



Привести к общему знаменателю Вариант № 2

$$\textcircled{3} \frac{2\sin^2 x + \sin^2 y + \sin^4 x + \sin^4 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} = \frac{(\sin^2 x + \sin^2 y)^2}{\sin^2 x \sin^2 y} = \left(\frac{\sin^2 x + \sin^2 y}{\sin x \cdot \sin y} \right)^2$$

Док-во нер-ва Коши

$$a > 0$$

$$b > 0$$

$$\frac{a^2 + b^2}{a \cdot b} \geq 2$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$(a-b)^2 \geq 0 \sim \text{всегда верно}$$

н.т.у.

min значение

$$\text{при min } \left| \frac{\sin^2 x + \sin^2 y}{\sin x \cdot \sin y} \right|$$

Стр. значение

$\sin(x)$ и $\sin(-x)$
 $\sin(y)$ и $\sin(-y)$ одинаковы

рассмотрим

$$\sin x > 0$$

$$\sin y > 0$$

Тогда надо искать

$$\min \left(\frac{\sin^2 x + \sin^2 y}{\sin x \cdot \sin y} \right)$$

сделаем замену

$$\sin x = a, a \in (0; 1]$$

$$\text{Тогда пусть } \sin y = b, b \in (0; 1]$$

$$\min \left(\frac{a^2 + b^2}{a \cdot b} \right)$$

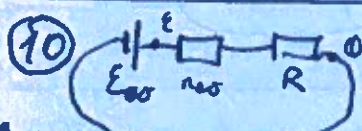
нер-во

$$\frac{a^2 + b^2}{a \cdot b} \geq 2 \quad \leftarrow \text{Коши}$$

равенство достигается при

$$a = b$$

нет
применяем минимальное значение
минимальное значение
исходного
выражения $2^2 = 4$
равно 2
Ответ: 4 5



$$P = \frac{E^2 R_0}{(R + R_0)^2}$$

$$m, n = 10$$

$$P = E^2 \frac{R^2 \cdot 16}{(16 + 0.1n)^2}$$

$$= E^2 \frac{(mn)^2 \cdot 16}{(16m + 9n)^2}$$

$$= \frac{(E \cdot 400 \cdot \frac{1}{4})^2}{(16m + 9n)^2}$$

минимальное
const

Решения

$$R = 16 \text{ Ом}$$

$$n = 0.01$$

Найти $P = P_{\max}$ надо чтобы $(16m + 9n)$ было
минимальным

$$S(m) = 16m + 9 \frac{400}{m} = \frac{16m^2 + 3600}{m}$$

$$= 16 \frac{m^2 + 225}{m}$$

$$S'(m) = 16 \frac{2m^2 - m^2 - 450}{m^2} = \left(\frac{4}{m} \right)^2 (m - 15)(m - 45)$$

используем

$$m > 0$$



минимальное значение

при $m = 15$

$$\text{но при } m = 15, n \neq 2 \Rightarrow$$

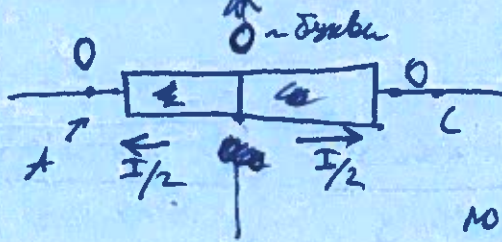
$$\boxed{m = 16, n = 25}$$

Ответ: при $n = 25, m = 16$



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

9



- потенциал на концах стержня равен нулю, т.к. ^{объем} стержня не заземлен?
- Токи из 0 в x и из 0 в c, созданные по принципу падения электронов, равны по абсолютной величине

