg}^2 y = \frac{0}{1} = 0$

$$\text{Значит } (\cos^2 y + \operatorname{tg}^2 y + 1)^3 = (1+0+1)^3 = 2^3 = 8$$

$$8+8=16 \cos z$$

$$\cos z = 1$$

$$z = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 x &= 1 & \sin^2 x &= 1 \\ \sin x &= 1 & \sin x &= -1 \\ x &= \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} & x &= \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} & \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} & \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 y &= 1 & \cos^2 y &= 1 \\ \cos y &= 1 & \cos y &= -1 \\ y &= 2\pi k, k \in \mathbb{Z} & y &= \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \begin{cases} y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} & \Leftrightarrow & \begin{cases} y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} & \Leftrightarrow & \begin{cases} y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$



Другие значения невозможны т.к. ~~так как из условия~~ + значение будет противоречить условию  $\cos z \in [-1; 1]$

С учетом условия он

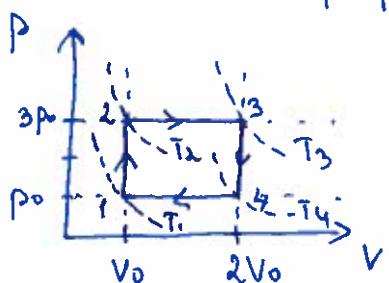
Ответ:  $z = 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$y = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

35

4. Составим график цикла:



т.к. из односоставной, степень  $i = 3$ .

Рассмотрим отдельные участки процесса:

Участок 1-2:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \quad | \text{По началу термодинамики}$$

$$V = \text{const} \Rightarrow A_{12} = 0$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12}$$

Уже Менделеева-Кланетронка:

$$\begin{aligned} 1. \rho_0 V_0 &= JR T_1 & (1) \\ 2. 3\rho_0 V_0 &= JR T_2 & (2) \end{aligned} \quad | \quad (2)-(1):$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} JR_4 T_{12} = \frac{3}{2} \cdot 2\rho_0 V_0 = 3\rho_0 V_0.$$

$$JR \Delta T_{12} = 2\rho_0 V_0$$

$$\underline{\text{Участок 2-3}}: \quad Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$$

$$\begin{aligned} \text{Уже Менделеева-Кланетронка: } 2. 3\rho_0 V_0 &= JR T_2 & (2) \\ 3. 6\rho_0 V_0 &= JR T_3 & (3) \end{aligned} \quad | \quad (3)-(2):$$

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} JR T_{23} = \frac{3}{2} \cdot 3\rho_0 V_0 = \frac{9}{2} \rho_0 V_0$$

$$Q_{23} = \frac{9}{2} \rho_0 V_0 + 3\rho_0 V_0 = \frac{15}{2} \rho_0 V_0$$

$$Q_{23} > 0; Q_{23} = Q_H$$

$$\underline{\text{Участок 3-4}}: \quad Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34}; \quad V = \text{const} \Rightarrow A_{34} = 0$$

$$Q_{34} = \Delta U_{34}$$

$$\begin{aligned} \text{Уже Менделеева-Кланетронка: } 3. 6\rho_0 V_0 &= JR T_3 & (3) \\ 4. 2\rho_0 V_0 &= JR T_4 & (4) \end{aligned} \quad | \quad (4)-(3):$$

$$\Delta U_{34} = \frac{3}{2} JR \Delta T_{34} = -\frac{3}{2} \cdot 4\rho_0 V_0 = -6\rho_0 V_0$$

$$Q_{34} = -6\rho_0 V_0; Q_{34} < 0; Q_{34} = Q_X$$

$$\underline{\text{Участок 4-1}}: \quad Q_{41} = \Delta U_{41} + A_{41}$$

$$A_{41} = -\rho_0 V_0$$

Уже Менделеева-Кланетронка:

$$\begin{aligned} 4. 2\rho_0 V_0 &= JR T_4 & (4) \\ 1. \rho_0 V_0 &= JR T_1 & (1) \end{aligned} \quad | \quad (1)-(4):$$

$$\Delta U_{41} = \frac{3}{2} JR \Delta T_{41} = -\frac{3}{2} \rho_0 V_0$$



$$Q_{41} < 0 \quad ; \quad Q_{41} = Q_x \\ Q_x = Q_{41} + Q_{34} \\ |Q_x| = 1 - \frac{5}{2} \rho_0 V_0 + 1 - 6 \rho_0 V_0 = \rho_0 V_0 \left( \frac{5}{2} + \frac{12}{2} \right) = \frac{17}{2} \rho_0 V_0$$

