

Вариант 7

1. $0, (571428) + 2, (428571) = ?$

Число $0, (571428)$ можно представить как сумму ^{бесконечной} геометрической прогрессии $0,571428 + 0,00000571428 + 0,00000000000571428 \dots =$
 $= \frac{0,571428}{1-10^{-6}}$; Также можно получить и со знаменателем

чисел $2, (428571) = 2 + 0,428571 + 0,000000428571 + 0,000000000000428571 + \dots = 2 + \frac{0,428571}{1-10^{-6}} \Rightarrow$

$$0, (571428) + 2, (428571) = \frac{0,571428}{1-10^{-6}} + 2 + \frac{0,428571}{1-10^{-6}} = \frac{0,999999}{0,999999} + 2 = 3$$

Ответ: $0, (571428) + 2, (428571) = 3$

35

2. $(\sin \alpha)^{\sin \alpha} + (\cos \beta)^{\cos \beta} > \sin \alpha \cos \beta$, доказать.

Если α и $\beta \in (0; \frac{\pi}{2})$, то $0 < \sin \alpha < 1$ и $0 < \cos \beta < 1 \Rightarrow$

$0 < \sin \alpha \cos \beta < 1$, тогда можно разложить на $\sin \alpha \cos \beta$ и не учитывать знак

$$(\sin \alpha)^{\sin \alpha} + (\cos \beta)^{\cos \beta} ? \sin \alpha \cos \beta$$

$$\frac{(\sin \alpha)^{\sin \alpha - 1}}{\cos \beta} + \frac{(\cos \beta)^{\cos \beta - 1}}{\sin \alpha} ? 0$$

$$\sin \alpha > 0 \Rightarrow (\sin \alpha)^{\sin \alpha - 1} > 0 \Rightarrow \frac{(\sin \alpha)^{\sin \alpha - 1}}{\cos \beta} > 0 \Rightarrow \frac{(\sin \alpha)^{\sin \alpha - 1}}{\cos \beta} + \frac{(\cos \beta)^{\cos \beta - 1}}{\sin \alpha} > 0$$

$$\cos \beta > 0 \Rightarrow (\cos \beta)^{\cos \beta - 1} > 0 \Rightarrow \frac{(\cos \beta)^{\cos \beta - 1}}{\sin \alpha} > 0$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha)^{\sin \alpha} + (\cos \beta)^{\cos \beta} > \sin \alpha \cos \beta \quad \text{ЧТО}$$

75

Вариант 7

3. Пусть m - масса круны без вали, тогда перед варкой была масса $m_1 = \frac{m \cdot 100}{\alpha}$, где $\alpha \in [85; 91]$, по-во процентов содержащая круны без вали в круне перед варкой $\Rightarrow$

$m_1 \in \left[\frac{100m}{91}; \frac{100m}{85} \right]$. После варки масса круны с валий стала $m_2 = \frac{100m}{\beta}$, где $\beta \in [30; 40]$, по-во процентов содержащая круны без вали в круне после варки $\Rightarrow$

$m_2 \in \left[\frac{100m}{40}; \frac{100m}{30} \right] \Rightarrow$ масса круны при варке увеличилась в $k = \frac{m_2}{m_1}$ раз $\Rightarrow$ чем больше m_2 , тем больше k и тем меньше m_1 , тем больше $k \Rightarrow$

$$k_{\max} = \frac{m_{2 \max}}{m_{1 \min}} = \frac{100m \cdot 91}{30 \cdot 100m} = \frac{91}{30}$$

Ответ: Наибольшее число раз составляет $\frac{91}{30}$

4. Пусть a, b, c - целые, квадраты которых равны $n+2020=a^2$
 $a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow (n+2020), (n+2109), (n+2020 \cdot 2109) \in \mathbb{Z}$
 $a^2, b^2, c^2 \in \mathbb{Z}$
 $\Rightarrow b^2 - a^2 = n+2109 - n-2020 = 89 = (b-a)(b+a)$
 $n+2109 = b^2$
 $n+2020 \cdot 2109 = c^2$

