

Вариант 7

1

$$\begin{aligned}
 & 0,(\overline{571428}) + 2,(\overline{428571}) = \frac{571428}{999999} + 2 \frac{428571}{999999} = \frac{571428}{999999} + \\
 & + \frac{2 \cdot 999999 + 428571}{999999} = \frac{571428 + 2 \cdot 999999 + 428571}{999999} = \frac{999999 + 2 \cdot 999999}{999999} = \\
 & = \frac{999999(1+2)}{999999} = 3
 \end{aligned}$$

Ответ: 3

$$(\sin \alpha)^{\sin \alpha} + (\cos \beta)^{\cos \beta} > \sin \alpha \cdot \cos \beta \quad (0; \frac{\pi}{2})$$

Согласно утверждению $(0; \frac{\pi}{2})$: $0 < \sin \alpha < 1$
 $0 < \cos \beta < 1$

Пусть $\sin \alpha = 0,5$; $\cos \beta = 0,4$, тогда $(0,5)^{0,5} + (0,4)^{0,4} = \sqrt{0,5} + \frac{2}{5}$
 Пусть $\sin \alpha = 0,5$; $\cos \beta = 0,5$, тогда $(0,5)^{0,5} + (0,5)^{0,5} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$, а

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

$$(\sin \alpha)^{\sin \alpha} + (\cos \beta)^{\cos \beta} > \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\sqrt{2} > 0,25$$

ч.т.д.

. Ответ: утверждение верно

 $\sqrt{3}$

Чтобы масса крупы увеличилась в наибольшее число раз, необходимо чтобы содержание влаги в сырой крупе было наименьшим, а содержание влаги в варёной наибольшим.

x — масса сырой крупы, y — масса варёной крупы

$$0,91x = 0,3y \text{ — массы твёрдых веществ равны}$$

$$0,91x + 0,4y = y$$

$$\frac{0,3y}{0,91} = x$$

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{\frac{0,3y}{0,91}} = \frac{0,91}{0,3} = 3,3333 \approx 3,32$$

Ответ: 3,32

N4

2

$$n+2020, n+2109, n+2020 \cdot 2109$$

$2109 - 2020 = 89 \Rightarrow$ прибавляя или отнимая целое число n от данных выражений ($n+2020$ и $n+2109$), разность между ними по-прежнему будет равна 89

Можно заметить, что разность между квадратами чисел 45 и 44 ($2025 - 1936$) тоже равна 89 $\Rightarrow$ данные выражения ($n+2020$ и $n+2109$) являются числами 1936 и 2025 соответственно.

$$n+2020 = 1936$$

$$\text{и } n+2109 = 2025$$

$$n = -84$$

$$n = -84$$

Проверим третье выражение, подставив в него значение n :

$$-84 + 2020 \cdot 2109 = 4260180 - 84 = 4260096$$

Проверим является ли данное число точным квадратом:

$$2000^2 = 4000000$$

$$2050^2 = 4202500$$

$$2064^2 = 4260096$$

Ответ: -84

✓7.

$p_0 V_0 = \nu R T_0$ — уравнение идеального состояния газа

$$\nu R = \frac{p_0 V_0}{T_0}$$

Внутренняя энергия газа при сжатии будет изменяться вследствие движения поршня. Это будет происходить за счёт уменьшения кинетической энергии поршня и внутренней энергии газа

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m v^2}{2}$$

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{p_0 V_0}{T_0} (T_1 - T_0)$$

