



Вариант № 4

№1

a - начальное число
 a^2 - науч. числ.
 a^4 - 2-е науч. числ.
 a^8 - 3-е науч. числ.
 $a^8 = 384 \times$

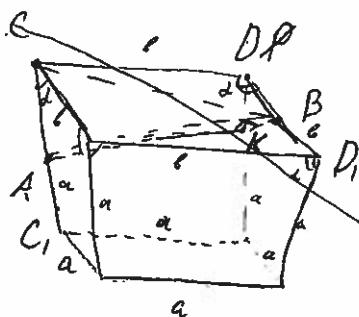
$\sqrt{a^8} = 62$, т.к. $62^2 = 3844$ и 62^2 - единств. число
удовл. условию ($62^2 = 384 \times$),
 $\Rightarrow a^4 = 62 \times$

$\sqrt{a^4} = 25$, т.к. $25^2 = 625$, а 625 - единственное
число, первые 2 цифры которого 62, а
третье - целое число $\Rightarrow a^2 = 25 \times$

$$\sqrt{a^2} = a = 16$$

35

Ответ: 16



№5

Дано:
 $a = 4$; $b = 8$
 $CA = AC_1$
 $DB = BD_1$
 $\angle C = 60^\circ$

Найти $AK + KB$

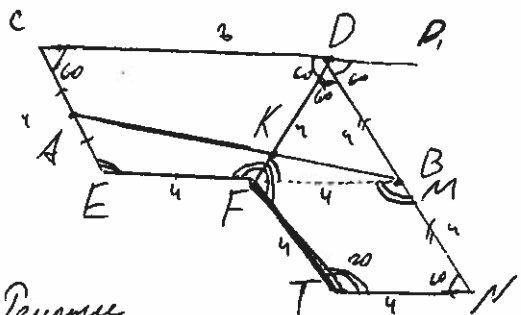
AK и KB - ортормут из A и B ,
 AK и KB - проекции AB на (CAD) и (DKB)
 $AK + KB$ - минимальная при $\angle AKB = 90^\circ$

$$DB = \frac{b}{2} = 4$$

$$CD = b = 8$$

По теореме Пифагора, в прямоугол. $\triangle CDB$, $CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

№5



Дано
 $\angle C = \angle CDF = \angle FDN = \angle DNT = 60^\circ$
 $\angle CEF = \angle EFD = \angle DFT = \angle FTN = 120^\circ$
 $AG \perp EA$ $CD = DN = 8$
 $DB = BN$ $AE = DF = NT = FT = FE = 4$

Найти AB

85

Решение

Проведем $EM \parallel EF$, $EM \cap DN = M$

$\angle PDB = 60^\circ$. Т.к. прямые AE и DM параллельны, т.к. $\angle PDB$ и DCE равны при сс. CE

т.к. $CD \parallel EF$ и $CE \parallel DM$, то $CDME$ - параллелограмм, $\angle DMF = 60^\circ$.

$\angle FMN = 180 - \angle DBF = 120^\circ$, $\angle TFM = 360 - 120 - 120 - 60 = 60^\circ \Rightarrow FTNM$ - параллелограмм

$FB = TN = 4$. Т.к. FDM - равносторонний треугольник, $FPB = 4$, то точки B и M совпадают.

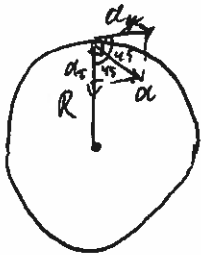
Страница 1



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

По теореме косинусов, в $\triangle AEB$, $AB = \sqrt{EA^2 + EB^2 - 2 \cos \angle AEB \cdot EA \cdot EB} =$
 $= \sqrt{4 + (4+4)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8} = \sqrt{4 + 64 + 16} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$

Ответ: $2\sqrt{21}$



$\alpha = \alpha_4 \cdot \cos 45^\circ = \alpha_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \alpha_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\alpha_4}{\sqrt{2}}$
 $\sqrt{2} \alpha = \alpha_4$
 $\alpha_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} \alpha$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2} \alpha$

$E = mgh$

$\lambda_2 = 2\lambda_1$

$r_2 = 2r_1 \Rightarrow h_2 = 2h_1$

$E_2 = mgh_2$

$E_1 = mgh_1$

$\frac{E_2}{E_1} = 2$

Ответ: 2

$673m - pq = 2019$

$pq = 673m - 2019$

$pq = 673(m-3)$

Произведение двух простых чисел равно произведению двух других простых чисел, только если эти пары содержат одни и те же числа.

673 - простое число, $\Rightarrow p = 673$ или $q = 673$
 $q = m-3$ $p = m-3$

Пусть p - простое число

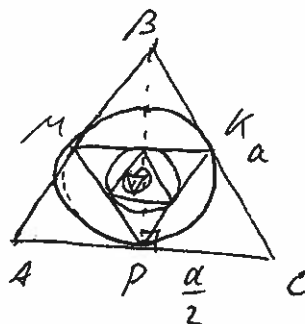
$|p_1 - p_2| = 3$ - возможно только при $p_1 = 5, p_2 = 2$

$\Rightarrow p = 673$, или $q = 673$,
 $q = 2$ $p = 2$
 $m = 5$ $m = 5$



Вариант № 4

ABE - правильный
треугольник



МКР вписан в окружность ABE

Т.к. МК - медиана линии ABE,

КР - медиана линии ABE

МР - медиана линии ABE

то MKP - правильный,

$$S_{MKP} = \frac{1}{4} S_{ABC}$$

$$S_3 = S_1 + \frac{1}{4} S_2 + \frac{1}{16} S_1 + \frac{1}{64} S_1 + \frac{1}{256} S_1 + \dots = S_1 \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots \right)$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot PC \cdot BP = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots = \frac{1}{(1-\frac{1}{4})} = \frac{1}{(1-\frac{1}{4})} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

