

Числовик. Вариант 6.

$$1. 0,(428571) + 1,(571428) =$$

$$0,(428571) = \frac{4}{9} + \frac{2}{90} + \frac{8}{900} + \dots + \frac{1}{900000}$$

$$1,(571428) = 1 + \frac{5}{9} + \frac{7}{90} + \frac{1}{900} + \dots + \frac{8}{900000}$$

$$\begin{aligned} 0,(428571) + 1,(571428) &= \frac{4}{9} + \frac{2}{90} + \frac{8}{900} + \frac{5}{9000} + \frac{7}{90000} + \\ &+ \frac{1}{900000} + 1 + \frac{5}{9} + \frac{7}{90} + \frac{1}{900} + \frac{4}{9000} + \frac{2}{90000} + \frac{8}{900000} = 25 \\ &= 2 + \frac{9}{90} + \frac{9}{900} + \dots + \frac{9}{900000} = \underline{\underline{2,11111}} \end{aligned}$$

Ответ: 2,11111

3. Допустим, X — вес вишороба светлого, Y — вес узора.

n — число от 0,8 до 0,9; а k — число от 0,3 до 0,4.

$\begin{cases} X = M + B_1 & (1) \\ Y = M + B_2 \end{cases}$, где M — ~~вес~~ постоянный, а B_1 и B_2 — вес воды в светлом вишоробе и в узоре соответственно.

Из условия: $\begin{cases} B_1 \geq n \cdot X \\ B_2 \leq k \cdot Y \end{cases} \quad (2)$

Тогда, из (1) и (2) следует, что $X(1-n) \leq Y(1-k) \Rightarrow$

$$\frac{X}{Y} \leq \frac{1-k}{1-n}$$

Нам необходимо максимизировать значение $\frac{X}{Y}$, поэтому k мы возьмём наименьшее возможное, а n — наибольшее. $\Rightarrow k \geq 0,3$, а $n = 0,9$.

$$\text{Значит, } \frac{X}{Y} = \frac{1-0,3}{1-0,9} = 7$$

Ответ: в 7 раз

Сумма 1.

Условие задачи Вариант 6.

Условие Вариант 6.

4. Допустим,

$$\begin{cases} n+2020=a^2 \\ n+2113=b^2 \end{cases}$$
 , где a и b — целые числа. Т.е.
 2020 и $n+2113$ — точные квадраты.

Тогда, $n = a^2 - 2020 \Rightarrow b^2 = a^2 + 93 \Rightarrow$

$(b-a)(b+a) = 93$.
 Т.к. $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} b+a=93 & (1) \\ b-a=1 & (2) \end{cases}$

Иных вариантов в нас, т.к. $93 = 93 \cdot 1 = 31 \cdot 3$ и
 никак иначе в целых числах (либо, конечно в отри-
 цательных, но нам это
 не требуется)

Рассмотрим случай (1):

$b = a+1 \Rightarrow 2a+1=93 \Rightarrow \begin{cases} a=46 \\ b=47 \end{cases}$

Тогда, $n = 46^2 - 2020 = 96$.

При данных n ($n+2020$) и ($n+2113$) — точные
 квадраты. Узнаем, будет ли число $n+2020-2113$ —
 точным квадратом при $n=96$!

$2020 - 2113 + 96 = 4268356 = 2066^2$

Значит, $n=96$ подходит!

Ответ $n=96$

$$\begin{array}{r} 2066 \\ \times 2066 \\ \hline +12396 \\ +12396 \\ \hline 4268356 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2113 \\ +2020 \\ \hline +4226 \\ \hline 4226 \\ +4268260 \\ \hline 4268356 \end{array}$$

158

Страница 2.

Чистовик. Вариант 6.

7. 1) Сначала тело с нулевой начальной скоростью проходит путь: $s_1 = \frac{at_1^2}{2}$, где $t_1 = 8$ с.

2) Далее оно тормозит $\Rightarrow$ конечная скорость на участке торможения равна нулю.

Значит, $v_k = 0$, а v_k до торможения:

$v_k = at$, — та скорость, которую тело приобрело за первые 8 с.

Обозначим время торможения за t_2 .

Тогда, $v_k = v_k - a \cdot t_2 \Rightarrow t_1 = t_2 = 8$ с.

