



Вариант № 3

№1

Что происходит с ценой: 1) $x - 1,7 = a$; a округлим до целого
2) $a_{окр.} \cdot 1,7 = b$; b округлим до целого
3) $b_{окр.} = 515$

Может предположить, что в обратную сторону все будет тоже самое:

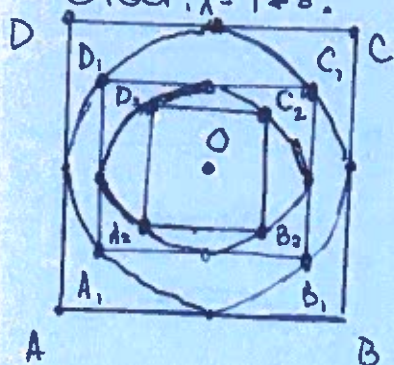
1) $515 : 1,7 \approx 302,9 \approx 303 = a_{окр.}$

2) $303 : 1,7 \approx 178,2 \approx 178 = x$

Проверим: 1) $178 - 1,7 = 302,6 \approx 303 = a_{окр.}$
2) $303 \cdot 1,7 = 515,1 = 515 = b_{окр.}$

Все ~~вышло~~ хорошо

Ответ: $x = 178$.



№2

1) Найдем $S_{\text{квадрата } ABCD} = a^2$

$R_{\text{впис. окр. в } ABCD} = \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{1}{2} A_1C_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} A_1B_1 = \frac{1}{2} a$

$\Rightarrow a = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow A_1B_1 = \frac{a}{\sqrt{2}}$

2) $S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{a^2}{2}$

$R_{\text{впис. окр. в } A_1B_1C_1D_1} = \frac{1}{2} A_1B_1 = \frac{a}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} A_2C_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} A_2B_2$

$a = 2 \cdot A_2B_2$

$A_2B_2 = \frac{a}{2} \Rightarrow S_{A_2B_2C_2D_2} = \frac{a^2}{4}$

3) Очевидно, что ~~сторона~~ сторона квадрата

с каждым разом уменьшается (при приближении к центру O)
в $\sqrt{2}$ раз, то $S_{\text{квадрата}}$ уменьшается в $(\sqrt{2})^2$, т.е. в 2
раза. Перед нами бесконечно убывающая геометрическая прогрессия:

Пусть $b_1 = S_{ABCD}$, тогда $q = \frac{1}{2}$

$S_n = \frac{b_1}{1-q}$ (т.к. $|q| < 1$)

$S_n = \frac{a^2}{1-\frac{1}{2}} = 2a^2$

Ответ: $2a^2$

6



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

№3

$$3 + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} + \frac{\cos^2 y}{\cos^2 x} = 3 + t + \frac{1}{t}$$

Пусть $\frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} = t$, тогда $\frac{1}{t} = \frac{\cos^2 y}{\cos^2 x}$, $t > 0, \frac{1}{t} > 0$ положительных

Тогда по теореме Коши: сумма двух взаимнообратных чисел не меньше 2.

Поэтому: $t + \frac{1}{t} \geq 2$; $3 + \frac{1}{t} + t \geq 5$

Тогда наименьшее значение нашего выражения — это 5.
Ответ: 5.

№4.

m, p, q — простые, положительные числа

$$673m + pq = 2019$$

$$673m + pq = 3 \cdot 673$$

3 — простое число; 673 — простое число

при $m=1$:

$$673 + pq = 673 \cdot 3$$

$$pq = 673 \cdot 2$$

(простое число делится только на себя и на 1)

так как 2 — простое число, то по свойству простых чисел:

$$\begin{cases} m=1 \\ p=673 \\ q=2 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} m & p & q \\ 1 & 673 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} m=1 \\ p=2 \\ q=673 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} m & p & q \\ 1 & 2 & 673 \end{pmatrix}$$

при $m=2$:

$$2 \cdot 673 + pq = 673 \cdot 3$$

$$pq = 673 \cdot 1$$

$$\begin{cases} m=2 \\ p=673 \\ q=1 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} m & p & q \\ 2 & 673 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} m=2 \\ p=1 \\ q=673 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} m & p & q \\ 2 & 1 & 673 \end{pmatrix}$$

