



Вариант № 2

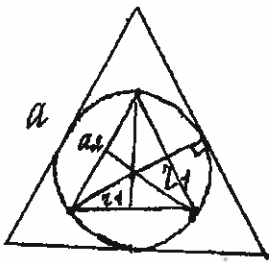
№1. Прошедши, как изменяется исконое число (с конца):

$$\begin{aligned} 1) 129[6] &= 36^2 \\ 2) 36[1] &= 19^2 \\ 3) 19[6] &= 14^2 \end{aligned}$$

отсюда получаем, что исконое число: 14

ответ: 14

№2.



$$r_1 = \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ (для правильного треугольника)}$$

$$r_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{a_2\sqrt{3}}{2} = \frac{a_2\sqrt{3}}{3} \text{ (т.к. } r_1 = \frac{2}{3} \text{ медианы и высоты правильного } \Delta \text{ со стороной } a_2 \text{)}$$

отсюда получаем, что  $a_2 = \frac{a}{2}$

$$\begin{aligned} r_2 &= \frac{2}{3} \cdot \frac{a_3\sqrt{3}}{2} = \frac{a_3\sqrt{3}}{3} \\ r_2 &= \frac{a_2\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{12} \end{aligned} \Rightarrow a_3 = \frac{a}{4}$$

Мы выявили закономерность: сторона каждого последующего  $\Delta$  меньше стороны предыдущего в 2 раза.

$$S_1 = \pi \cdot r_1^2 = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot 31}{6 \cdot 82} = \frac{\pi a^2}{12}$$

$$S_2 = \pi r_2^2 = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot 31}{12 \cdot 24} = \frac{\pi a^2}{12 \cdot 4}$$

$$S_3 = \pi r_3^2 = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot 31}{24 \cdot 24 \cdot 8} = \frac{\pi a^2}{12 \cdot 16 \cdot 4^2}$$

$$S_4 = \pi r_4^2 = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot 31}{48 \cdot 48 \cdot 16} = \frac{\pi a^2}{12 \cdot 4^3}$$

⋮

$$\Rightarrow \text{Сумма} = \frac{\pi a^2}{12} \left( \frac{1}{4^n} + \frac{1}{4^{n-1}} + \dots + \frac{1}{4} + 1 \right)$$

(n+1) членов

$$S_n = \frac{b_1(1-q^{n+1})}{1-q} =$$

$$= \frac{1}{4^n} \frac{(1-4^{n+1})}{1-4} = \frac{4^{n+1}-1}{3 \cdot 4^n}$$

Итого: сумма =  $\frac{\pi a^2}{12} \cdot \left( \frac{4^{n+1}-1}{3 \cdot 4^n} \right) =$

$$= \frac{\pi \cdot a^2 \cdot 4 \cdot 4^n}{3 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 4^n} = \frac{\pi a^2}{9}$$

ответ:  $\frac{\pi a^2}{9}$

$4^{n+1} = 4^\infty$  - бесконечно большое число  
 $4^n = 4^{\infty-1}$  - бесконечно большое число



попробуем  $F(t) = 2 + \frac{1}{t} + t = \frac{t^2 + 2t + 1}{1}$

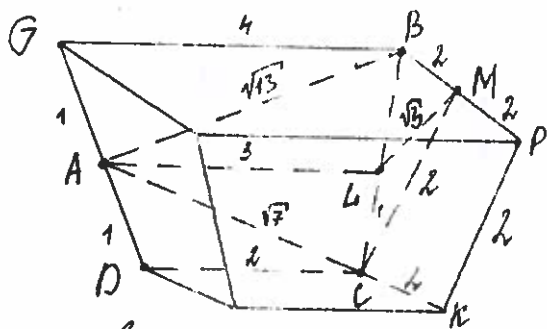
$$F'(t) = \frac{(2t+2) \cdot t - 1(t^2+2t+1)}{t^2} = \frac{t^2-1}{t^2} \cdot \frac{(t-1)(t+1)}{t^2} = 0$$



$\Rightarrow$  тогда  $F(t)$  — константа

минимальное значение дроби  $\frac{\sin^2 y}{\sin^2 x} = 1 \Rightarrow \sin^2 y = \sin^2 x$ , откуда  
минимальное значение выражения  $2 + \frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} + \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x} = 2 + 1 + 1 = 4$   
ответ: 4

15.



сравним возможные пути:

$$\sqrt{ABM} = 2 + \sqrt{13} \in [5; 6]$$

$$^v A_{LM} = 3 + \sqrt{3} \in [4, 5]$$

$$\therefore ACM = 2 + \sqrt{7} \in [4, 5]$$

$$v_{ADCM} = 5$$

$$\begin{array}{l} 3 + \sqrt{3} < 2 + \sqrt{7} \\ \sqrt{3} < \sqrt{7} \\ 3 < 7 \end{array}$$

$ALM < ACM \Rightarrow ALM = 3 + \sqrt{3}$  - кратчайшее расстояние.

