

№6.

Пусть C_0 - начальная емкость конденсаторов
газовыми решетки на два случая:

1) последовательное соединение:

1.1. Общая емкость до того, как пластины
начали двигаться:

$$\frac{1}{C_0(g_0)} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_0} = \frac{2}{C_0}; \quad C_0(g_0) = \frac{C_0}{2} = \frac{\epsilon_0 S}{2d};$$

1.2. общ. электр. после того, как пластины подвижны:

$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d+a}$; $C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d-a} - C_1$ и C_2 емкости первого
и второго конд.

$$\frac{1}{C_0(\text{после})} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}; \quad C_0(\text{после}) = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} =$$

$$= \frac{\frac{\epsilon_0 S}{d+a} \cdot \frac{\epsilon_0 S}{d-a}}{\epsilon_0 S \left(\frac{1}{d+a} + \frac{1}{d-a} \right)} = \frac{(\epsilon_0 S)^2}{d^2 - a^2} \cdot \frac{1}{\epsilon_0 S \left(\frac{1}{d+a} + \frac{1}{d-a} \right)} = \frac{\epsilon_0 S}{d^2 - a^2 \left(\frac{d-a+d+a}{d^2 - a^2} \right)}$$

$$= \frac{\epsilon_0 S}{2d};$$

$C_0(g_0) = C_0(\text{после}) = \frac{\epsilon_0 S}{2d} \Rightarrow$ в случае послед. соединения
общая емкость не изменится.

2) параллельное соединение: $C_0(g_0) = C_0 + C_0 = 2C_0 = \frac{2\epsilon_0 S}{d}$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d+a}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d-a}; \quad C_0(\text{после}) = C_1 + C_2 = \epsilon_0 S \left(\frac{1}{d+a} + \frac{1}{d-a} \right) =$$

$$= \epsilon_0 S \left(\frac{d-a+d+a}{d^2 - a^2} \right) = \frac{2\epsilon_0 S d}{d^2 - a^2};$$

$$C_0(\text{после}) = \frac{2\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{d^2}{d^2 - a^2} = C_0(g_0) \cdot \frac{d^2}{d^2 - a^2};$$

$$\Delta C = C_0(\text{после}) - C_0(g_0) = C_0(g_0) \cdot \frac{d^2}{d^2 - a^2} - C_0(g_0) =$$

$$= C_0(g_0) \left(\frac{d^2}{d^2 - a^2} - 1 \right) = C_0(g_0) \left(\frac{a^2}{d^2 - a^2} \right); \text{ т.к. } d > a, \text{ то}$$

$$\Delta C > 0 \text{ и } C_0(\text{после}) > C_0(g_0)$$

Ответ при паралл. сог. общ. емк. увели; при послед. не измен.

(2) строгий

изучаем δ . $\sqrt{2}$.

$$(\cos \alpha)^{\cos \alpha} + (\sin \beta)^{\sin \beta} > \cos \alpha \sin \beta.$$

$$(\cos \alpha)^{\cos \alpha} + (\sin \beta)^{\sin \beta} - \cos \alpha \sin \beta > 0$$

$$(\sin \beta)^{\sin \beta} + \cos \alpha ((\cos \alpha)^{\cos \alpha - 1} - \sin \beta) > 0$$

$$\text{н.к. } \alpha \in (0; \frac{\pi}{2}), \text{ то } 0 < \cos \alpha < 1$$

$$\text{н.к. } \beta \in (0; \frac{\pi}{2}), \text{ то } 0 < \sin \beta < 1$$

$$\text{н.к. } \cos \alpha \in (0; 1), \text{ то } \cos \alpha - 1 < 0, \text{ значит}$$

$$(\cos \alpha)^{\cos \alpha - 1} > 1, \text{ тогда}$$

$$\downarrow$$

$$(\cos \alpha)^{\cos \alpha - 1} - \sin \beta > 0 \Rightarrow (\sin \beta)^{\sin \beta} + \cos \alpha ((\cos \alpha)^{\cos \alpha - 1} - \sin \beta) > 0$$