при $m=3$:

$$3 \cdot 673 + p \cdot q = 3 \cdot 673$$

$$p \cdot q = 0$$

но так как $p, q > 0$,
то такого быть не может

при $m=5$:

$$5 \cdot 673 + pq = 3 \cdot 673$$

$$pq = -2 \cdot 673$$

$$\text{т.е. } 3 \cdot 673 - m \cdot 673 > 0$$

$$3 - m > 0$$

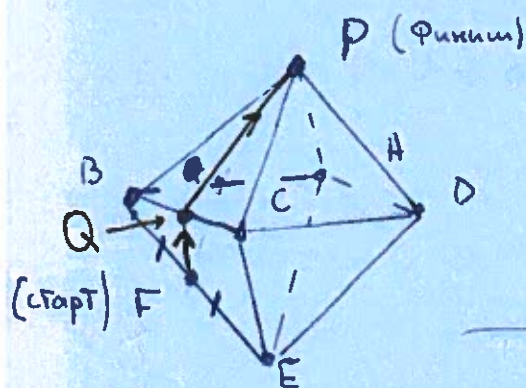
$$m < 3$$

Поэтому ответ: $\begin{pmatrix} m & p & q \\ 1 & 673 & 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} m & p & q \\ 1 & 2 & 673 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} m & p & q \\ 2 & 673 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} m & p & q \\ 2 & 1 & 673 \end{pmatrix}$

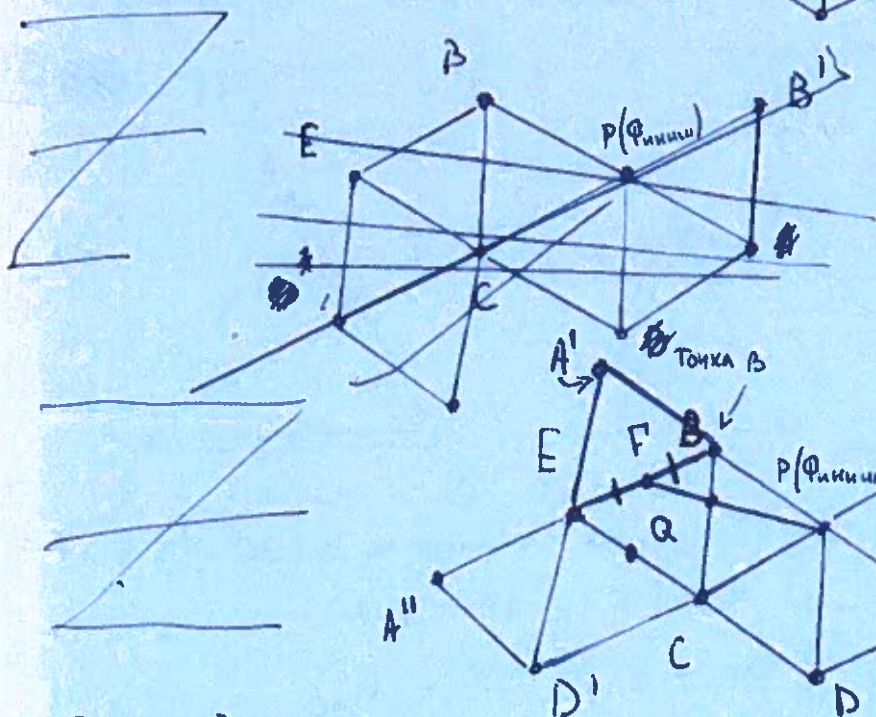
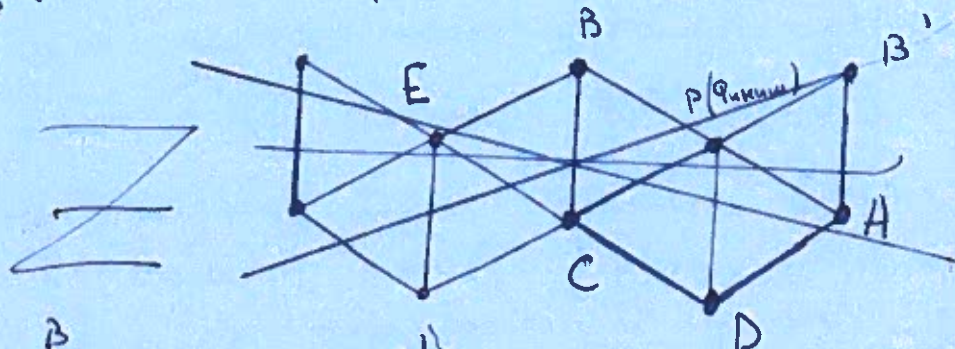