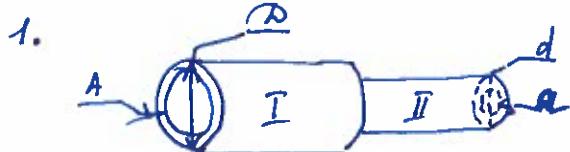
$$Q_4 = Q_{12} + Q_{23}$$

$$Q_4 = 3 \rho_0 V_0 + \frac{15}{2} \rho_0 V_0 = \rho_0 V_0 \left( \frac{6+15}{2} \right) = \frac{21}{2} \rho_0 V_0$$

$$\eta = \frac{Q_4 - |Q_x|}{Q_4} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{\frac{21}{2} \rho_0 V_0 - \frac{17}{2} \rho_0 V_0}{\frac{21}{2} \rho_0 V_0} \cdot 100\% = \frac{21-17}{21} \cdot 100\% = \frac{4}{21} \cdot 100\% \approx 19\%$$

Ответ: 19% (7)



$$\begin{aligned} D &= 500 \text{ мм} \\ A &= 10 \text{ мм} \\ d &= 250 \text{ мм} \\ a &= 5 \text{ мм} \\ V_1 &= 1,8 \text{ м/с} \\ V_2 - ? \end{aligned}$$

Размер сечения трубы уменьшается, а значит и её  $V$ , за счет этого давление, создаваемое потоком бензина растет, а значит скорость на втором участке растёт.

Найдем диаметра потоков  $L$  и  $l$

$$L = D - 2a = 500 - 2 \cdot 10 = 480 \text{ мм}$$

$$l = d - 2a = 250 - 2 \cdot 5 = 240 \text{ мм}$$

$V$  зависит от давления, а  $P \sim \frac{1}{R} \left(\frac{L}{2}\right)^2$

$$\text{т.е. } \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{l}{L}\right)^2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{240}{480}\right)^2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$$

$$V_2 = 4V_1 = 4 \cdot 1,8 = 7,2 \text{ м/с}$$

Ответ: 7,2 м/с (7)

5. 1)

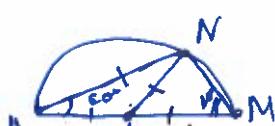


При повороте образуется сектор окружности

$$\text{с } R = d$$

$$S_1 = \frac{\pi R^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi R^2}{6} = \frac{\pi d^2}{6}$$

2)



Соединим (-)N (-)M;  $\angle ANM$  лежит на диаметре окр., и является вписанным  $\angle \Rightarrow \angle ANM = 180^\circ - \angle A \Rightarrow \angle NMA = 30^\circ$  (вто-бо остр  $\angle$  дка)



**Олимпиада школьников «Гранит науки»** Шифр работы СМ 25-098

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

(не заполнять)

$$\text{Значит } AN = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{2} d \text{ т.е. } \angle$$

Во-втором  $\angle = ON$

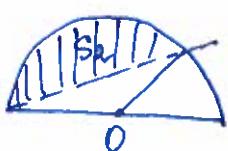
$$\angle = ON = AN = AO \Rightarrow \triangle OAN \text{ н/c}$$

$$S_4 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_4 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{d^2 \sqrt{3}}{16}$$

Найдем  $S_{\text{сектора}} \in \cup AN$

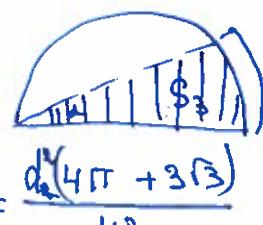
$$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi r^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi d^2}{4 \cdot 6} = \frac{\pi d^2}{24}$$



$$S_2 = S_{\text{сектора}} - S_4 = \frac{\pi d^2}{24} - \frac{d^2 \sqrt{3}}{16} = \frac{d^2}{8} \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) =$$

$$= \frac{d^2}{8} \left( \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{6} \right) = \frac{d^2 (2\pi - 3\sqrt{3})}{48}$$