Т.к. 89 - простое число, $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow (b-a), (b+a) \in \mathbb{Z} \Rightarrow$
 $(b-a)$ и $(b+a)$ можно получить, разложив 89 на множители,
 т.к. это простое число, то есть 2 варианта $89 = (-1) \cdot 89 = 1 \cdot 89$

$$1) \begin{cases} b-a=1 \\ b+a=89 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=45 \\ a=44 \end{cases}, \begin{cases} n+2020=44^2=1936 \Rightarrow n=-84 \\ n+2020 \cdot 2109 = -84 + 2020 \cdot 2109 = 4260096 = 2^8 \cdot 3^2 \cdot 43^2 \Rightarrow \\ c = \pm 2^4 \cdot 3 \cdot 43 = \pm 2064 \end{cases}$$

Следует или $n=-84$, то все условия выполняются
 $n+2020=44^2$; $n+2109=45^2$; $n+2020 \cdot 2109=2064^2 \Rightarrow$

$$2) \begin{cases} b-a=-1 \\ b+a=-89 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=-45 \\ a=-44 \end{cases} \begin{cases} n+2020=44^2 \\ n+2109=45^2 \end{cases} \text{ этот случай уже был рассмотрен}$$

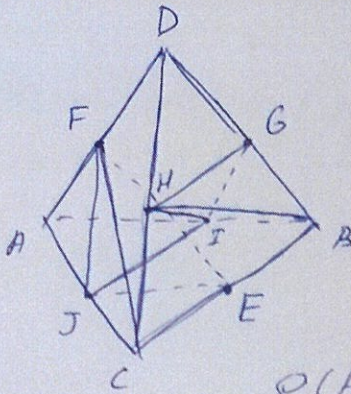
$$3) \begin{cases} b-a=89 \\ b+a=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=45 \\ a=-44 \end{cases} \begin{cases} n+2020=44^2 \\ n+2109=45^2 \end{cases} \text{ этот случай уже был рассмотрен}$$

$$4) \begin{cases} b-a=-89 \\ b+a=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=-45 \\ a=44 \end{cases} \begin{cases} n+2020=44^2 \\ n+2109=45^2 \end{cases} \text{ этот случай уже был рассмотрен}$$

Ответ: $n=-84$.

5.

Вариант 7



Дано: E, F, G, H - середины B, AD, BD, CD, IJ || BC

Найти: 1) $\frac{V_{CTFE}}{V_{BIHG}}$ - ? 2) V_{CTFE}, V_{BIHG} , если $V_{ABCD} = 2020 \text{ см}^3$
 I делит AC в отношении 4:1

Решение:

Выразим V_{CTFE} и V_{BIHG} через V_{ABCD}

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} S(C; (ABD)) \cdot S_{ABD} = \frac{1}{3} S(E; (ADC)) \cdot S_{ADC}$$

$S(A; \alpha)$ - расстояние от точки A до плоскости α .

$IJ \parallel BC \Rightarrow \angle PIJ = \angle ABC$ и $\angle PTI = \angle ACB \Rightarrow \triangle PIJ \sim \triangle ABC$, пусть $\frac{BI}{BA} = k$ тогда

$$\frac{BI}{BA} = k \Rightarrow \text{т.к. } \frac{BI}{BA} = \frac{CI}{CA} \text{ по 2-м признакам, то } \frac{BI}{BA} = \frac{CI}{CA} = k \Rightarrow$$

$$\frac{V_{CTFE}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} S(E; (ADC)) \cdot S_{FJC}}{\frac{1}{3} S(B; (ADC)) S_{ADC}} = \frac{S(E; (ADC)) \cdot S(F; AC) \cdot JC}{S(B; (ADC)) \cdot S(D; AC) \cdot AC}$$

$$F - \text{середины } AD \Rightarrow \frac{S(F; AC)}{S(D; AC)} = \frac{1}{2}; E - \text{середины } BC \Rightarrow \frac{S(E; (ADC))}{S(B; (ADC))} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{V_{CTFE}}{V_{ABCD}} = \frac{k}{4} \Rightarrow V_{CTFE} = \frac{k V_{ABCD}}{4}$$

GH - середины AB и CD $\Rightarrow HB \parallel CB \Rightarrow \angle DGH = \angle DBC$ и $\angle DHG = \angle DCB$

