



Вариант № 4

№1.

- 1) Начнем с числа 384, припишем к нему последнюю цифру так, чтобы это был полный квадрат, т.е. 3844  
( $62 \cdot 62 = 3844$ )
  - 2) Далее извлечем корень  $\sqrt{3844} = 62$
  - 3) Припишем к 62 последнюю цифру т.е. это был полный квадрат ( $25 \cdot 25 = 625$ )  $\rightarrow 625$
  - 4) Извлечем из него корень и получим нужное по условию число  $\sqrt{625} = 25$
  - 5) Проверка:  $25 \rightarrow 25^2 \rightarrow 625 \rightarrow 62 \rightarrow 62^2 \rightarrow 3844 \rightarrow 384$  то же самое
- Ответ: исходное число 25. ⊖ 25

№2.

- 1) Пусть площадь большего треугольника  $S_1$ , а его высота  $h_1$  и так далее до  $S_n$
- 2) Т.к. они все правильные, то они подобны (по двум углам)
- 3) Коэффициент подобия  $k = \frac{r_1}{r_2} =$

$$3.1) r_1 = \frac{S_1}{P_1} = \frac{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}}{\frac{3a}{2}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2}{3a} = \frac{a \sqrt{3}}{6}$$

$$3.2) r_2 = \frac{S_2}{P_2} = \frac{\frac{a_1^2 \sqrt{3}}{4}}{\frac{3a_1}{2}} = \frac{a_1^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2}{3a_1} = \frac{a_1 \sqrt{3}}{6}$$

Т.к. вписанная окружность в площадь  $S_1$  является описанной для  $a$  с площадью  $S_2$ , то по следствию из Т-Синусов.

$$2 r_1 = \frac{a_1}{\sin 60^\circ}; \frac{a \sqrt{3}}{6} \cdot 2 = \frac{a_1}{\sqrt{3}}; a_1 = \frac{a}{2}$$

$$3.3) \frac{a \sqrt{3}}{6} : \frac{a \sqrt{3}}{6} = 2, \text{ то } \frac{S_1}{S_2} = 2^2 = 4, \text{ то } \frac{S_2}{S_3} = 4; \dots \frac{S_{n-1}}{S_n} = 4$$

$$4) S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{n-1} + S_n = S_1 + \frac{S_1}{4} + \frac{S_1}{16} + \dots + \frac{S_1}{4^{n-1}} =$$

$$= S_1 \left( 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{4^{n-1}} \right) = S_1 \cdot \frac{4}{3} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{3}$$

сумма n членов убывающей геом. прогрессии.

$$S' = \frac{b_1}{1-q}; S' = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = 1 : \frac{3}{4} = \frac{4}{3}$$

Ответ:  $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{3}$ . ⊕ 75



н3.

Наим. зн.  $4 + \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\operatorname{tg}^2 y} + \frac{\operatorname{tg}^2 y}{\operatorname{tg}^2 x}$  (1)

ОДЗ.

$$1) \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\operatorname{tg}^2 y} = t, t > 0, \text{ то } \frac{\operatorname{tg}^2 y}{\operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{t},$$

по неравенству Найми  $t + \frac{1}{t} \geq 2\sqrt{t \cdot \frac{1}{t}} = 2$ ,  
что достигается  $\Leftrightarrow t = \frac{1}{t} = 1$ ,

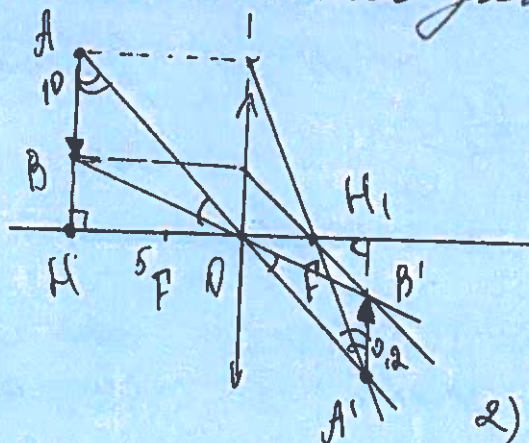
то наименьшее значение (1) равно 6,

$$2) \text{ при } x = \frac{\pi}{3}; y = \frac{4\pi}{3} \text{ (напрямую).}$$

$$4 + \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3}}{\operatorname{tg}^2 \frac{4\pi}{3}} + \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{4\pi}{3}}{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3}} = 4 + \frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{3})^2} + \frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{3})^2} = 6.$$

Ответ: наименьшее значение 6, при  $x = \frac{\pi}{3}; y = \frac{4\pi}{3}$ .