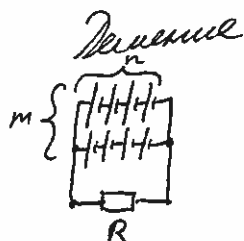
$$S_3 = S_1 \cdot \frac{4}{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} a^2$$

40.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3} a^2$

110

Дано:
 $m, n \leq 100$
 $R = 20 \Omega$
 $r_0 = 10 \Omega$
 $\mathcal{E}_0$
Найти n и m



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

$$\mathcal{E} = n \mathcal{E}_0$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{nr_0} \cdot m$$

$$r = \frac{nr_0}{m}$$

$$I = \frac{n \mathcal{E}_0}{R + \frac{nr_0}{m}} = \frac{n \mathcal{E}_0}{\frac{mR + nr_0}{m}} = \frac{nm \mathcal{E}_0}{mR + nr_0} = \frac{100 \mathcal{E}_0}{2m + n}$$

$$I = \frac{\text{const}}{2m + n}$$

$I \uparrow$ при $(2m+n) \downarrow \Rightarrow I_{\text{макс}}$ при миним $2m+n$

Ответ: при $m=5, n=20$
или $m=10, n=10$,
сила тока будет
наибольшей.

m	1	2	4	5	10	20	25	50	100
n	100	50	25	20	10	5	4	2	1
2m+n	102	54	33	30	30	45	54	102	201

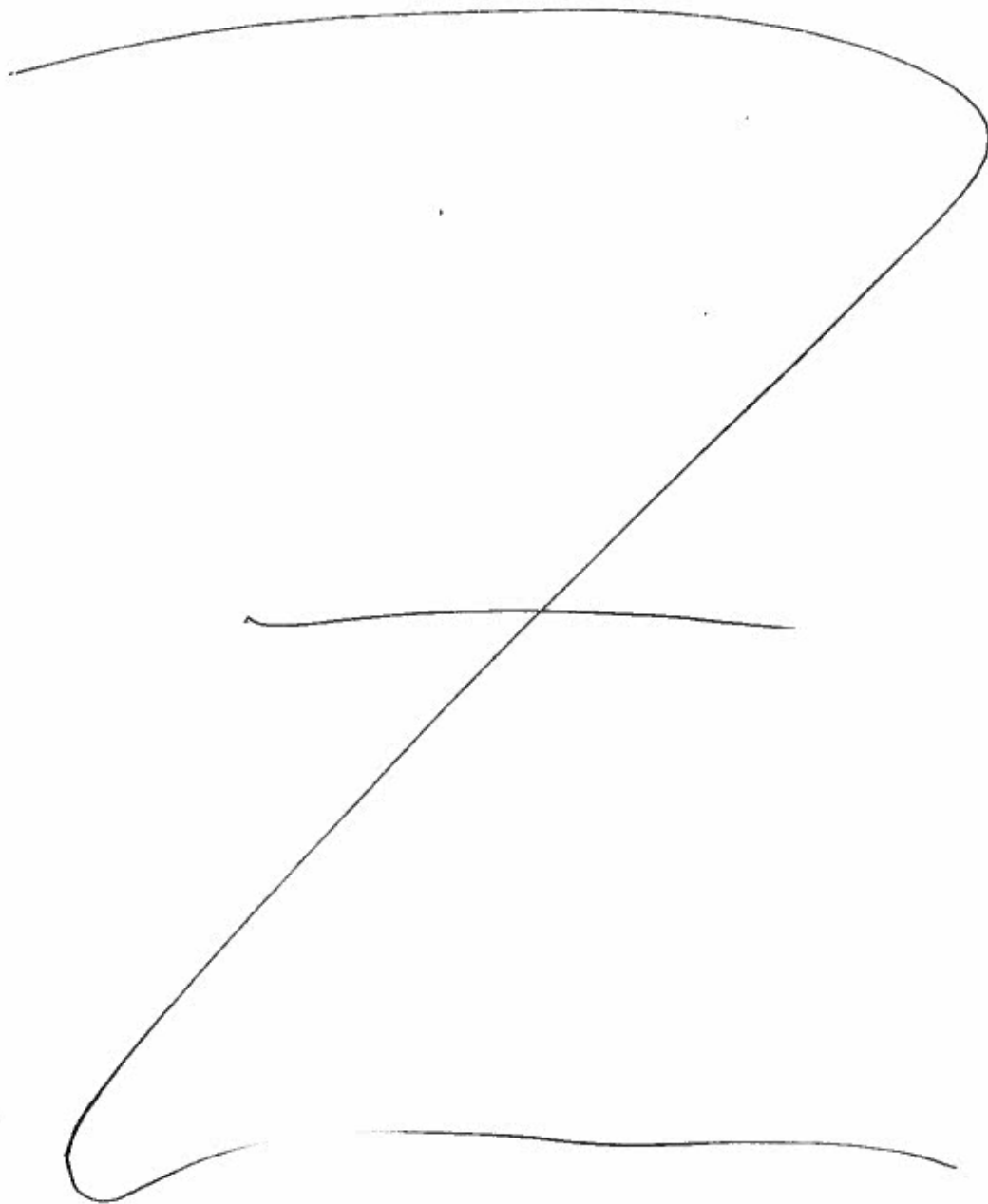
155



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ



Вариант № _____





Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

