



Вариант № 2

N1 $K_3^2 = 129a$, т.к. $K_3 \in \mathbb{N} \Rightarrow a = 6$

$K_3 = 3\sqrt{6} \Rightarrow K_2^2 = 36b$, т.к. $K_2 \in \mathbb{N} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow K_2 = 18$

$K_1^2 = 19c$, т.к. $K_1 \in \mathbb{N} \Rightarrow c = 6 \Rightarrow K_1 = 14$ Ответ.

Кружок более
четкое объяснение

5

N2 Радиус вписанной окружности $\frac{a\sqrt{3}}{6}$, но в то же время это радиус
описанной для внутреннего треугольника $\frac{a_1\sqrt{3}}{6} = \frac{a_2\sqrt{3}}{6} \Rightarrow$ стороны вписанного
треугольника удваиваются 6 раз. Тогда радиусы вписанных окружностей
образуют геометрическую прогрессию $\frac{a\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{4} \frac{a\sqrt{3}}{6}, \dots$

Тогда $S = \pi \sum_{n=0}^{\infty} R_n^2 = \pi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^2}{12} \frac{1}{4^n} = \frac{\pi a^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n}$ (формула суммы убывающей прогрессии) =
 $= \frac{\pi a^2}{12} \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\pi a^2}{12} \cdot \frac{4}{3} = \frac{\pi a^2}{9}$ Ответ.

7

N3 $2 + \frac{\sin^2 x}{\sin^4 y} + \frac{\sin^2 y}{\sin^4 x} = 2 + \frac{\sin^4 x + \sin^4 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{(\sin^2 x + \sin^2 y)^2}{\sin^2 x \sin^2 y} = \left(\frac{\sin x}{\sin y} + \frac{\sin y}{\sin x} \right)^2 =$
 $= \left(t + \frac{1}{t} \right)^2 \geq 2^2 = 4$ Ответ.

нет примера

7

N4 $3m + pq = 2019$

$3(673 - m) = pq$ т.к. p, q - простые, а левая часть делится на 3, то при
выборе $p = 3, q = 3, p = q = 3$. Таблица ниже скачала последние.

$3(673 - m) = 9$

$673 - m = 3$

$m = 676$ - не простое, не подходит.

Случай $p = 3$

$673 - m = 3q$

$m + 3q = 673$. Подбор частного решения $m_0 = 670, q_0 = 1$. $\text{НОД}(3, 3) = 3$

$\Rightarrow m = 670 - 3n$, $n \in \mathbb{N}$ (т.к. $p, q > 0$) $n \leq 223$

$q = 1 + n$

$n \geq 1$ и n - нечетные - не подходят, иначе q делится на 2.

$n = 1 \Rightarrow q = 2, m = 667 = 23 \cdot 29$ - не простое

$n \geq 1$ и n - четные - не подходят, иначе m делится на 2.

однако само 2 - простое. $670 - 3n = 2 \Rightarrow 3n = 668$ - не целого n .

Решений нет. Так как уравнение при $q = 3$ выглядит аналогично,
то и там решений нет $\Rightarrow$ Ответ: решений нет.

Страница 1



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$673 - m = q$$

$$m + q = 673 \quad m_0 = 1 \quad q_0 = 672$$

$$m = 1 - n$$

$$q = 672 + n, \quad n \in (-\infty; 0], \quad \text{т.к. } m, q \geq 0$$

$$672 + n > 0 \quad | \quad n > -1 \text{ и четное не подходит, иначе } m \text{ делится на } 2.$$

$$n > -672 \quad | \quad n = -2 \quad m = 2 \quad q = 674$$

$$n > -672 \quad | \quad n > -1 \text{ и четное не подходит, иначе } q \text{ делится на } 2. \text{ Но само } 2 - \text{ простое } 672 + n = 2 \Rightarrow n = -670 \Rightarrow m = 672$$

Проверяем 672 на кратность, для $n \in \mathbb{Z} \quad \sqrt{672} < 26$

$$672 = 64 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \Rightarrow \text{применяем теорему о делении. Случай с } q = 3 \text{ аналогичен} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ ответ: решенный лист.

12

N7 Давление возникает из-за трения. $P = \frac{F}{S}$ $R = F \sin \alpha - F_{\text{тр}} = mg - Kx$
 $\Rightarrow P = \frac{mg - Kx}{S} = \frac{mgx - Kx^2}{Sx} = \frac{mgx - Kx^2}{\sqrt{x}}$ (x - смещение, S - площадь основания).

Тогда в состоянии 1: $P_1 V_1 = mgx_1 - Kx_1^2$, 2: $P_2 V_2 = mgx_2 - Kx_2^2$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{x_1}^{x_2} \frac{mgx - Kx^2}{Sx} dV = \left| dV = S dx \right| = \int_{x_1}^{x_2} (mg - Kx) dx = mg(x_2 - x_1) - K \frac{(x_2^2 - x_1^2)}{2}$$

По закону сохранения энергии $\frac{Kx^2}{2} + mgx = 0$

Тогда $A = 2mgx$; $P_2 V_2 - P_1 V_1 = mgx - Kx^2 = 3mgx$ (7)

откуда $A = \frac{2}{3}(3mgx) = \frac{2}{3}(P_2 V_2 - P_1 V_1)$ Ответ.

N10 Сопротивление одной ветви = nR

Всех ветвей $= n = \frac{nR}{m} = \frac{9n}{m}$ (т.к. одинаковые элементы)

$$P = \frac{I^2}{n+R} \quad I = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}^2 n + R}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\mathcal{E}^2}{n+R} = \frac{\mathcal{E}^2}{\frac{9n}{m} + 16}$$

$P = \frac{\mathcal{E}^2}{\frac{3600}{m^2} + 16}$ P будет максимально, если $\frac{3600}{m^2}$ минимально. Так как

m и n - натуральные, $\frac{3600}{m^2} = k$; $m^2 = \frac{3600}{k}$ и 400 не содержит троек, а 3600 содержит, ищем среди $k=3, 9, \dots$ Минимальное подходящее $k=9 \Rightarrow m^2=400 \Rightarrow m=20$ и $n=20$

Ответ: $m=n=20$

8