н6.



Решение.

1) Возьмем момент времени

с  $t = 0$  то

$$AB = S_1 = \frac{gt^2}{2}$$

$$A_1B_1 = S_2 = \frac{gt^2}{2} \left\{ \begin{array}{l} S_1 = \frac{g}{2} - \text{не} \\ S_2 = \frac{g}{2} - \text{зависит} \end{array} \right.$$

от времени.

2)  $\triangle AOB \sim \triangle A_1OB_1$  (по 2-м углам),

то высоты проведенные к 'сходствен

ным сторонам относятся как пропорциональ

$$\text{но добл, т.е. } \frac{OH}{OH_1} = \frac{AB}{A_1B_1}; \frac{5}{0,2} = \frac{10}{0,2}; OH_1 = \frac{5 \cdot 0,2}{10} =$$

$$3) \text{ По ф-ле толкой линзы } \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0,01.$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{OH} + \frac{1}{OH_1}; F = \frac{OH \cdot OH_1}{OH + OH_1}; F = \frac{5 \cdot 0,1}{5,1} = \frac{5}{51} \text{ (м).}$$

Ответ:  $F = \frac{5}{51} \text{ (м).}$

(+)

56



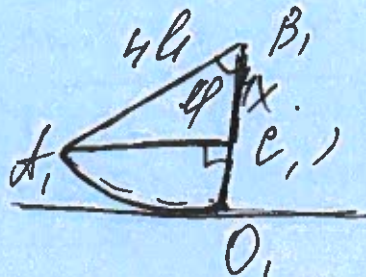
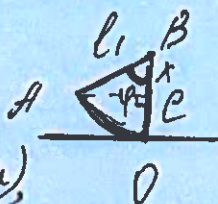
Вариант № 4

№ 7.

$$1) \frac{D_1}{D_2} = 2 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow l_2 = 4l_1$$

2) Т.к. угловые амплитуды равны, т.е. максимальные углы отклонения равны.

3)  $\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$   
(по 2-м углам)



по  $\frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{BC}{B_1 C_1} = \frac{1}{4}$

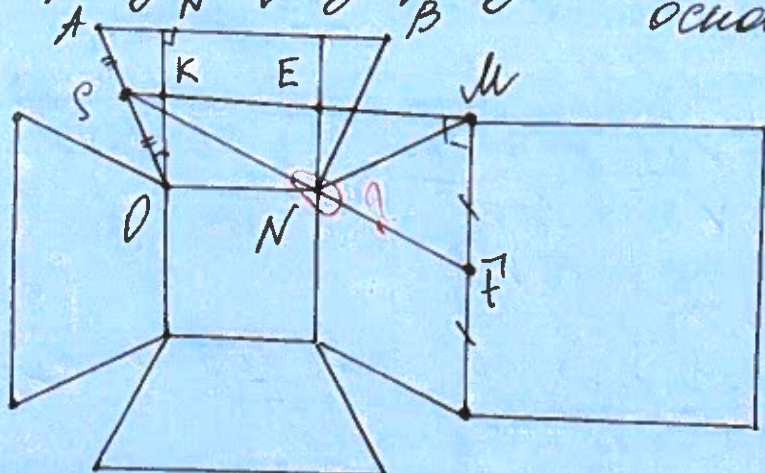
3)  $OC = l_1 - x$ ;  $O_1 C_1 = 4l_1 - 4x = 4(l_1 - x)$

4) Если взять  $(l_1; 0)$ -ую точку уравнения потенциальной энергии, то полная энергия в момент времени, соответствующий максимальному углу  $\varphi$  будет равна потенциальной энергии с начала отсчета в точке  $O$  или  $O_1$ .

по  $\frac{E_{пот1}}{E_{пот2}} = \frac{mgh_1}{mgh_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{OC}{O_1 C_1} = \frac{l_1 - x}{4(l_1 - x)} = \frac{1}{4}$

Ответ: их полные механические энергии отличаются в 4 раза?