$$\text{н.к. } (\sin \beta)^{\sin \beta} > 0 \text{ и } \cos \alpha > 0,$$

$$\text{значит } (\cos \alpha)^{\cos \alpha} + (\sin \beta)^{\sin \beta} > \cos \alpha \sin \beta, \text{ т.е.}$$

$$\swarrow$$

$$n+2020, n+2015, n+2020 \cdot 2015$$

Заметим, что последние квадраты $n+2020$ и $n+2015$ делятся на 5; такую разницу могут давать числа 4 и 9, являющиеся квадратами чисел 2 и 3.

$$\text{Заметим, что при } n = -2011 \quad n+2020 = -2011+2020 = 9 = 3^2, \text{ а } n+2015 = -2011+2015 = 4 = 2^2.$$

Проверим, является ли выражение $n+2020 \cdot 2015$ полным квадратом при $n = -2011$:

$$-2011 + 2020 \cdot 2015 = 4080375 - 2011 = 4078364$$

$$= 4068289 = 2017^2, \text{ верно.}$$

Полным образом, при $n = -2011$ выражения $n+2020$, $n+2015$ и $n+2020 \cdot 2015$ являются полными квадратами.

Ответ, $n = -2011$

3 страница

Задача 8.

Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$\vec{v}_1 = 6\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 2\vec{e}_z$$

$$m_2 = 1,5 \text{ кг}$$

$$\vec{v}_2 = -4\vec{e}_x + 4\vec{e}_y + 8\vec{e}_z$$

 $\vec{v} = ?$

реш.

Решение:

П.к. удар абсолютно неупругий,
то

$$\vec{p}_{\text{до}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2;$$

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 = 1(6\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 2\vec{e}_z) =$$

$$= 6\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 2\vec{e}_z$$

$$\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2 = 1,5(-4\vec{e}_x + 4\vec{e}_y + 8\vec{e}_z) =$$

$$= -6\vec{e}_x + 6\vec{e}_y + 12\vec{e}_z$$

$$\vec{p}_{\text{до}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 6\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 2\vec{e}_z - 6\vec{e}_x + 6\vec{e}_y + 12\vec{e}_z =$$

$$= 10\vec{e}_y + 10\vec{e}_z$$

$$\vec{p}_{\text{до}} = (m_1 + m_2) \vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{p}_{\text{до}}}{m_1 + m_2} = \frac{10\vec{e}_y + 10\vec{e}_z}{1,5 + 1} =$$

$$= 4\vec{e}_y + 4\vec{e}_z$$

Ответ: $\vec{v} = 4\vec{e}_y + 4\vec{e}_z$

⊕ 10.

Дано:

$$V_1 = 30 \text{ л}$$

$$V_2 = 10 \text{ л}$$

$$p_0 = p_1 = p_2 = 800 \text{ мм рт. ст.}$$

$$T_0 = 17^\circ \text{C} = 290 \text{ К}$$

$$T = 17^\circ \text{C} = 425 \text{ К}$$

 $p_2 = ?$

реш.

Решение: Пусть p_1, N_1 и p_2, N_2 — давления и число молекул в баллоне и малом резервуаре после нагрева до температуры $T = 425 \text{ К}$.

Пусть N — общее число молекул газа, тогда $N = N_1 + N_2 = \frac{pV_1}{kT_0}$, где $p = 800 \text{ мм рт. ст.}$ — атмосферное давление, $T_0 = 290 \text{ К}$ — начальная температура.