$$\begin{cases} I_{oc} = I_0 + \\ I_{oc} + I_0 + = I \end{cases}$$

↑
ток сохранения энергии

$$\Rightarrow I_{oc} = \frac{I}{2}$$

l - длина всего стержня

Ответ: $\frac{IR}{4}$

$$I_{oc} \cdot R_{oc} = (\varphi_0 - \varphi_c)$$

$$R_{oc} = \frac{\rho l}{S}$$

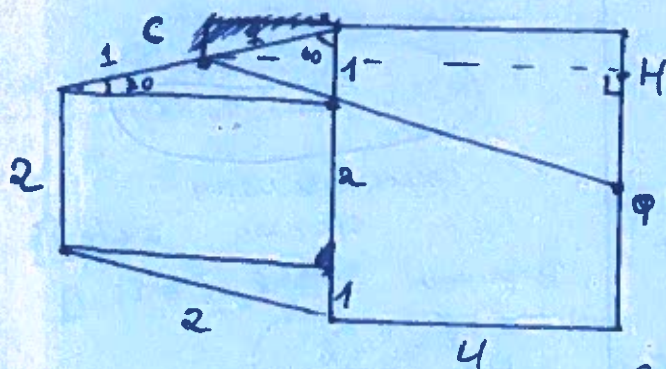
$$R = \frac{\rho l}{S}$$

$$\Rightarrow I_{oc} \cdot \frac{R}{2} = \Delta \varphi$$

$$\Delta \varphi = \frac{IR}{4}$$

7

5 Разборки



Нам нужно найти расстояние между C и P - это прямая CP

$$CP = \sqrt{CH^2 + HP^2}$$

$$CH = 4 + 1 \cdot \sin 60 = 4 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

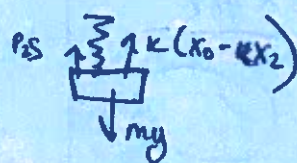
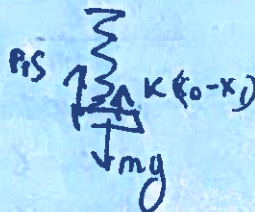
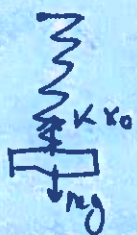
$$HP = 2 - 1 \cdot \cos 60 = \frac{3}{2}$$

$$CP = \sqrt{16 + \frac{3}{4} + 4\sqrt{3} + \frac{9}{4}} = \sqrt{19 + 4\sqrt{3}}$$

Ответ: $\sqrt{19 + 4\sqrt{3}}$

Решение 15б

7



S - площадь основания и поршня

x1 - высота при объеме V1

x2 - высота при объеме V2

$$\begin{cases} V_1 = Sx_1 \\ V_2 = Sx_2 \end{cases}$$

(1)

ЗСД: для равновесия

$$A = \frac{Kx_1^2}{2} - \frac{Kx_2^2}{2}$$

(2)

ЗЗН для поршня

$$\begin{cases} m_0 g = Kx_0 \\ m_1 g = Kx_0 - Kx_1 + P_1 S \\ m_2 g = Kx_0 - Kx_2 + P_2 S \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 S = Kx_1 \\ P_2 S = Kx_2 \end{cases}$$

(3)



процесс 7-ой

$$\left. \begin{aligned} P_1 V_1 &= K x_1^2 \\ P_2 V_2 &= K x_2^2 \end{aligned} \right\} ?$$

$$A = \frac{1}{2} (K x_2^2 - K x_1^2)$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

3

Ответ: $\frac{1}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$

4) $2019 = 3 \cdot 673$

673 - простое число

исходное ур-е: $3m + pq = 3 \cdot 673$

$$m + \frac{pq}{3} = 673$$

т.к. m, p, q простые числа, то
либо p либо q равны минимальному
значению 3

$p=3$

$$m + 3q = 673$$

$$673 \equiv 1 \pmod{3}, \text{ т.е. } 673 \text{ при делении на } 3 \text{ дает остаток } 1$$

$$3q \equiv 0 \pmod{3}, \text{ т.е. } 3q \text{ всегда при делении на } 3 \text{ дает остаток } 0$$

т.е. это простое число, к-ое при делении на 3 должно давать остаток 2

итого

$$\begin{cases} p=3 \\ q=3 \end{cases}$$

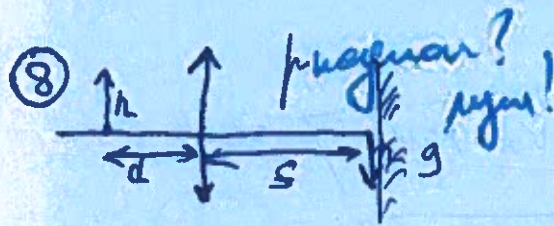
$$m \equiv 2 \pmod{3}$$

$p, q, m \in \text{простые числа}$

после проверки
лучше
легко получить
ответ

1)