3)



$$S_3 = S_{\text{полукруг}} - S_2 = \frac{\pi r^2}{2} - \frac{d^2 (2\pi - 3\sqrt{3})}{48} = \frac{\pi d^2}{8} - \frac{d^2 (2\pi - 3\sqrt{3})}{48} =$$

$$= \frac{d^2}{8} (4\pi + 3\sqrt{3})$$

4)



$$S_4 = S_1 - S_3 = \frac{\pi d^2}{6} - \frac{d^2 (4\pi + 3\sqrt{3})}{48} = \frac{d^2 (8\pi - 4\pi - 3\sqrt{3})}{48} =$$

$$= \frac{d^2 (4\pi - 3\sqrt{3})}{48}$$

5)



$$S_5 = S_{\text{полукруг}} - S_2 - S_3 = \frac{d^2 (4\pi + 3\sqrt{3})}{48}$$

6)



$$S_6 = S_5 + S_4 = \frac{d^2 (4\pi - 3\sqrt{3})}{48} + \frac{d^2 (4\pi + 3\sqrt{3})}{48} =$$

$$= \frac{d^2}{48} (4\pi - 3\sqrt{3} + 4\pi + 3\sqrt{3}) = \frac{d^2 8\pi}{48} = \frac{d^2 \pi}{6} = \frac{\pi d^2}{6}$$

Ответ:  $\frac{\pi d^2}{6}$ .

158

$$4. \quad y = \sqrt[5]{x} + \frac{\sqrt[5]{x}}{1+\sqrt[5]{x}} + \frac{\sqrt[5]{x}}{(1+\sqrt[5]{x})^2} + \frac{\sqrt[5]{x}}{(1+\sqrt[5]{x})^3} + \dots + \frac{\sqrt[5]{x}}{(1+\sqrt[5]{x})^n} + \dots$$

Обратим внимание, что каждое членение отличается от предыдущего в  $\frac{1}{1+\sqrt[5]{x}}$  раз. Следовательно,  $f(x)$ -сумма геометрической прогрессии с коэффициентом  $d = \frac{1}{1+\sqrt[5]{x}}$ .

Сумм. прогр. = 1 ?  
y = 1 ?

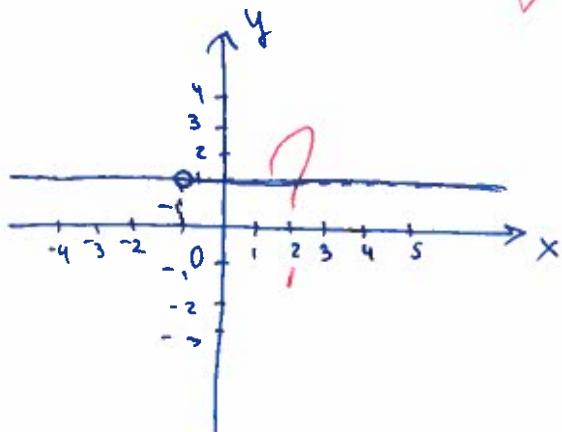


Одр на  $x$ :  $\sqrt{x} + \sum \sqrt{x} \neq 0$

$$\sqrt{x} \neq -1$$

$$x \neq -1$$

05



2.

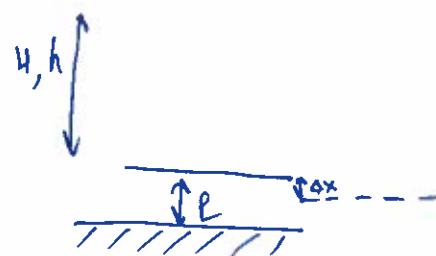
Дано:

$$H = 8 \text{ м}$$

$$h = 1 \text{ м}$$

$$\Delta x = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$L = ?$



2) Закон сохранения энергии

$$mgH = \frac{k\Delta x^2}{2} \quad (2) \quad (2)$$

1) Рассмотрим граничное положение, когда тело прижалось к стенке:

по II закону Ньютона

$$mg = k\Delta x$$

$$k = \frac{mg}{\Delta x} \quad (1)$$

Подставив (1) в (2):  $mgH = \frac{mg\Delta x^2}{2\Delta x}$

$$H = \frac{\Delta x}{2}$$

$$H = \frac{8}{2} = 4 \text{ м}$$

Ответ: 4 м

