



Вариант № 4

№1.

a^2 - квадратное число.

$$a^2 \text{ div } 10 = b$$

$$b^2 \text{ div } 10 = c$$

$$c^2 \text{ div } 10 = d. \quad d = 384$$

$$c^2 = 384 \times$$

$$62^2 = 3844$$

$$c = 62$$

$$b^2 = 62 \times$$

$$25 \times 25 = 625$$

$$b = 25$$

$$a^2 = 25 \times$$

$$16^2 = 256$$

$$a = 16.$$

(+)

65

Ответ: 16.

№2.

Дано: $AB = BC = AC = a$

Найти: $S_{\text{об.}}$



Пусть стороны треугольников равны a_1, a_2, a_3 и так до ∞ бесконечности

$$\frac{a_1 \sqrt{3}}{6} = \frac{a_2 \sqrt{3}}{3}, \text{ значит } a_2 = \frac{a_1}{2} \quad (a_1 = a), \text{ тогда } a_1 = a, a_2 = \frac{a}{2}, a_3 = \frac{a}{4}$$

$a_4 = \frac{a}{8}$ и так далее.

Площади этих треугольников будут равны соответственно

$$S_1 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; S_2 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{16}; S_3 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{64}; S_4 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{256} \text{ и т.д.}, \text{ тогда общая}$$

площадь соответственно будет равна $S_{\text{об.}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_{\infty}$.

$$S_{\text{об.}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots + \frac{1}{2^{\infty}} \right) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \times 1, (3).$$

$$\text{Ответ: } S_{\text{об.}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \times 1, (3).$$

№3.

$$4 + \frac{\lg^2 x}{\lg^2 y} + \frac{\lg^2 y}{\lg^2 x}$$

ОДЗ?

В данном выражении $\frac{\lg^2 x}{\lg^2 y} + \frac{\lg^2 y}{\lg^2 x}$ всегда будет положительным числом, так как число в квадрате больше или равно 0, а если ноль может подставить только если $\lg^2 x = 0$ и $\lg^2 y = 0$, но это невозможно, так как при $\lg^2 x = 0$ или $\lg^2 y = 0$ будет деление на 0.

$\frac{\lg^2 x}{\lg^2 y} + \frac{\lg^2 y}{\lg^2 x}$ не может быть меньше 2, так как при каком-либо значении $\frac{\lg^2 x}{\lg^2 y}$ выражение $\frac{\lg^2 y}{\lg^2 x}$ будет равно $\frac{1}{\frac{\lg^2 x}{\lg^2 y}}$, а такое выра-

(+)

65



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

№ 3 (продолжение)

меньше имеющее вид $\frac{1}{a^2} + a^2$ всегда больше или равно 2.
Наименьшее значение выражения будет при $\frac{tg^2 x}{tg^2 y} + \frac{tg^2 y}{tg^2 x} = 2$, тогда
 $4 + 2 = 6$ - наименьшее значение выражения.

Ответ: 6.

№ 4.

$$673m - pq = 2019.$$

$$673m - 3 \times 673 = pq$$

$$673(m - 3) = pq$$

673 - простое число.

$m > 3$, так как при $m < 3$ не будет выполняться условие, что m, p, q попарно взаимно простые числа.

Так как все простые числа кроме 2 нечётны, то так как разность двух нечётных чисел это чётное число, значит 673 будет умножаться на чётное число. Тогда получается что или p или q будет чётным числом и будет делиться на 2, что противоречит условию, значит ~~единственный~~ $3 < m \leq 5$.

Единственное простое число, лежащее в этом промежутке это 5, подставим его в уравнение.

$$673 \times 2 = pq$$

$$\begin{cases} p = 673 \\ q = 2 \\ p = 2 \\ q = 673 \end{cases}$$

Ответ: $m = 5, p = 673, q = 2$ или $m = 5, p = 2, q = 673$.

№ 6.

Дано:

$$d = 5 \text{ м}$$

$$a = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$F = ?$

увеличение ширины будет равно отношению ускорений предмета и изображения. $\Gamma = \frac{a}{g} = \frac{f}{d}$ $f = 0,1 \text{ м}$.
Линза рассеивающая, значит изображение так как $\Gamma < 1$, значит изображение предмета будет мнимым.