3) В последний отрезок времени тело едет равномерно, но в обратном направлении оси Ox (координата). Обозначим этот отрезок времени t_3 .

4) Путь на участке торможения равен:

$$s_2 = v_k \cdot t_2 - \frac{at_2^2}{2} = at_1^2 - \frac{at_1^2}{2} = \frac{at_1^2}{2}$$

5) Тогда, из условия: $s_1 + s_2 = \frac{at_3^2}{2} \Rightarrow at_1^2 = \frac{at_3^2}{2} \Rightarrow t_3 = t_1 \cdot \sqrt{2}$

6) Тогда полное общее время:

$$t_{\text{общ}} = t_1 + t_2 + t_3$$

$$t_{\text{общ}} = 8(2 + \sqrt{2}) \text{ с}$$

Ответ: $8(2 + \sqrt{2}) \text{ с}$

Четовик. Вариант 6.

8. 1) Запишем законы сохранения на осях Ox , Oy и Oz соответственно:

(где уже введём ПДСК, где $\bar{e}_x$, $\bar{e}_y$ и $\bar{e}_z$ — единичные векторы)

$$Ox: m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} = (m_1 + m_2) v_x \Rightarrow$$

$$v_{2x} = \frac{(m_1 + m_2) v_x - m_1 \cdot v_{1x}}{m_2}$$

$$Oy: m_1 \cdot v_{1y} + m_2 \cdot v_{2y} = (m_1 + m_2) v_y \Rightarrow$$

$$v_{2y} = \frac{(m_1 + m_2) v_y - m_1 \cdot v_{1y}}{m_2}$$

$$Oz: m_1 \cdot v_{1z} + m_2 \cdot v_{2z} = (m_1 + m_2) v_z \Rightarrow$$

$$v_{2z} = \frac{(m_1 + m_2) v_z - m_1 \cdot v_{1z}}{m_2}$$

10

$$\text{Из условия: } \begin{cases} v_{1x} = 6 \\ v_{1y} = 20 \\ v_{1z} = 4 \\ v_{2x} = 4 \\ v_{2y} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{2x} = -4 \\ v_{2y} = 4 \\ v_{2z} = 8 \end{cases}$$

$$\text{Значит, } \bar{v}_2 = v_{2x} \cdot \bar{e}_x + v_{2y} \cdot \bar{e}_y + v_{2z} \cdot \bar{e}_z \Rightarrow$$

$$\bar{v}_2 = -4 \cdot \bar{e}_x + 4 \cdot \bar{e}_y + 8 \cdot \bar{e}_z$$

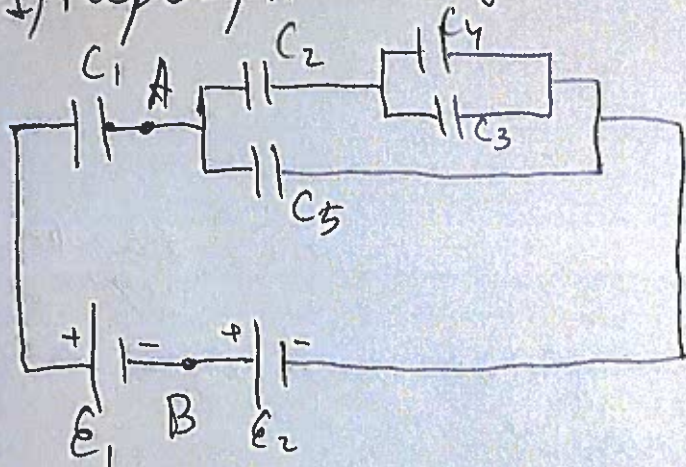
$$\text{Ответ: } \bar{v}_2 = -4 \cdot \bar{e}_x + 4 \cdot \bar{e}_y + 8 \cdot \bar{e}_z$$

⊕

Страница 4.

Исходник Вариант 6.

9.1) Перечертим цепь в ином виде!



