



Вариант № 4

№1.

~~Рассмотрим последовательность действий. III. в конце оставшихся~~  
III. в конце осталось 3-е значение число  $\Rightarrow$  до того, чем закончили последнюю цифру 384. Было квадратом натурального числа. Подберем это число

$$3600 < 384 \cdot \dots < 4900$$

$$60 < \sqrt{384 \cdot \dots} < 70$$

$$63^2 = 3969$$

$$61^2 = 3721$$

$$61 < \sqrt{384 \cdot \dots} < 63$$

Заметим, что  $62^2 = 3844$  ~~(3840)~~  $\Rightarrow$  62 - искомое число.

Аналогично,

$$\sqrt{62^2} = 576 < 62^2 < 676$$

$$24 < \sqrt{62} < 26$$

$25^2 = 625 \Rightarrow$  25 подходящее число. Аналогично:

$$225 < 25 < 289$$

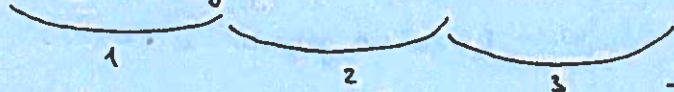
$$15 < \sqrt{25} < 17$$

$16^2 = 256 \Rightarrow$  16 - исходное число.

Приведем последовательность действий:

$$16 \rightarrow 256 \rightarrow 25 \rightarrow 625 \rightarrow 62 \rightarrow 3844 \rightarrow 384$$

выб. 8 цифр  
избав. цифр



- операция проделана 3 раза.

Ответ: 16.

+ 60

№2.

Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник  $r_1 = \frac{1}{3}h_1$ , где  $h_1$  - медиана и высота в  $\Delta$ .  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .  $r_1 = \frac{a}{2\sqrt{3}}$



Радиус окружности, описанной около правильного  $\Delta$   $r_2 = \frac{2}{3}h_2$ .

Если  $a_1$  - сторона меньшего  $\Delta$ , то тогда

$$h_2 = \frac{a_1\sqrt{3}}{2}$$

III.  $r_1 = r_2$ , то

$$\frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a_1\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

$$a_1 = \frac{a}{2} = \frac{a_1\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$a_1 = \frac{a}{2}$$

Аналогично с последующими  $\Delta \Rightarrow$  стороны треугольников будут уменьшаться в geom. прогрессии с знаменателем  $\frac{1}{2}$ .

Площадь правильного треугольника  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$$S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad S_2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4} \quad S_3 = \left(\frac{a}{4}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Площади уменьшаются в geom. прогрессии со знаменателем  $\frac{1}{4}$ .





# Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Сумма бесконечно убывающей геом. прогрессии  $\approx S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{3}{4}} =$

$$= \frac{a^2\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2}{\sqrt{3}}$$

Ответ:  $\frac{a^2}{\sqrt{3}}$

W=4

$$673m - fq = 2019$$

$$673m - fq = 673 \cdot 3$$

$$673(m-3) = fq \quad \text{П.и. } 673 \text{ простое число, то } fq$$

$\therefore 673 \Rightarrow fq : 673$ . П.и.  $673$  - простое число, то либо  $f$  либо  $q = 673$ .

Рассмотрим  $m-3=f$   $m-3=q$ .

$m, f, q$  - простые числа  $\Rightarrow m-3$  - простое.

При  $m=5$ ,  $m-3=2$ , где  $5$  и  $2$  - простые числа.

2 - единственное четное простое число. При  $m < 5$  ( $3, 2$ )  $f, q = 0$  или  $< 0$ .

$m > 5$   $m-3$  - это нечетное

нечетное число, которое всегда четное. П.и. 2 - единственное четное

число, то при  $m > 5$ ,  $m-3$  будет четным  $> 2 \Rightarrow$  составным.  $\Rightarrow$

$f$  или  $q$  - составным, что не удовлетворяет условию задачи.  $\Rightarrow$

$$\begin{array}{ll} m=5 & m=5 \\ f=2 & q=2 \\ q=673 & f=673 \end{array}$$

Ответ:  $m=5, f=2, q=673$ ;  $m=5, f=673, q=2$ .

W=5.

Нарисуем фигуру этой фигуры.

(фигуры равного претения)

$\angle BFM = 60^\circ$ ,  $CE = EF = EH = 4$ ,  $FG = 8$ .