Для начального состояния:

$$(p_0 + p_2) V_1 = N_1 k T$$

$$p_2 V_2 = N_2 k T = (N - N_1) k T$$

$$p_2 = \frac{N k T - p_0 V_1}{V_1 + V_2} = \frac{V_1}{V_1 + V_2} \left(p \frac{T}{T_0} - p_0 \right) =$$

$$= \frac{30 \text{ л}}{30 \text{ л} + 10 \text{ л}} \left(800 \cdot \frac{425 \text{ К}}{290 \text{ К}} - 800 \right) = 0,75 \cdot 333 = 250 \text{ мм рт. ст.}$$

Ответ: 250 мм рт. ст.

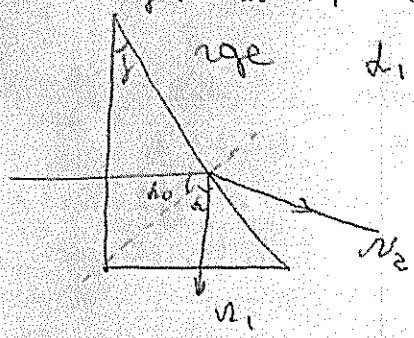
⊕ 7

4 страница

Вариант 8.
110.

Дано:
 $n_2 = 1 + \frac{a}{n_1}$, $a = 6 \cdot 10^{-7}$
 $n_1 = 600 \text{ нм} = 600 \cdot 10^{-9} \text{ м}$
 $n_2 = 750 \cdot 10^{-9} \text{ м}$
 $f = ?$

Решение: пусть f - предельный угол преломления.
 Пусть $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2$, где α_1, α_2 - предельный угол для первого луча, при котором он не выйдет из призмы, α_2 - предельный угол для второго. По закону преломления:



$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n} \quad \sin \alpha_1 = 2$$

$$= \frac{1}{n_1} = \frac{1}{1 + \frac{a}{n_1}} = \frac{1}{1 + \frac{6 \cdot 10^{-7}}{6 \cdot 10^{-7}}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_1 = 30^\circ - \text{предельный угол для } n_1.$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{1}{n_2} = \frac{1}{1 + \frac{a}{n_2}} = \frac{1}{1 + \frac{6 \cdot 10^{-7}}{7,5 \cdot 10^{-7}}} = \frac{1}{1 + \frac{6}{7,5}} = \frac{1}{1,8}$$

$$= \frac{1}{1,8} = 0,56 \Rightarrow \alpha_2 = 33,75^\circ - \text{предельный угол для } n_2$$

Предельный угол преломления должен быть в пределах от 30° до $33,75^\circ$, тогда луч n_1 испытает полное отражение и не выйдет из противоположной грани, а луч n_2 выйдет. При значении $f \geq 33,75^\circ$ n_2 тоже не выйдет.

150

Ответ: $30^\circ < f < 33,75^\circ$

Для того, чтобы масса крупи при варке увеличилась в наименьшее число раз, нужно взять наименьшее количество воды. Тогда, нам известно, что вiana в сырой крупе должна составлять 16%, а в вареной - 70%.

Пусть x - масса крупи до варки, y - после варки. Тогда масса сухого вещества до варки $\frac{84}{100}x$, после варки - $\frac{30}{100}y$;

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{84x}{100}}{\frac{30y}{100}} = \frac{84x}{30y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{84}{30} = 2,8$$

Ответ: в 2,8 раза

5 степеней

11

Вариант 8

$$0,(\overline{714285}) - 1,(\overline{571428}) = ?$$

$$0,(\overline{714285}) - 1,(\overline{571428}) = - (1,(\overline{571428}) - 0,(\overline{714285}))$$

$$1,(\overline{571428}) = 1,571428571428571428...$$

$$0,(\overline{714285}) = 0,714285714285714285...$$

$$\begin{array}{r} 1,571428571428571428 \\ - 0,714285714285714285 \\ \hline 0,857142857142857143 \end{array}$$

Заметим, что последняя цифра разности этих двух чисел всегда будет равна 3, поэтому, округлив, получаем, что $0,(\overline{714285}) - 1,(\overline{571428}) =$
 $= -0,(\overline{857142})$

28

Ответ: $-0,(\overline{857142})$