



Вариант № 1

Дано:

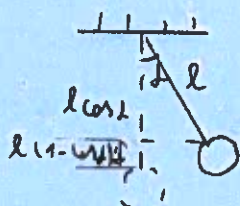
$$m_1 = m_2 = m$$

$$\frac{E_{max1}}{E_{max2}} = 2,25$$

$$J_2 - J_1 = 1 \text{ Гц}$$

$$d_1 = d_2 = d$$

$$l_1 - l_2 = ?$$



N7

$$1.) E_{max1} = m g h_{max1} = m g l_1 (1 - \cos \alpha)$$

$$E_{max2} = m g h_{max2} = m g l_2 (1 - \cos \alpha)$$

$$\frac{E_{max1}}{E_{max2}} = \frac{m g l_1 (1 - \cos \alpha)}{m g l_2 (1 - \cos \alpha)} = \frac{l_1}{l_2} = 2,25 \Rightarrow$$

$$l_1 = 2,25 l_2$$

$$2.) J = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$J_2 - J_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l_2}} - \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l_1}} = \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{l_2}} - \sqrt{\frac{1}{2,25 l_2}} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{l_2}} - \frac{1}{1,5} \sqrt{\frac{1}{l_2}} \right) = \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \cdot \frac{1}{3} \sqrt{\frac{1}{l_2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{g}{l_2}} \cdot \frac{1}{6\pi}$$

$$\sqrt{\frac{g}{l_2}} \cdot \frac{1}{6\pi} = 1$$

$$\sqrt{\frac{g}{l_2}} = 6\pi$$

$$\frac{g}{l_2} = 36\pi^2$$

$$l_2 = \frac{g}{36\pi^2}, \text{ тогда } l_1 = \frac{2,25 \cdot g}{36\pi^2} =$$

$$= \frac{g}{16\pi^2}$$

$$3.) l_1 - l_2 = \frac{g}{16\pi^2} - \frac{g}{36\pi^2} = \frac{36g - 16g}{576\pi^2} =$$

$$= \frac{5g}{144\pi^2}$$

6

Ответ: $l_1 - l_2 = \frac{5g}{144\pi^2}$

N3

$$1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}$$

Пусть $\frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} = t$, тогда

$$f(t) = 1 + t + \frac{1}{t}$$

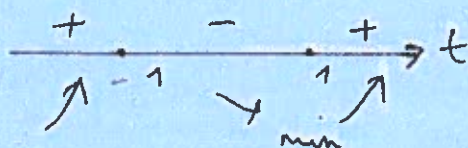
$$f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2}$$

$$1 - \frac{1}{t^2} = 0 \quad t \neq 0$$

$$1 = \frac{1}{t^2}$$

$$t^2 = 1$$

$$t = \pm 1$$



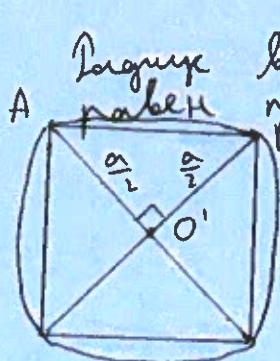
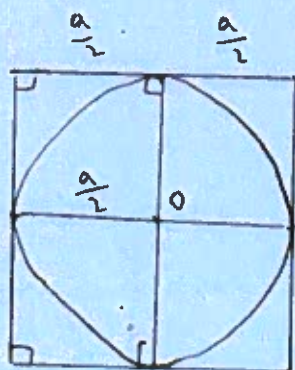
Минимальное значение функции достигается при $t = 1$, тогда

$$1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x} = 1 + 1 + \frac{1}{1} = 3$$

8

Ответ: 3

№ 2



Радиус вписанного в квадрат круга равен половине стороны квадрата. Диаметр вписанного в квадрат круга равен длине стороны квадрата, т.е. радиусу описанной вокруг него окружности, следовательно половина диагонали равна $\frac{a}{\sqrt{2}}$ радиусу описанной вокруг этого квадрата.

окружности или половине стороны квадрата, описанной вокруг этой окружности, т.е. $AB = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Не теряя общности можно утверждать, что сторона каждого квадрата в $\frac{1}{\sqrt{2}}$ меньше стороны предыдущего, т.е. площадь меньше в $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$ раза, тогда сумма всех площадей: $S_{\text{сум}} = a^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4} + \dots = 2a^2$ (бесконечно убывающая геометрическая прогрессия с $q = \frac{1}{2}$).

Ответ: $S_{\text{сум}} = 2a^2$

7



Вариант № 1

N 9

Дано:
 $\lambda = 2\pi r; R;$
 $\frac{\omega}{a} = ?$

1.1 $a = \frac{v^2}{R}$

2.1 $v = \omega r$, откуда $a = \frac{\omega^2 r^2}{R}$ 0

Ответ: $a = \frac{\omega^2 r^2}{R}$

N 1

$[1,7x] \cdot 1,7 = 330$, где $[]$ - целая часть числа

Пусть $[1,7x] = t$

$[t \cdot 1,7] = 330$

Найти возможное целое число t

$\frac{330}{1,7} \approx 194,1...$, значит, единственно возможное

$t = 194$

$[1,7x] = 194$

Найти возможное целое число x

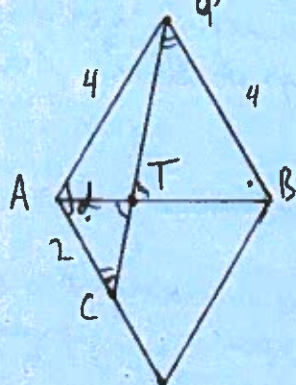
Но $\frac{194}{1,7} \approx 114,1...$, значит, единственно

возможное число $x = 114$ 4

Ответ: $x = 114$

N 5

1) Сделаем развертку октаэдра и воспользуемся для рассмотрения 2 треугольника с точками стартом (A) и финишем (F)



Числа из неравенства о длине кратчайшего пути между двумя точками это прямая линия (CF). Пусть T - точка пересечения пересекающегося ребра.

