

Страница 1. Вариант 6.

N1

$$0, (428571) + 1, (571428) = 1, (9)$$

$$\begin{array}{r} 0,428571428571 \\ + 1,571428571428 \\ \hline 1,999999999999 \end{array}$$

(7)

15

Ответ: 1, (9).

N3процент
водыпроцент
сухого вещества

виноград

80 - 90 %.

10 - 20 %.

цукки

30 - 40 %.

60 - 40 %.

Пусть m - масса винограда, тогда сухое вещество - x , значит:

$$0,1m \leq x \leq 0,2m$$

т.к. масса сухого вещества постоянна и x в цукки будет от 60% до 40%, то $0,1m \leq x \leq 0,2m$ надо

разделить на 0,6 - 0,7. Наименьший вес будет при

делении наименьшего значения (0,1) на наибольшее (0,7):

$$\frac{0,1m}{0,7} = \frac{m}{7}, \text{ следовательно, в результате сушки вес}$$

винограда может уменьшиться в 7 раз.

Ответ: 7.

N4

Методом подбора определим, при каких значениях числа $n+2020$ и $n+2113$ будут свиться точными квадратами:

Страница 2. Вариант 6.

При $n=96$ $n+2020=2116=46^2$ и $n+2113=2209=47^2$.

Найдем число $n+2020 \cdot 2113$ при $n=96$:

$$96 + 4268260 = 2468356 = 2056^2$$

Из этого следует, что при $n=96$ все числа являются точными квадратами.

Ответ: 96.

158

N 2

$$\cos \alpha \cos \alpha + \cos \beta \cos \beta > \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

П.к. $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$ и $\beta \in (0; \frac{\pi}{2})$, то:

$$0 < \cos \alpha < 1, \quad 0 < \cos \beta < 1, \quad 0 < \cos \alpha \cdot \cos \beta < 1$$

$$\cos \alpha \cos \alpha + \cos \beta \cos \beta > \cos \alpha \cdot \cos \beta \quad | : \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\frac{\cos \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} + \frac{\cos \beta \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} > 1$$

$$\frac{\cos \alpha \cos \alpha - 1}{\cos \beta} + \frac{\cos \beta \cos \beta - 1}{\cos \alpha} > 1$$

$$\frac{\cos \alpha - (1 - \cos \alpha)}{\cos \beta} + \frac{\cos \beta - (1 - \cos \beta)}{\cos \alpha} > 1$$

78

$$\frac{1}{\cos \alpha (1 - \cos \alpha) \cdot \cos \beta} + \frac{1}{\cos \alpha \cdot \cos \beta (1 - \cos \beta)} > 1$$

$$\times \quad \begin{array}{l} 0 < \cos \beta < 1 \\ 0 < \cos \alpha (1 - \cos \alpha) < 1 \end{array}$$

$$0 < \cos \beta \cdot \cos \alpha (1 - \cos \alpha) < 1$$

$$\text{и } \frac{1}{\cos \beta \cdot \cos \alpha (1 - \cos \alpha)} > 1$$

$$\times \quad \begin{array}{l} 0 < \cos \alpha < 1 \\ 0 < \cos \beta (1 - \cos \beta) < 1 \end{array}$$

$$0 < \cos \alpha \cdot \cos \beta (1 - \cos \beta) < 1$$

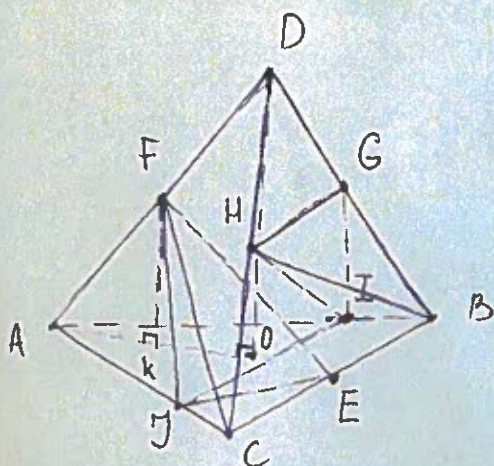
$$\text{и } \frac{1}{\cos \alpha \cdot \cos \beta (1 - \cos \beta)} > 1$$

Страница 3. Вариант 6.