I. Нарисуйте развертку наклонной поверхности.



Для продолжения используйте обратную сторону листа.

Дано:  
правильная  
усеченная  
пирамида  
все боковые ребра и  
стороны основания  
равны 4.

стороны больш. осей  
равны 8  
острые углы граней  
равны 60°

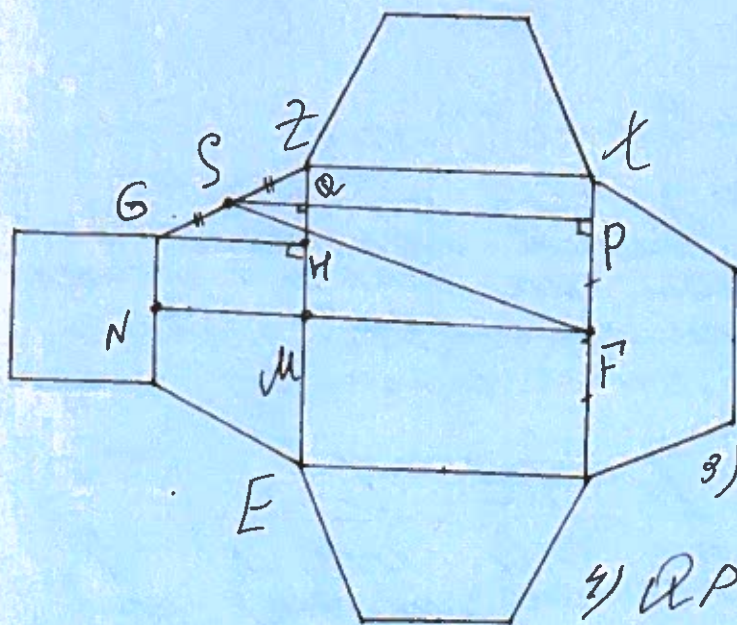
Найти:  $\rho(S; F)$

Страница 3



Решение.

- 1)  $SP = \sqrt{MP^2 + SM^2}$   
 $SM = SK + KE + EM = 1 + 4 + 2\sqrt{3} = 5 + 2\sqrt{3}$ ;  $MP = \frac{1}{2}AB = 4$ .
  - 2)  $SK = \frac{1}{2}PO = 1$ .  
 Т.к.  $\angle ANO, \angle AON = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$  (катет, лежащий против угла в  $30^\circ$  равен  $\frac{1}{2}$  гипотенузы).
  - 3)  $KE = ON = 4$  (т.к.  $KEON$  - параллелограмм (по определению)).
  - 4)  $EM = ON = \sqrt{AO^2 - AN^2}$ ;  $EM = \sqrt{4^2 - (\frac{AB-ON}{2})^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ .
  - 5)  $SP = \sqrt{(5+2\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 25 + 20\sqrt{3}} = \sqrt{53 + 20\sqrt{3}}$ .
- II. Нарисуем развертку на верхнее основание.



- Решение.
- 1)  $SP = \sqrt{SQ^2 + PQ^2}$ .
  - 2)  $PQ = MQ$  (т.к.  $PFMQ$  - параллелограмм),  
 $PQ = MQ = ZQ$   
 $ZQ = \frac{1}{2}SZ$  (как катет, лежащий против угла в  $30^\circ$ ),  
 т.к.  $ZQ = 1$ .
  - 3)  $MZ = \frac{1}{2}EZ = 4$ ,  
 т.к.  $MQ = 4 - 1 = 3$ .
  - 4)  $QPRX$  - параллелограмм (по определению),  
 т.к.  $ZX = QP = 4$ .

5)  $\angle SQZ, \angle Q = 90^\circ$ .

$SQ = \sqrt{SZ^2 - ZQ^2}$ ;  $PQ = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ .

6)  $SP = SQ + QP = 4 + \sqrt{3}$ .

7)  $SP = \sqrt{(4+\sqrt{3})^2 + 8^2} = \sqrt{9 + 64 + 3 + 16\sqrt{3}} = \sqrt{76 + 16\sqrt{3}}$ .

