



Вариант № 4

N 1

Ответ: 16

Решение: Операцию провели 3 раза.
Пойдём с конца. На выходе есть число
384, тогда найдём такую цифру a ,
чтобы $384a = x^2$, где $x \in \mathbb{N}$.
 $a = 4$: $3844 = 62^2$ ($\begin{smallmatrix} 62 \\ 124 \\ 3844 \end{smallmatrix}$). Теперь най-
дём такую цифру b , чтобы $62b = y^2$, где $y \in \mathbb{N}$.
 $b = 5$; $625 = 25^2$. Оп. найдём такую цифру
 c , чтобы $25c = z^2$, где $z \in \mathbb{N}$.
 $z = 6$: $256 = 16^2$. 16 - искомое число.
Проверим ответ, применив 3 раза данную
операцию.
 $16^2 = 256$; 25 ;
 $25^2 = 625$; 62
 $62^2 = 3844$; 384 = 384.

N 3

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} \cos y \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pi t, t \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pi q, q \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$4 + \frac{\tan^2 x}{\tan^2 y} + \frac{\tan^2 y}{\tan^2 x} = 4 + \frac{\tan^4 x + \tan^4 y}{\tan^2 x \tan^2 y} = 4 + \frac{(\tan^2 x + \tan^2 y)^2 - 2 \tan^2 x \tan^2 y}{\tan^2 x \tan^2 y}$$

$$= 2 + \frac{(\tan^2 x + \tan^2 y)^2}{\tan^2 x \tan^2 y}$$

$$4 + \frac{\tan^2 x}{\tan^2 y} + \frac{\tan^2 y}{\tan^2 x}$$

Пусть $\frac{\tan^2 x}{\tan^2 y} = t$, тогда введём функцию
 $f(t) = 4 + t + \frac{1}{t}$; $f(t) = \frac{t^2 + 4t + 1}{t}$



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$y = f(t)$ — непрерывна на $\mathbb{R}$

$$f'(t) = \frac{(t^2 + 4t + 1)' \cdot t - (t^2 + 4t + 1) \cdot 1}{t^2} = \frac{(2t + 4) \cdot t - t^2 - 4t - 1}{t^2} =$$

$$= \frac{2t^2 + 4t - t^2 - 4t - 1}{t^2} = \frac{t^2 - 1}{t^2} = \frac{(t-1)(t+1)}{t^2}$$

$$D(f') = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

критические
точки нет.

$$f'(t) = 0; \begin{cases} t=1 \\ t=-1 \end{cases} \text{ — стационарные точки}$$

$f(t)$

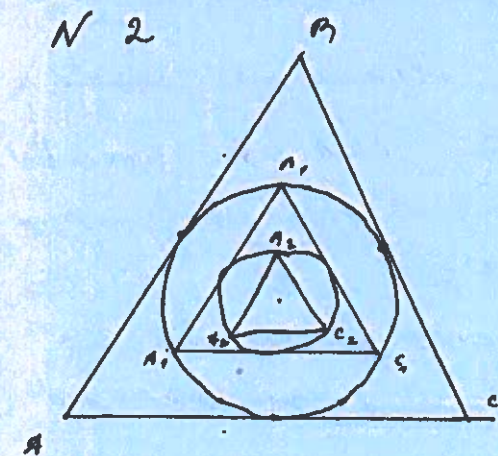


$x = -1$ — точка максимума

$x = 1$ — точка минимума.

п. 2. Нам нужно минимум функции $y = f(t)$, то $\min_{\mathbb{R} \setminus \{0\}} f(t) = f(1) = 6$
Если $\log x = \log y$ или $\log x = -\log y$, то $4 + \frac{4}{\log x} + \frac{4}{\log^2 x} = 6$. Ответ: 6

N 2



$$1) S(\triangle ABC) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

2) r — радиус окр., вписанной в $\triangle ABC$

$$r = \frac{S}{p}; \quad r = \frac{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}}{\frac{3}{2}a} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{6} = \frac{a \sqrt{3}}{6}$$

3) R_1 — радиус окр., описанной около $\triangle ABC$, $R = \frac{a^2}{4S} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{3}$

$$\text{т.е. } R_1 = r \Rightarrow \frac{a \sqrt{3}}{6} = \frac{a_1 \sqrt{3}}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{a}{2}$$

$$4) \text{ аналогично } a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{a}{4}, \quad a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{a}{8}$$

$$6) S_{\text{окр.}} = S(\triangle ABC) + S(\triangle A_1 B_1 C_1) + S(\triangle A_2 B_2 C_2) + \dots =$$

$$= \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{a_1^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{a_2^2 \sqrt{3}}{4} + \dots = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} +$$

$$+ \frac{1}{16} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{1}{64} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + \dots = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots \right) =$$