Соединим

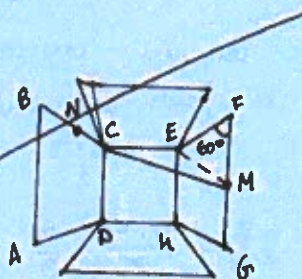
крайнейшей путь:  $N \rightarrow C \rightarrow M$ .

Соединим

$N$  - середина  $BC = 4 \Rightarrow NB = NC = 2$ .

Соединим точки  $E$  и  $M$ .  $FM = \frac{1}{2} FG = 4$ .

$$\begin{array}{l} EF = 4 \\ \angle EFM = 60^\circ \end{array}$$



$\Rightarrow \triangle EFM$  - равносторонний  $\Rightarrow \angle FEM = 60^\circ$

$$= 60^\circ$$

$$EM = 4.$$

По теореме  $\angle CEM = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ .

По теореме косинусов  $CM^2 = CE^2 + EM^2 - 2CE \cdot EM \cdot \cos 150^\circ = CE^2 + EM^2 + 2 \cdot CE \cdot EM \cdot \cos 30^\circ =$

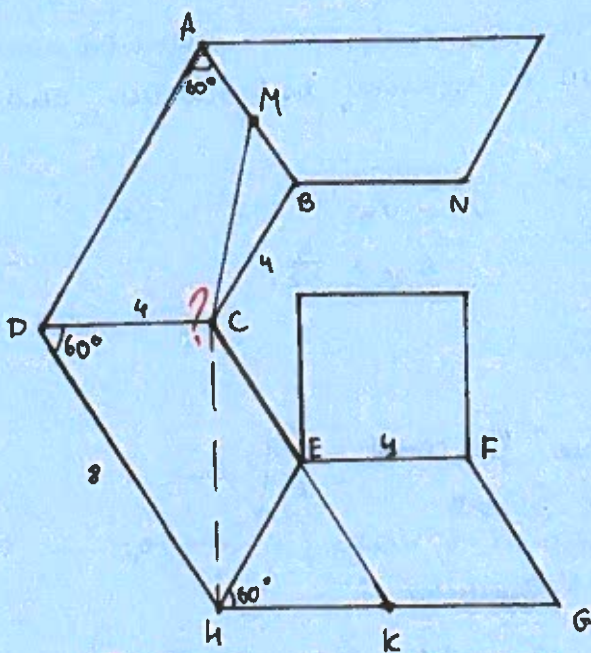
$$= 4^2 + 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 16 + 32 + 16\sqrt{3}$$



Вариант № 4

№5.

Нарисуйте фигуру этой фигуры.



Кратчайший путь:  $\ell = M \rightarrow C \rightarrow K$ .

$\angle BAD = 60^\circ$ ,  $BC = 4$ ,  $AB = 4$ ,  $AD = 8$ ,  $EF = 4$ .

$AD = KG$ ,  $BC = CE = EF$ .

$NBCE$  - часть правильного шестугольника ( $BN = CB = CE = EF$ ,  $\angle NBC = 120^\circ$ ).

$MB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$ .

$BC = 4$ .

По т. косинусов:  $MC^2 = MB^2 + BC^2 - 2 \cdot MB \cdot$

$$BC \cdot \cos 120^\circ = 4 + 16 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 20 - 8 = 12$$

$$MC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

См. рис.

$CM \perp KG \Rightarrow \triangle CMK$  - прямоугольный.

По т. косинусов  $CK = \sqrt{16 + 12 - 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$ .

$CK = \sqrt{16 + 12} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \Rightarrow$  см. содержит  $CE$ ,

см. рис.

$$\ell = 2\sqrt{7} + 8 = 2(\sqrt{7} + 4)$$

⊖ 15

ОТВЕТ: Путь =  $2(\sqrt{7} + 4)$ , пересечет ребро в двух вершинах меньшего основания.

№7.

Дано:

$$m_1 = m_2$$

$$x_{m1} = x_{m2}$$

$$v_1 = 2v_2$$

$$\frac{W_1}{W_2} = ?$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Решение:

$$v = 2\pi \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

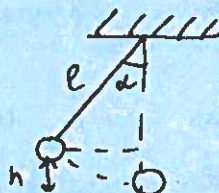
$$v_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell_1}}$$

$$v_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell_2}}$$

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell_1}} = 2 \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell_2}}$$

$$\sqrt{\ell_1} = 2\sqrt{\ell_2}$$

$$\ell_1 = 4\ell_2$$



Полная механическая энергия колебаний равна ~~максимальной~~ полной энергии в момент ~~максимального~~ максимального отклонения.