$$m v^2 \cdot T_0 = 3 p_0 V_0 (T_1 - T_0)$$

$$m v^2 T_0 + 3 p_0 V_0 T_0 = 3 p_0 V_0 T_1$$

$$T_1 = T_0 \left(1 + \frac{m v^2}{3 p_0 V_0} \right)$$

Ответ: $T_0 \left(1 + \frac{m v^2}{3 p_0 V_0} \right)$

7

№8

3

 A — амплитуда

$$v_1^2 = \omega^2 (A^2 - x_1^2)$$

$$v_2^2 = \omega^2 (A^2 - x_2^2) \Rightarrow A = \sqrt{\frac{v_1^2 x_2^2 - v_2^2 x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}} = \sqrt{\frac{4^2 \cdot 1^2 - 2^2 \cdot 0.5^2}{4^2 - 2^2}} = \sqrt{\frac{16 - 1}{16 - 4}} = \sqrt{\frac{15}{12}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\sqrt{5} \approx 2.2356 \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{2} \approx \frac{2.2356}{2} = 1.1178 \text{ см} \approx 1.12 \text{ см}$$

Ответ: 1.12 см

№9.

Дано:

$$x = B \sin(2\pi \nu t)$$

$$y = B [1 - \cos(2\pi \nu t)]$$

$$\nu = \text{const}$$

$$B = \text{const}$$

 x — горизонт $S = ?$ $d = ?$

Решение

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v_x = \frac{d}{dt} (B \sin(2\pi \nu t)) = B \cdot 2\pi \nu \cdot \cos 2\pi \nu t$$

$$v_y = \frac{d}{dt} (B - B \cos(2\pi \nu t)) = B \cdot 2\pi \nu \sin 2\pi \nu t$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{B^2 (2\pi \nu)^2 (\cos^2 2\pi \nu t + \sin^2 2\pi \nu t)} = B \cdot 2\pi \nu$$

$$S = \tau \cdot v = \tau \cdot B \cdot 2\pi \nu$$

$$x = B \sin(2\pi \nu t) \Rightarrow \sin 2\pi \nu t = \frac{x}{B}$$

$$y = B - B \cos(2\pi \nu t) \Rightarrow \cos 2\pi \nu t = \frac{B - y}{B}$$

$$\left(\frac{x}{B}\right)^2 + \left(\frac{B - y}{B}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + (B - y)^2 = B^2 \text{ — уравнение окружности}$$

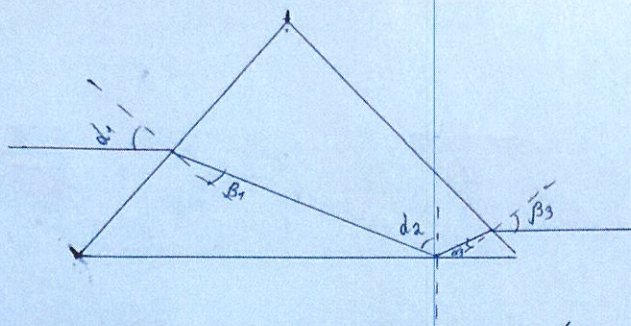
Точка движется по окружности с постоянной скоростью $\Rightarrow$
 вектор скорости перпендикулярен вектору ускорения $d = \frac{\pi}{2}$

$$\text{Ответ: } S = \tau \cdot B \cdot 2\pi \nu, d = \frac{\pi}{2}$$

№10

Это происходит при условии, что луч испытывает не только два преломления на боковых гранях призмы, но и полное отражение от нижней грани призмы.

φ — преломляющий угол призмы
 n — показатель преломления стекла



Таким образом получаем что $d_3 > \arcsin \frac{1}{n}$

$$90^\circ + \beta_1 = \frac{\varphi}{2} + d_3$$

$$d_1 = \frac{\varphi}{2}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{\sin d_1}{n} \Rightarrow \beta_1 > \frac{\varphi}{2} + \arcsin \frac{1}{n} - 90^\circ \Rightarrow \sin \frac{\varphi}{2} > -n \cos \left(\frac{\varphi}{2} + \arcsin \frac{1}{n} \right)$$

Если $\frac{\varphi}{2} + \arcsin \frac{1}{n} < 90^\circ$, то предыдущее условие будет верно $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{n} < \cos \frac{\varphi}{2}$$

$$\text{Если } \varphi = 90^\circ, \text{ то } n > \frac{1}{\cos 45^\circ} = \sqrt{2}$$

15