2) $CF^2 = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos \alpha$, где $\alpha = 120^\circ$

$CF = \sqrt{16 + 4 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

3) Пусть A - вершина при угле α , B - вершина, противоположная A

$\triangle ACT \sim \triangle BFT$ (по 3 углам)

$k = \frac{AC}{BF} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, тогда

Страница 3



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$\frac{CT}{T\varphi} = \frac{1}{2}, \quad T\varphi = 2CT$$

$$C\varphi = CT + T\varphi = 3CT = 2\sqrt{7} \Rightarrow CT = \frac{2\sqrt{7}}{3}, \quad \text{тогда}$$

$$T\varphi = \frac{4\sqrt{7}}{3}$$

4.) Искать из ~~данных~~ условия треугольников

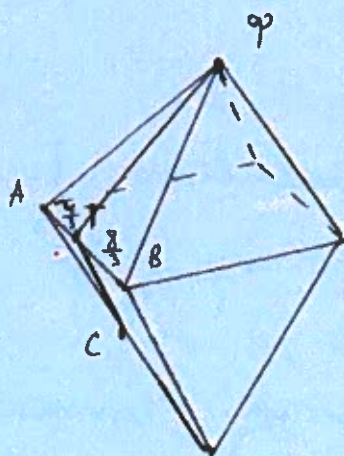
$$\frac{AT}{TB} = \frac{1}{2}, \quad TB = 2AT$$

$$AB = AT + TB = 3AT = 4 \Rightarrow AT = \frac{4}{3}, \quad \text{тогда}$$

$$TB = \frac{8}{3}$$

14

Ответ:



длина наибольшего ребра $C\varphi = 2\sqrt{7}$

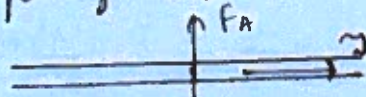
Дано:

$L, m, B,$

R, C

$W_c = ?$

- 1.) Ребра катушки движутся под действием силы тяжести, вследствие чего возникает вращательное движение, а также и магнитный ток. В цепи возникает индукционный ток. Направление на рисунке 1, а на катушку катушки действует сила Ампера (направление на рисунке).

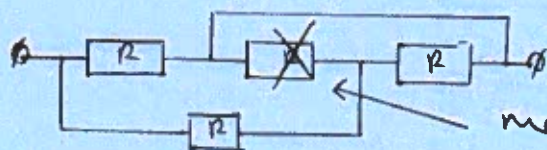


- 2.) $W_c = \frac{C U_c^2}{2}$, где $U_c = U$ (напряжение на участке цепи с резистором).



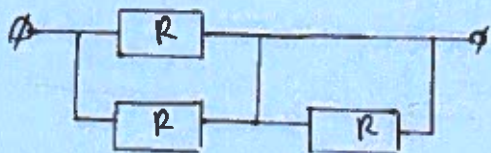
Вариант № 1

3.)



тока на этом резисторе нет

Переключим схему:



$$\frac{1}{R_{\text{экв}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R}$$

$$R_{\text{экв}} = \frac{2R}{3}$$

4.)

$$F_A = mg \quad (\text{по II зак. Ньютона})$$

$$jBL = mg$$

$$j = \frac{mg}{BL}$$

5.) По закону Ома для участка цепи

$$U_c = U = j R_{\text{экв}} = \frac{mg}{BL} \cdot \frac{2R}{3} = \frac{2mgR}{3BL}$$

$$6.) W_c = \frac{C}{2} \left(\frac{2mgR}{3BL} \right)^2 = \frac{C \cdot 4m^2 g^2 R^2}{2 \cdot 9 \cdot B^2 L^2} = \frac{2Cm^2 g^2 R^2}{9B^2 L^2}$$

Ответ: $W_c = \frac{2Cm^2 g^2 R^2}{9B^2 L^2}$

№ 4

m, p, q — целые числа, т.к. иначе они делились бы на 2 и не были бы простыми.

Числа $3m, pq$ — тоже целые, т.к. все множители целы, а перемножением целых чисел нельзя получить четное число.

$3m - pq$ — четное число, так как при вычитании из нечетного числа нечетное получаем число четное.

2019 — нечетное число
получаем противоречие: четное число не-
может равняться нечетному, следовательно
дополнительно решений у данного уравнения нет.

Ответ: решений нет.

3

Страница 5



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Дано:

$$l = 2500 \text{ км}$$

$$h = 310 \text{ км}$$

$$\gamma = 120 \text{ МГц}$$

$$R = 6370 \text{ км}$$

$L_{\text{max}} = ?$

$$1.) \text{ макс.} = \frac{G m M}{(R+h)^2}$$
$$\approx \frac{v^2}{R+h} = \frac{G m M}{(R+h)^2}$$

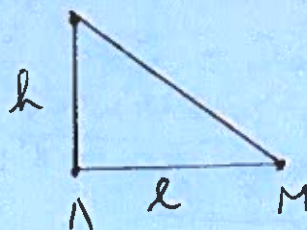
$$v = \sqrt{\frac{G M}{R+h}}$$

$$2.) T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2\pi(R+h)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G M}}$$

$$3.) \gamma = \frac{1}{T_n}$$

$$T_n = \frac{1}{\gamma}$$

4.) схема



0