Из этого следует:

$$\frac{1}{\cos \beta \cdot \cos \alpha (1 - \cos \alpha)} + \frac{1}{\cos \alpha \cdot \cos \beta (1 - \cos \beta)} > 2, \text{ значит неравенство верно.}$$

N5



Дано:

$DABGE$ тетраэдр

$$BE = \frac{1}{2} BC \quad BG = \frac{1}{2} BD$$

$$AF = \frac{1}{2} AD \quad CH = \frac{1}{2} CD$$

$$IJ \parallel BC$$

$$V_{ABCD} = 2020 \text{ см}^3$$

$$\frac{AJ}{JC} = \frac{3}{1}$$

Найти: 1) $\frac{V_{CJFE}}{V_{BIHG}}$

2) $V_{CJFE}; V_{BIHG}$

Решение:

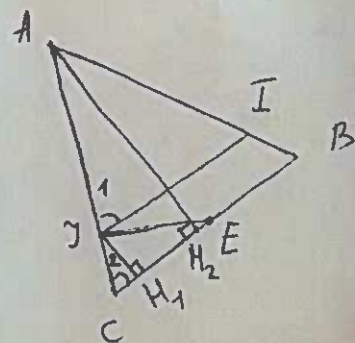
1. 1) Рассмотрим $\triangle ABC$:

$$\left. \begin{array}{l} \text{т.к. } IJ \parallel BC, \text{ то } \angle 1 = \angle 2 \\ \angle A - \text{общий} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle JAI \sim \triangle CAB \text{ по двум углам}$$

$$\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB} = \frac{IJ}{CB} = k \text{ (следует из подобия)}$$

$$AC = a, \Rightarrow AJ = ka, JC = a - ka$$

$$AB = b, \Rightarrow AI = kb, IB = b - kb$$



2) Проведем высоты AH_2 и JH_1 , тогда:

$$\frac{S_{CJFE}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} JH_1 \cdot CE}{\frac{1}{2} AH_2 \cdot CB} = \frac{\frac{1}{2} JH_1 \cdot \frac{1}{2} CB}{\frac{1}{2} AH_2 \cdot CB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{JH_1}{AH_2} = \frac{1}{2} (1 - k), \text{ т.к. } \frac{JH_1}{AH_2} = \frac{CJ}{AC} = \frac{a(1-k)}{a}$$

Страница 4. Вариант 6.

3) Проведём Fk так, чтобы $Fk \parallel DO$ и рассмотрим $\triangle ADO$:

$$\left. \begin{array}{l} DO \perp (ABC) \\ DO \parallel Fk \end{array} \right\} \Rightarrow Fk \perp (ABC)$$

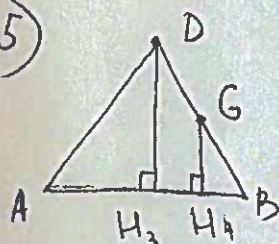
$$\left. \begin{array}{l} \angle DAO - \text{общий} \\ \angle FkA = \angle DOA = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AFk \sim \triangle ADO$$

по двум углам

$$\frac{Fk}{DO} = \frac{AF}{AD} = \frac{1}{2}, \text{ т.к. } F - \text{середица } AD \text{ по условию.}$$

$$4) \frac{V_{CFFE}}{V_{DABC}} = \frac{\frac{1}{3} S_{CFFE} \cdot Fk}{\frac{1}{3} S_{ABC} \cdot DO} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S_{CFFE}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} (1-k) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} (1-k)$$

5)