Теперь  $\sqrt{53 + 20\sqrt{3}} < \sqrt{76 + 16\sqrt{3}}$   
 $53 + 20\sqrt{3} < 76 + 16\sqrt{3}$

т.к.  $\sqrt{3} < 2$ , то  $53 + 20\sqrt{3} < 103$

то  $76 + 16\sqrt{3} < 108$ , то т.к.  $103 < 108$ ,

значит,  $\sqrt{53 + 20\sqrt{3}} < \sqrt{76 + 16\sqrt{3}}$

то  $SP_{\text{иск}} = \sqrt{53 + 20\sqrt{3}}$ .

Ответ:  $SP(S; F) = \sqrt{53 + 20\sqrt{3}}$  (по развертке на нижнее основание).



Вариант № 4  
н 4.

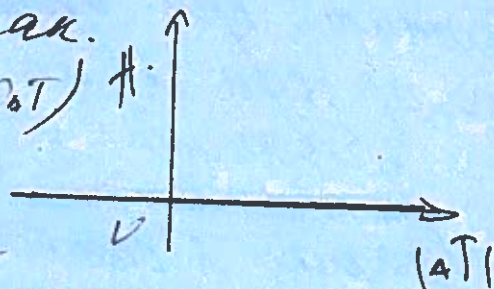
$$673m - p9 = 2019$$

- 1) Т.к.  $2019:3$ , то  $(673m - p9):3$ , чтобы разность делилась на 3, то необходимо, чтобы либо уменьшаемое и вычитаемое делилось на 3, либо они давали одинаковые остатки от деления на 3.

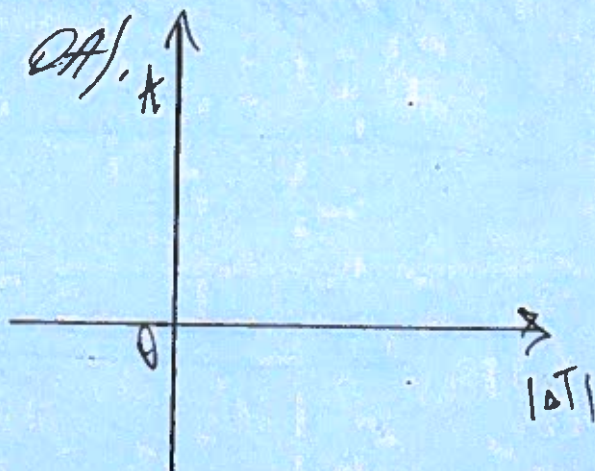
⊖ 25

н 9.

- 1) При изохорном процессе работа газа равна 0, то график выглядит так.  
!(прямая, совпадающая с осью  $p \rightarrow T$ )



- 2) При изотермическом процессе  $\Delta T = 0$ , то график выглядит так.  
!(прямая, совпадающая с осью  $p \rightarrow A$ )



- 3) При адиабатическом процессе

$Q = 0$ , т.е.  $|A| = |Q|$ !

~~$A = Q$~~

$|A| = \left| \int p dV \right|$  (для азота).

$|A| = \left| \frac{3}{2} \int p dV \right|$  (для аргона),

Т.к.  $|A| = \frac{5}{2} \nu R \Delta T$

$|A| = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$

т.е.  $\frac{5}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$ , что невозможно

~~Схема будет как~~



Т.к. для Азота  $\gamma = \frac{5}{2}$   $\gamma = \frac{5}{2}$   $\gamma = \frac{5}{2}$

для Аргона  $\gamma = \frac{5}{2}$   $\gamma = \frac{5}{2}$   $\gamma = \frac{5}{2}$

то так  $\frac{5}{2} > \frac{3}{2}$ , то угол наклона  $\gamma$   
адиабаты азота к  $\Delta T$  будет больше, чем  
угол наклона адиабаты аргона.

4) При изобарном процессе  $A = p \Delta V = p(V_2 - V_1) =$   
 $= pV_2 - pV_1 = \nu R T_2 - \nu R T_1 = \nu R \Delta T$ , т.к.

$\nu R < \frac{3}{2} \nu R < \frac{5}{2} \nu R$ , то график

изобарного процесса будет наклонен к  $\Delta T$  меньше  
всего.

Значит, при изобарном процессе зависимость  
и аргона и азота соответствует  
графику 3. 115

Графику 2 соответствует адиабата аргона  
Графику 1 соответствует адиабата азота.