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{mgh_1}{mgh_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\text{П.и. } x_{m1} = x_{m2} = d_1 = d_2$$

$$h = \ell - \ell \cos \alpha$$

$$h_1 = \ell_1 (1 - \cos \alpha_1)$$

$$h_2 = \ell_2 (1 - \cos \alpha_2)$$

⊕

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{\ell_1 (1 - \cos \alpha_1)}{\ell_2 (1 - \cos \alpha_2)} = \frac{\ell_1}{4\ell_2} = \frac{1}{4} \quad \text{или} \quad \frac{W_2}{W_1} = 4.$$

86

ОТВЕТ: в 4 раза.



# Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

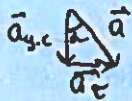
$w=8$

Дано:

$\alpha, \Delta = 45^\circ$

$a_{\text{ц.с.}} = ?$

Решение:



При движении по окружности тело имеет  $\vec{v}$ , ускорение, распадающееся на  $\vec{a}_{\text{ц.с.}}$  и  $\vec{a}_{\text{тангенциальное}}$  и  $\vec{a}_{\text{центростремительное}}$ .

$a_{\text{ц.с.}}$  всегда направлено к центру окружности, оно и является угловым ускорением.

$$\angle(a_{\text{ц.с.}}, a_{\tau}) = 90^\circ \text{ так как}$$

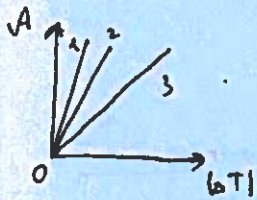
$$\Delta = 45^\circ \Rightarrow a_{\text{ц.с.}} = a_{\tau}$$

$$a^2 = a_{\text{ц.с.}}^2 + a_{\tau}^2 = 2a_{\text{ц.с.}}^2$$

$$a_{\text{ц.с.}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Ответ:  $\frac{a}{\sqrt{2}}$

$w=9$



При изобарном процессе  $p = \text{const}$

$$A = p_1(V_2 - V_1) = p_1 V_2 - p_1 V_1 = \dots$$

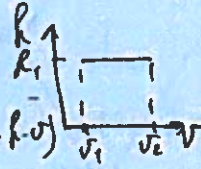
(площадь под графиком в координатах  $p, V$ )

По 2-му Клаузиусу - Менделееву

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_1 V_2 = \nu R T_2$$

$$A = \nu R (T_2 - T_1) = \nu R \Delta T \Rightarrow$$



Независимо от степени свободы газа, графики в изобарном процессе всегда будут прямо пропорциональны температуре с погр. 1  $\Rightarrow$  изобарному процессу с односложным и двухатомным газом соответствует прием 3.

При адиабатном процессе  $Q=0 \Rightarrow A = -\Delta U$

$$A = |\Delta U| = \frac{5}{2} \nu R |\Delta T| \Rightarrow$$

В зависимости от  $i$  фазы  $A(\Delta T)$  будет с разными погр.

$$\text{при } i=5 \text{ (двухатомный газ)} A_1 = \frac{5}{2} \nu R |\Delta T| \quad h_1 = \frac{5}{2}$$

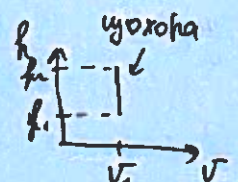
$$i=3 \text{ (односложный газ)} A_2 = \frac{3}{2} \nu R |\Delta T| \quad h_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow h_1 > h_2 \Rightarrow \text{прямая } A_1 \text{ имеет более } A_2$$

прямая 1 - адиабатный процесс двухатомного газа

прямая 2 - адиабатный процесс одноатомного газа

При изотермическом процессе  $\Delta T=0 \Rightarrow$  зависимости  $A(p, T)$  будет прямая, исходящая из м. (0,0) вдоль оси  $A$ .

При изохорном процессе  $\Delta V=0$ , поэтому работа не совершается, поэтому зависимость  $A(p, T)$  будет прямой, исходящей из м. (0,0) вдоль оси  $\Delta T$ .





Вариант № 4

Ответ: процесс 1 - адиабатный процесс двухатомного газа  
процесс 2 - адиабатный процесс одноатомного газа.  
процесс 3 - изобарный процесс для объема газов.  
изохора - процесс, исходящий из  $(0,0)$  и идущий вдоль оси  $\Delta T$ .  
изотерма - процесс, исходящий из  $(0,0)$  и идущий вдоль оси  $A$ .