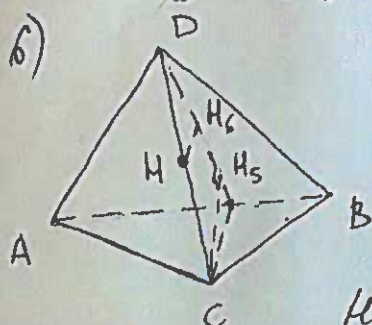
Проведём высоты DH_3 и GM_4 :

$$\left. \begin{array}{l} GM_4 \perp AB \\ DH_3 \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow GM_4 \parallel DH_3$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle DHM_3 = \angle GM_4A = 90^\circ \\ \angle B - \text{общий} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{GM_4}{DH_3} = \frac{GB}{DB} = \frac{1}{2}, \text{ т.к. } G - \text{середица } DB \text{ по условию}$$

$$\frac{S_{GIB}}{S_{ADB}} = \frac{\frac{1}{2} BI \cdot GM_4}{\frac{1}{2} AB \cdot DH_3} = \frac{b(1-k)}{b} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (1-k)$$

6)



Выполним дополнительное построение:

$$CM_5 \perp (ADB)$$

$$MH_6 \parallel CM_5 \text{ в плоскости } CDH_5.$$

$$\text{т.к. } CM_5 \parallel MH_6 \text{ и } CM_5 \perp (ADB), \text{ то и}$$

$$MH_6 \perp (ADB), \Rightarrow MH_6 - \text{высота пирамиды } MH_6IB$$

$$\triangle DHM_6 \sim \triangle DCH_5 \text{ по двум углам } (\angle D - \text{общий}, \angle H_6 = \angle H_5 = 90^\circ), \Rightarrow$$

$$\frac{MH_6}{CH_5} = \frac{DH}{CD} = \frac{1}{2}, \text{ т.к. } H - \text{середица стороны } CD \text{ по условию.}$$

$$\frac{V_{MH_6IB}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} S_{GIB} \cdot MH_6}{\frac{1}{3} S_{ABD} \cdot CH_5} = \frac{1}{2} (1-k) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} (1-k)$$

Страница 5. Вариант 6.

7) из пунктов 4-6 следует:

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_{FJCE}}{V_{DABC}} &= \frac{1}{4} (1-k) \\ \frac{V_{HGIB}}{V_{DABC}} &= \frac{1}{4} (1-k) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_{FJCE}}{V_{BING}} = \frac{1}{1}$$

$$2. \left. \begin{aligned} \frac{AJ}{JC} &= \frac{3}{1} \text{ по условию, } \Rightarrow \frac{AJ}{AC} = \frac{3}{4}, \Rightarrow k = \frac{3}{4} \\ V_{ABCD} &= 2020 \text{ см}^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_{FJCE}}{2020} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{3}{4}\right), \Rightarrow$$

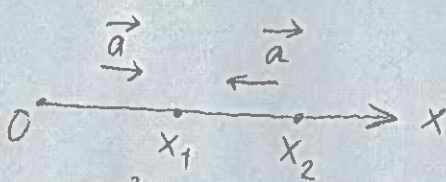
$$V_{FJCE} = 2020 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = 126,25 \text{ см}^3.$$

т.к. $V_{HGIB} = V_{FJCE}$ (пункт 7), то $V_{HGIB} = 126,25 \text{ см}^3$.

Ответ: 1) $\frac{V_{CFJE}}{V_{BING}} = \frac{1}{1}$; 2) $V_{CFJE} = 126,25 \text{ см}^3$;
 $V_{HGIB} = 126,25 \text{ см}^3$.

Дано: $x=0$
 $t=8c$
 $t_1=?$

Решение:



$$x_1 = \frac{at^2}{2} \quad (1) \quad v = at \quad (2)$$

~~$x_2 = x_1$~~ $x_2 - x_1 = vt - \frac{at^2}{2} = at^2 - \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2}$

 $x_2 = \frac{at_2^2}{2}$, t_2 - время движения от координаты x_2 до 0.

$$\frac{at_2^2}{2} - \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2}$$

$$at_2^2 = 2t^2$$

$$t_2 = t\sqrt{2} \quad t_1 = t + t + t\sqrt{2} = (2 + \sqrt{2})t \quad t_1 = (2 + \sqrt{2})8c = 16 + 8\sqrt{2} (c)$$

Ответ: $t_1 = 16 + 8\sqrt{2} c$.