13

- 2) Суммарная ёмкость C_4 и C_3 : $C_{4-3} = C_4 + C_3$
 Суммарная ёмкость C_1 , C_3 и C_2 : $\frac{1}{C_{\text{сум}}} = \frac{1}{C_4 + C_3} + \frac{1}{C_2}$

Суммарная ёмкость C_4 , C_3 , C_2 и C_5 :

$$C_{\text{сум}} = \frac{(C_4 + C_3)C_2}{C_4 + C_3 + C_2}$$

$$C_{\text{сум}} = \frac{4 \cdot 1}{4 + 1} + 0,2 = 1 \text{ мкФ.}$$

- 3) Представим систему C_1 , C_3 , C_2 и C_5 как один эквивалентный конденсатор ёмкости $C_{\text{сум}}$.

- 4) Конденсаторы C_1 и $C_{\text{сум}}$ подключены последовательно, следовательно $\Rightarrow q_1 = q_{\text{сум}} \Rightarrow$

$$C_1 \cdot U_1 = C_{\text{сум}} \cdot U_{\text{сум}} \Rightarrow \frac{U_1}{U_{\text{сум}}} = \frac{C_{\text{сум}}}{C_1} = \frac{1}{5}$$

- 5) По закону Ома? По второму закону Кирхгофа.

$$E_1 + E_2 = U_1 + U_{\text{сум}} \Rightarrow 6U_1 = E_1 + E_2 \Rightarrow U_1 = \frac{6}{6} = 1 \text{ В}$$

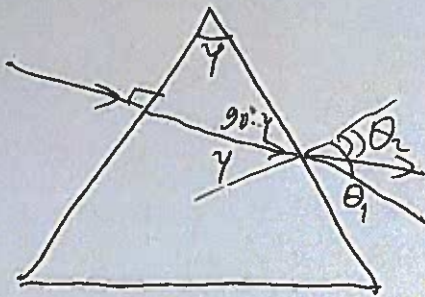
- 6) Тогда, $U_A = E_1 + E_2 - U_1 = 6 - 1 = 5 \text{ В}$, $U_B = E_2 = 4 \text{ В}$
 $\Rightarrow U_A - U_B = 1 \text{ В}$

Ответ. 1 В

Страница 5.

Чистовик. Вариант 6

10.



1) Первую грань луч пробьет не перпендикулярно, так как падает перпендикулярно.

2) Из простой геометрии получаем, что луч падает на вторую грань под углом γ .

3) По 3-му Снеллиуса:

$$\begin{cases} n_1 \sin \gamma = n_{\text{возд}} \sin \varphi_1 & (1) \\ n_2 \sin \gamma = n_{\text{возд}} \sin \varphi_2 & (2) \end{cases}$$

Разделим (1) на (2):

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2}$$

4) Так как угол γ один, то и φ_1 и φ_2 один $\Rightarrow \sin \varphi_1 = \sin \varphi_2$

$$\text{Тогда } \varphi_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \varphi_1$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \gamma + \theta_1 \\ \varphi_2 = \gamma + \theta_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\theta_2 + \gamma}{\gamma + \theta_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \theta_2 + \gamma n_1 = n_2 \gamma + n_2 \theta_1 \Rightarrow$$

$$\boxed{\text{Отсюда } \theta_2 = \frac{n_2 \theta_1 + (n_1 - n_2) \gamma}{n_1}}$$

$$\theta_2 = \frac{n_2 \theta_1 + (n_1 - n_2) \gamma}{n_1}$$

$$2) \begin{cases} x = \cos \alpha & 0 < x, y < 1 - \text{но } y < x \\ y = \cos \beta \end{cases}$$

$$x^2 > y^2 \text{ так как } x^2 > 1 \text{ (так как } x < 0, \text{ а } x < 1).$$

Умножив, $x^2 y^2 > y^2$.

2) По первому неравенству

$$\frac{x^2 - y^2}{2} \geq 2xy \Rightarrow (x - y)^2 \geq 4xy$$

3) Значит, по второму неравенству, что $x^2 + y^2 > \frac{(x - y)^2}{4}$

$$\begin{cases} 0 < (x - y)^2 < 4 \\ 0 < (x - y)^2 < 4 \end{cases}$$

$$\text{Тогда } 4 \cdot (x^2 + y^2) > (x - y)^2, \text{ так как } \begin{cases} x^2 > x \\ y^2 > y \end{cases}$$

Справедливо 6.