$\Rightarrow H$ - середина CD $\Rightarrow \frac{S(H; (ADB))}{S(C; (ADB))} = \frac{1}{2}$; G - середина DB

$$\Rightarrow \frac{S(G; AB)}{S(D; AB)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_{BIHG}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} S(H; (ADB)) \cdot S_{GIB}}{\frac{1}{3} S(C; (ADB)) S_{ADB}} = \frac{S(H; (ADB)) S(G; AB) \cdot BI}{S(C; (ADB)) S(D; AB) \cdot AB} = \frac{k}{4} \Rightarrow$$

$$V_{BIHG} = \frac{k V_{ABCD}}{4} \Rightarrow \frac{V_{CTFE}}{V_{BIHG}} = \frac{k V_{ABCD} / 4}{k V_{ABCD} / 4} = 1$$

I делит AC в отношении 4:1 по признаку в условии следует, что

$$\frac{AI}{IC} = \frac{4}{1} \Rightarrow \frac{CI}{CA} = \frac{1}{5} = \frac{BI}{BA} = k \Rightarrow V_{CTFE} = V_{BIHG} = \frac{k \cdot V_{ABCD}}{4} = \frac{2020}{5 \cdot 4} = 101 \text{ см}^3$$

$$\text{Ответ: 1) } \frac{V_{CTFE}}{V_{BIHG}} = 1; 2) V_{CTFE} = V_{BIHG} = 101 \text{ см}^3$$

Вариант 7

8.7. Дано:

 V_0, T_0, p_0 M, v $T - ?$

Решение:

Т-температура при максимальной скорости

$$\left\{ M \left| \vec{v} \right. \begin{matrix} V_0 \\ p_0, T_0 \end{matrix} \right\}$$

максимальное значение будет, когда поршень останавливается $\Rightarrow$ его скорость будет равна 0 $\Rightarrow$ закон сохр. энергии

т.к. газ одноатомный, то $v = \frac{3}{2} RT$

$$E_k = \Delta U_r; \frac{Mv^2}{2} = \frac{3}{2} J R \Delta T, \text{ т.к. сохр. теплоемкостью}$$

$$p_0 V_0 = J R T_0 \Rightarrow J R = \frac{p_0 V_0}{T_0}; \frac{Mv^2}{2} = \frac{3}{2} J R (T - T_0) = \frac{3}{2} \frac{p_0 V_0}{T_0} (T - T_0)$$

$$T - T_0 = \frac{Mv^2 T_0}{3 p_0 V_0} \Rightarrow T = \frac{Mv^2 T_0}{3 p_0 V_0} + T_0 = T_0 \left(\frac{Mv^2}{3 p_0 V_0} + 1 \right)$$

Ответ: $T = T_0 \left(\frac{Mv^2}{3 p_0 V_0} + 1 \right) = T_0 + \frac{Mv^2 T_0}{3 p_0 V_0} = T_0 \left(1 + \frac{Mv^2}{3 p_0 V_0} \right)$

8. Дано:

 $x_1 = 0,005 \text{ м}$ $x_2 = 0,01 \text{ м}$ $v_1 = 0,04 \text{ м/с}$ $v_2 = 0,02 \text{ м/с}$ $A - ?$

Решение:

 $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ - уравнение гармонического колебания $v = x' = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$, A - амплитуда, ω - угловая частота, φ - начальное значение $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \sin(\omega t_0 + \varphi) = \frac{x}{A} \\ \cos(\omega t_0 + \varphi) = \frac{v}{A\omega} \end{cases} \Rightarrow \sin^2(\omega t_0 + \varphi) + \cos^2(\omega t_0 + \varphi) = 1$$

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2 \omega^2} = 1 \Rightarrow x^2 \omega^2 + v^2 = A^2 \omega^2$$

$$\begin{cases} x_1^2 \omega^2 + v_1^2 = A^2 \omega^2 \\ x_2^2 \omega^2 + v_2^2 = A^2 \omega^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega^2 = \frac{v_1^2}{A^2 - x_1^2} \\ x_2^2 \omega^2 + v_2^2 = A^2 \omega^2 \end{cases} \Rightarrow A^2 = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2}$$

$$A^2 = x_2^2 + \frac{v_2^2 (A^2 - x_1^2)}{v_1^2}; A^2 v_1^2 = x_2^2 v_1^2 + A^2 v_2^2 - x_1^2 v_2^2 \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{x_2^2 v_1^2 - x_1^2 v_2^2}{v_1^2 - v_2^2}} = \sqrt{\frac{0,01^2 \cdot 0,04^2 - 0,005^2 \cdot 0,02^2}{0,04^2 - 0,02^2}} = \frac{\sqrt{0,005}}{2} \text{ м} =$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ см}$$