нет обоснованного
решения



Вариант № 2

Решаем систему из 4-х уравнений

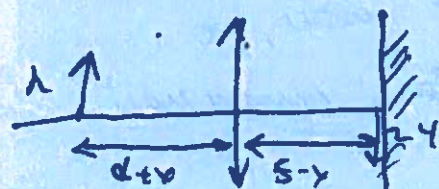
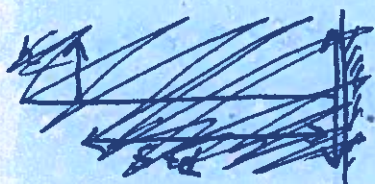
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{d} = \frac{1}{d+x} + \frac{1}{s-x}$$

$$s = d \cdot \frac{g}{h}$$

$$x = \frac{h \cdot s - 4d}{4 + h}$$

$$\Gamma_1 = \frac{g}{h} = \frac{s}{d} \quad (1)$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{s} + \frac{1}{d} \quad (2)$$



$$\Gamma_2 = \frac{g}{h} = \frac{s-x}{d+x} \quad (3)$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d+x} + \frac{1}{s-x} \quad (4)$$

$$\frac{1 \cdot h}{g} + \frac{1}{d} = \frac{d + d \cdot \frac{g}{h}}{d + \frac{g \cdot d - 4d}{4 + h}} \left(1 + \frac{h}{g}\right)$$

$$\frac{h}{g} + 1 = \left(\frac{1}{1 + \frac{g}{4+h}} \right) \left(1 + \frac{h}{g}\right)$$

$$\frac{h}{g} + 1 = \frac{(h+4)^2}{(h+g) \cdot 4}$$

$$\frac{(h+4)}{g} = \frac{(h+4)^2}{4(h+g)}$$

$$4(h+g)^2 = g(h+4)^2$$

$$(2(h+g))^2 = (3(h+4))^2$$

$$2(h+g) = 3(h+4)$$

$$2h + 18 = 3h + 12$$

$$\boxed{h=6} \leftarrow \text{размеры в см}$$

Ответ: ~~12~~ 6 см

10 ✓



Вариант № 2

- ② Найдите радиус окр., вписанной в $\triangle ABC$ со стороной a

$$S = \frac{3a}{2} r$$

$$S = \frac{1}{2} a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{3a}{2} r = \frac{1}{2} a^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{r = \frac{a}{2\sqrt{3}}}$$

Найдите связь между радиусом описанной окружности $\triangle ABC$ и вписанной в эту окр. $\triangle ABC$

$$\sqrt{3} \frac{a}{2\sqrt{3}} = b$$

$\boxed{b = a/2} \Rightarrow$ каждый следующий $\triangle$ имеет сторону в 2 раза меньше чем предыдущий
+ радиус каждой след. окр. в 2 раза меньше предыдущей

$$\boxed{n \rightarrow \infty}$$

$$S_{\text{окр}} = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \dots + \pi r_n^2 = \frac{\pi}{4 \cdot 3} (a^2 + a^2/4 + a^2/16 + \dots)$$

$$= \frac{\pi a^2}{12} \frac{1 - (1/4)^{\infty}}{1/4 - 1} = \frac{\pi a^2}{12} \frac{1}{-3/4} = \frac{\pi a^2 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 3} = \boxed{\frac{\pi a^2}{9}}$$

7

Ответ: $\frac{\pi a^2}{9}$

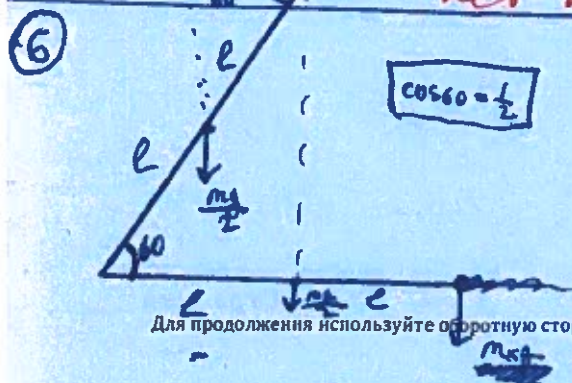
- ① 1206 - квадрат натурального числа $\Rightarrow K=6$, т.к. $1206 = 36^2$

361 - квадрат натурального числа $\Rightarrow n=1$, т.к. $361 = 19^2$

196 - квадрат натурального числа $\Rightarrow l=6$, т.к. $196 = 14^2 \Rightarrow$ Ответ: 14

исходное число

несколько



правило моментов от 0

$$\frac{mg}{2} l \cdot \frac{1}{2} = \frac{mg}{2} \cdot 0 + m_x g l$$

$$\frac{mg l}{4} = m_x g l \Rightarrow \boxed{m_x = \frac{m}{4}}$$

Ответ: $m/4$

Страница 5