Вариант № 3

№5



1) «Раскроем» (нарисуем развертку) наш октаэдр:



На развертке
Наименьший путь -
это отрезок, соединя-
ющий F и P, т.е.
отрезок FP

В нашей развертке все треугольники правильные (стороны все равны, углы по 60°)

$B \equiv B'$ (на стереометрическом чертеже)

$A' \equiv A \equiv A''$ (на стереометрическом чертеже)

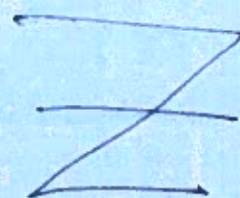
$D \equiv D'$ (на стереометрическом чертеже)

P - финиш, F - старт

2) Надо найти PF; EBC - ромб ($EB = BP = PC = EC, EC \parallel BP$):

$$\angle FBP = 120^\circ$$

$$FB = \frac{1}{2}EB = 3; BP = 6$$





Олимпиада школьников «Гранит науки»

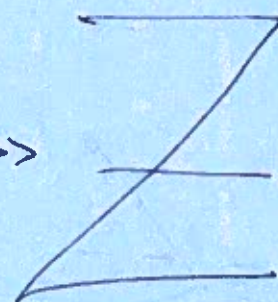
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Тогда по т. косинусов в $\triangle FBP$:

$$FP^2 = FB^2 + BP^2 - 2 \cdot FB \cdot BP \cdot \cos \angle FBP$$

$$FP^2 = 9 + 36 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 27 + 36 = 63 \Rightarrow$$

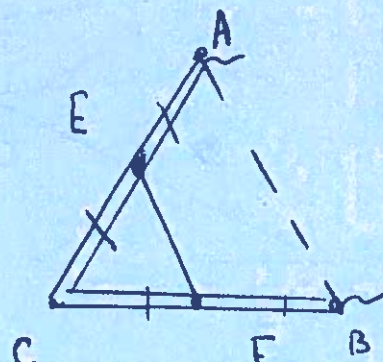
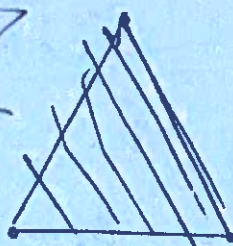
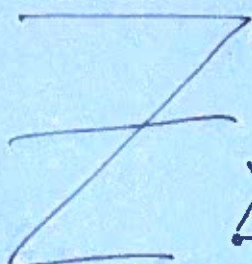
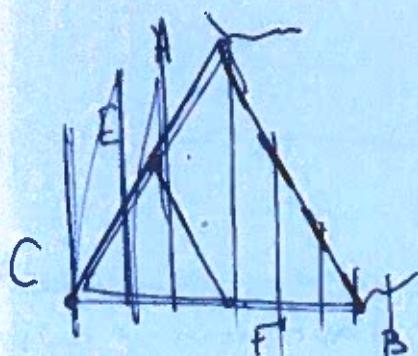
$$\Rightarrow FP = 3\sqrt{7}$$



3) На стереометрическом чертеже наш наименьший путь ~~отрезок~~ пересечёт BA в точке A 8

Ответ: наискорейший маршрут по внешней поверхности равен $3\sqrt{7}$; проходит этот маршрут через точку A , лежащую на ребре октаэдра ~~BC~~ BC