$$= \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \left(1 + \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} \right) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \left(1 + \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} \right) =$$

$$= \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{3}$$

Ответ: $S_{\text{окр.}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{3}$

(+) 45



N 4

Вариант № 4

$$673m - pq = 2019, \quad m - \text{простое}; \quad q - \text{простое}$$

$$673m - pq = 3 \cdot 673 \quad p - \text{простое}; \quad m > 0; \quad q > 0; \quad p > 0$$

$$673(m-3) = pq$$

т.к. $673 - \text{простое}$, то

$$\begin{cases} p = 673 \\ m-3 = q \\ q = 673 \\ p = m-3 \end{cases}$$

$q - \text{простое число} \Rightarrow q \neq 2 \text{ кроме } q=2$

$m - \text{простое число} \Rightarrow m \neq 2 \text{ кроме } m=2$

т.к. $q > 0$ и $p > 0$, то $m > 3$

1) Рассмотрим уравнение $q = m-3$ <sup>$q - \text{прост.}$
 $m - \text{прост.}$
 $q > 0$
 $m > 3$</sup>

$m - \text{нечётное}$, но если из нечётного числа вычесть нечётное число, то получится чётное число. т.е. $q = 2k, k \in \mathbb{N}$. Но и $q - \text{простое}$. ~~Значит~~, единственное чётное положительное простое число это 2.

Значит, $q = 2 \Rightarrow m = 5$

$$\begin{cases} p = 673 \\ q = 2 \\ m = 5 \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение $p = m-3$ <sup>$p - \text{прост.}$
 $m - \text{прост.}$
 $p > 0; m > 3$</sup>
~~Аналогично~~ с помощью аналогичных рассуждений из 1) получаем, что $p = 2; m = 5$

$$\begin{cases} p = 2 \\ q = 673 \\ m = 5 \end{cases}$$

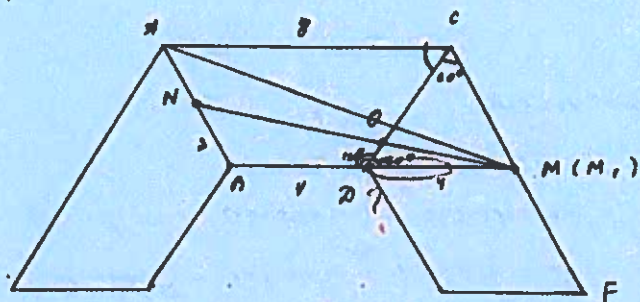
125 (+)

Ответ: $p = 673, q = 2, m = 5$ или $p = 2, q = 673, m = 5$.



№ 5

Начертан часть боковой развертки боковой грани данной усеченной пирамиды.



- 1) MN - наискорейший маршрут. (по перав. пред.)
- 2) $MN \cap CD = Q$
- 3) д.п. $AD \cap CF = M_1$
- 4) $\angle ADC = 180^\circ - \angle ACD = 120^\circ$
 $\angle CDM_1$ - смежная с $\angle ADC \Rightarrow \angle CDM_1 = 60^\circ$
- 5) а $\angle CDM_1 = \angle M_1CD = 60^\circ \Rightarrow \triangle CDM_1$ - равност. (по признаку)
 но $\angle CM_1D = 180^\circ - 2\angle CDM_1 = 60^\circ \Rightarrow \triangle CDM_1$ - правильн. и
 $CM_1 = \frac{1}{2} CF = 4$
 Но $CM = 4$ и $M \in CF \Rightarrow M \equiv M_1$

6) $\triangle BMN$: $BM = AD + DM$; $BM = 8$

$\angle NBM = 120^\circ$

по т. косинусов: $MN = \sqrt{BN^2 + BM^2 - 2BN \cdot BM \cdot \cos \angle NBM}$

$MN = \sqrt{4 + 64 + 2 \cdot 2 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{68 + 16\sqrt{3}}$

$MN = \sqrt{68 + 16\sqrt{3}}$

Q - точка пересечения маршрута с боковой гранью

(±) 75

Ответ: $MN = \sqrt{68 + 16\sqrt{3}}$



Вариант № 4

№ 9

$$Q = x + aH$$

Если при изотермическом процессе $aH = 0$

и $Q = x$. Тогда чтобы на данном графике изобразить изотерму, нужно провести прямую, совпадающую с осью Ox .

При изохорном процессе $x = 0$ и $Q = aH$. Тогда чтобы на данном графике изобразить изохору, нужно провести прямую, совпадающую с осью $O1 \cdot T$.

График 3 соответствует адиабатному процессу. График 3 - биссектриса 1-ой координатной четверти, значит, $x = |aT|$.
По 1-му 2-му термодинамическим при адиабатном процессе $x + aT = 0$. (45)