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$$

$$F = -\frac{1}{\frac{1}{5} + 10} \text{ м}$$

$$F = \frac{1}{9,8} \text{ м} \approx 0,1 \text{ м}$$

Ответ: $F = \frac{1}{9,8} \approx 0,1 \text{ м}$.



Вариант № 4

Дано:

$$L_1 = L_2$$

$$J_1 = 2 J_2$$

$$m_1 = m_2$$

$$\frac{E_1}{E_2} = ?$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

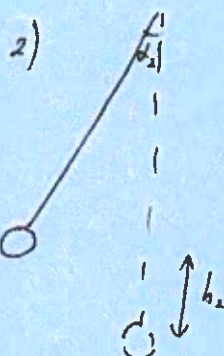
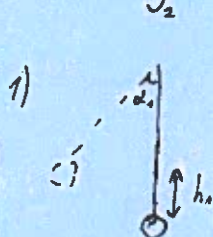
$\Delta T =$

$$J = \frac{\sqrt{g}}{2\pi\sqrt{l}}$$

$$l = \frac{g}{4\pi^2 J^2}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\frac{1}{J_1^2}}{\frac{1}{J_2^2}} = \frac{1}{4}$$

$$l_2 = 4l_1$$



$$h_1 = l_1 - l_1 \sin \alpha_1 = l_1 (1 - \sin \alpha_1)$$

$$h_2 = l_2 - l_2 \sin \alpha_2 = l_2 (1 - \sin \alpha_1)$$

$$E_{\max} = mgh$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_1 g h_1}{m_2 g h_2} = \frac{l_1 (1 - \sin \alpha_1)}{l_2 (1 - \sin \alpha_1)} = \frac{l_1}{4l_1} = \frac{1}{4}$$

Ответ: $\frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{4}$.

~8.

Дано:

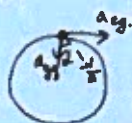
L

R

α

$$a_{\text{норм}} = ?$$

8-?



В момент времени, когда угол α равен 45° тангенциальное ускорение равно центростремительному и равно $a_{\text{норм}} = a_{\text{цстр}} = \frac{a_{\text{норм}}}{\sqrt{2}}$.
на скорость движения тела по окружности влияет только тангенциальное ускорение, так как центростремительное ускорение перпендикулярно скорости.

$$a_{\text{норм}} = \frac{v^2}{R} \quad v = \sqrt{a_{\text{норм}} \cdot R} = \sqrt{\frac{a_{\text{норм}}}{\sqrt{2}}}$$



~ 8 (продолжение).

Пусть через время Δt скорость тела стала равняться

$$v' = \sqrt{\frac{\bar{a} R}{\sqrt{2}}} + \frac{\bar{a}}{\sqrt{2}} \Delta t$$

$$w = \frac{v}{R}$$

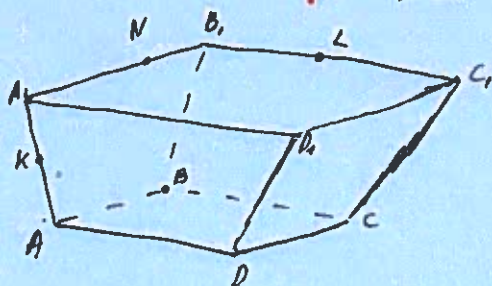
Тогда угловая скорость за время Δt изменилась на

$$\Delta w = \frac{\bar{a} \Delta t}{R \sqrt{2}}$$

$$\epsilon_{\text{угл.}} = \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{\bar{a}}{R \sqrt{2}}$$

Ответ: $\epsilon_{\text{угл.}} = \frac{\bar{a}}{R \sqrt{2}}$

48



K - старт, L - финиш $AK = AK = 2$
 $AA_1 = 4$ $A_1B_1 = 8$; $AB = 4$. $B_1L = 4$.
 $\angle AA_1B_1 = 60^\circ$.

Найти: $\underline{l}$ - ?

Проведем $LN \parallel A_1C_1$, $LN = 4\sqrt{2}$.

Теорема косинусов

$$KN^2 = A_1K^2 + A_1N^2 - 2 A_1K \times A_1N \times \cos \angle AA_1B_1 = 4 + 16 - 8 = 12$$

$$KN = 2\sqrt{3}$$

$$l = KN + LN = 2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$$

Ответ: $\underline{l = 2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})}$.