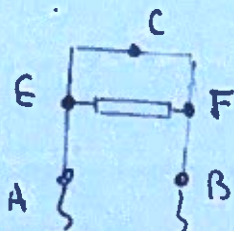
№6



т.к. EF - средняя линия в $\triangle ABC$, (т.е. E - сер. $\Rightarrow EF$ - средняя линия), то $EF = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} AC$

Тогда $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$, $R_{EF} = \rho \cdot \frac{\frac{1}{2} l_{AC}}{\frac{1}{2} S_{AC}} = \rho \cdot \frac{l_{AC}}{S_{AC}} = R_{AC}$

Но если мы построим эквивалентную схему:



То получим, что перемычка EF включена параллельно в цепь, а тогда при параллельном соединении:

$$U_{общ} = U_{EF} = 3B$$

т.е. падение напряжения на перемычке равно нулю
 Ответ: 0 В.

№7 /
 V



Вариант № 3

№7

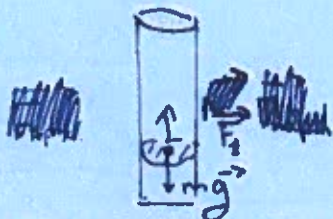
Дано:

Решение:

В горизонтальном:



В перевернутом положении:



F_1 - сила, с которой газ давит на поршень

Т.к. масса пара над поршнем неизменна, то

$$\frac{PV}{T} = \text{const} ; T = \text{const} \text{ (по усл.)}$$

$$\left(\frac{P_1 V_1}{T} = \frac{P_2 V_2}{T} \right) - \text{не учитывает конденсацию}$$

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot \frac{1}{4} V_1 \quad | \cdot \frac{4}{V_1}$$

$$P_2 = 2P$$

Так как давление пара было $\frac{P}{2}$, то
давление поршня: $P_{\text{поршня}} = P_2 - P_{\text{пара}} = 2P - \frac{P}{2} = 1,5P$

$$P = \frac{F}{S} \Rightarrow F = F_{\text{тяг. поршня}} = P_{\text{поршня}} \cdot S$$

Тогда $P(\text{вес})$ нашего поршня:

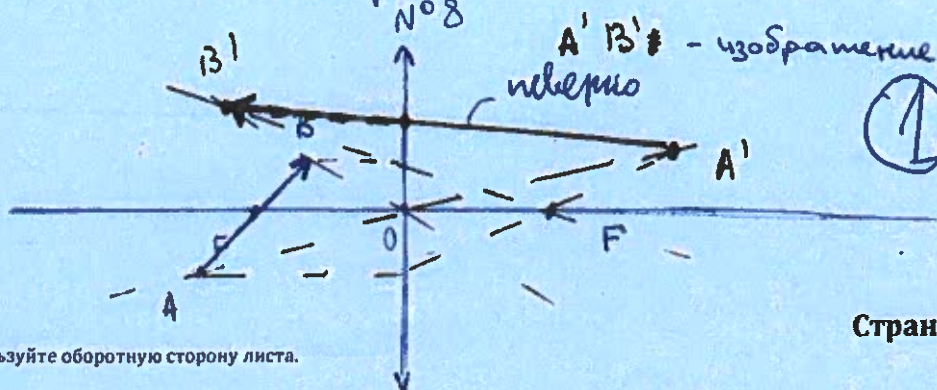
$$P_{\text{поршня}} \cdot S - P_{\text{пара}} \cdot S = P$$

$$1,5P \cdot S - \frac{P}{2} \cdot S = P$$

$$P = p \cdot S$$

Ответ: $p \cdot S$, где p - давление, при котором может конденсироваться пар

№8





Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

~~Те части изображения, находящиеся слева от~~
~~плоскости, мнимая~~

1. ~~Изображения~~ Части изображения (слева от плоскости линзы)
мнимая; части изображения (справа от плоскости
линзы) ~~действительная~~ действительная

2. изображение перевернутое

3. изображение увеличенное