Ответ: $A = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ см}$

Вариант 7

Г. Дано:

$$X = B \sin(2\pi \nu t)$$

$$y = B - B \cos(2\pi \nu t)$$

$(\vec{v}, \vec{a}) = ?$
 $L = ?$

Решение:

$$x = B \sin(2\pi \nu t) \Rightarrow \sin(2\pi \nu t)^2 = \frac{x^2}{B^2}$$

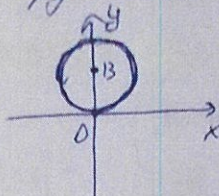
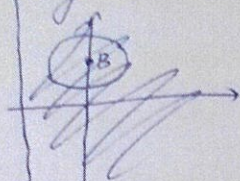
$$y = B - B \cos(2\pi \nu t) \quad \cos(2\pi \nu t)^2 = \frac{(B-y)^2}{B^2}$$

$$\sin^2(2\pi \nu t) + \cos^2(2\pi \nu t) = 1$$

$$\frac{x^2}{B^2} + \frac{(B-y)^2}{B^2}$$

$\frac{x^2}{B^2} + \frac{(y-B)^2}{B^2} = 1$; $x^2 + (y-B)^2 = B^2$, то есть точка
 движется по окружности с центром $(0, B)$ и радиусом B .

$\Rightarrow$ через время T они
 пройдут $l = B \cdot 2\pi D T = 2\pi D B T$



$$v_x = x' = 2\pi \cdot 0.3 \cos(2\pi \cdot 0.4)$$

$$v_y = y' = 2\pi \cdot 0.03 \sin(2\pi \cdot 0.1 t)$$

$$a_x = x'' = -4\pi^2 \nu^2 B \sin(2\pi \nu t)$$

$$a_y = y'' = 4\pi^2 \nu^2 B \cos(2\pi \nu t)$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} \varphi = \frac{v_y}{v_x} = \tan(2\pi \nu t) \Rightarrow \varphi = 2\pi \nu t + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan \alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{\cos(2\pi \nu t)}{-\sin(2\pi \nu t)} = \tan(-2\pi \nu t) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi \nu t\right) \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi j + \pi n, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

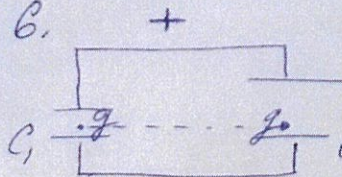
$$(\vec{v} \wedge \vec{a}) = \varphi - \alpha = 2\pi \cdot 0t + \pi k - \frac{\pi}{2} - 2\pi \cdot 0t - \pi n =$$

$$= -\frac{\pi}{2} + \pi(k-n), \quad r=k-n, r \in \mathbb{Z} \Rightarrow (\vec{v}^{\wedge} \vec{a}) = -\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad \tau, k.$$

Угол между векторами ~~не равен~~ не отрицателен
и не превосходит π , т.е. $(\vec{v}, \vec{a}) = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$

Ответ: $(\vec{v} \wedge \vec{a}) = 90^\circ$, $L = 2\pi \cdot 0,8 \cdot 2$

6.



Рассмотрим напряженность поля в конденсаторе
изначально в конденсаторе C_2 были отрицательные
заряды то можно на пластинках. У конденсатора
 C_2 аналогично, т.к. заряд отрицательный в центре конденсатора

Нотные передвижения заряда направлены на конденсаторы не
уменьшились, т.к. они так же нормальны к тому же потону
их ёмкости тоже не уменьшились $q = CV \Rightarrow$ заряды тоже
не уменьшились $\Rightarrow$ работы не было.

Ответ: работы источника ЭДС не совершилась.