• продаваемое ребро:  $8 \text{ см}$

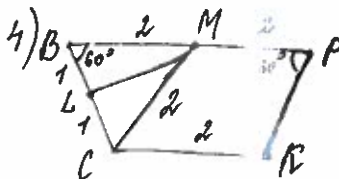
• точка пересечения с осью  $OL$ , при этом  $OL = CL = 1$   
( $AL$  - средняя линия трапеции  $CDGB$ )

Умбум:  $ALM = 3 + \sqrt{3}$ ,  $\mu$  по РС; марка L ( $BL = LC$ )

1) G   $AB = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{58}}{2} = \sqrt{13}$

2)  $AC = \sqrt{7}$  (аналогично)

$$3) AL = \frac{GPB \cdot NL}{2} = 3$$



- СМРК-парамет.

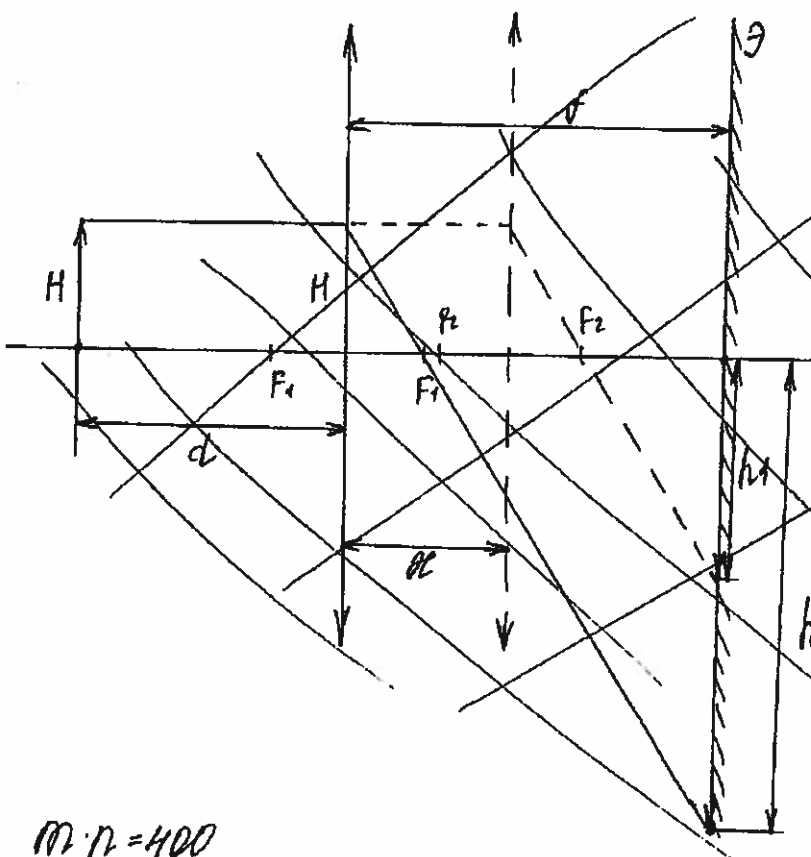
$$\therefore PM = CM = PL = L \Rightarrow$$

$\Rightarrow \Delta$  ВМС-равновесие  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow LM = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$



Вариант № 2



Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d+H} + \frac{1}{f-H}$$

$$F_1 = F_2 = F$$

$$\Gamma = \frac{h_2}{H}$$

$$\Gamma = \frac{h_1}{H}$$

$$\Gamma = \frac{f-F}{F}$$

$$\Gamma = \frac{f-H-F}{F}$$

линейное  
увеличение

N10.  $m \cdot n = 400$

На одной линии последовательно:

$$\varepsilon_n = n \cdot \varepsilon$$

$$\gamma_n = n \cdot \gamma$$

Во всей цепи:

$$\varepsilon_{m,n} = \varepsilon_n = n \cdot \varepsilon$$

$$\frac{1}{\gamma_{m,n}} = \frac{1}{\gamma_n} + \frac{1}{\gamma_n} + \dots + \frac{1}{\gamma_n} = \frac{m}{\gamma_n} = \frac{m}{n \cdot \gamma} \Rightarrow \gamma_{m,n} = \frac{n \cdot \gamma}{m}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon_{m,n} &= n \cdot \varepsilon \\ \gamma_{m,n} &= \frac{n \cdot \gamma}{m} \end{aligned}}$$

$$Y_{\text{общ}} = \frac{\varepsilon_{m,n}}{\gamma_{m,n} + R} \quad (\text{закон Ома для полной цепи})$$

$$P = Y \cdot U = Y \cdot Y \cdot R = Y^2 R = Y_{\text{общ}}^2 R$$

$$P = \left( \frac{n \cdot \varepsilon}{\frac{n \cdot \gamma}{m} + R} \right)^2 \cdot R$$

$$P = \left( \frac{n \cdot \varepsilon \cdot m}{n \cdot \gamma + m \cdot R} \right)^2 \cdot R$$

$$\Rightarrow P = \left( \frac{400 \cdot \varepsilon \cdot m}{m \left( \frac{400 \cdot \gamma}{m} + m \cdot R \right)} \right)^2 \cdot R$$

$$m \cdot n = 400$$

$$m \cdot n = 400 \Rightarrow n = \frac{400}{m}$$

$$P = \left( \frac{400 \cdot \varepsilon \cdot m}{400 \cdot \gamma + m^2 \cdot R} \right)^2 \cdot R ; \varepsilon, R, \gamma = \text{const} \Rightarrow \text{возьмем производную } P'(m)$$

$$P' = \left( \frac{160.000 \cdot \varepsilon^2 \cdot m^2 \cdot R}{400 \cdot \gamma + m^2 \cdot R} \right)' = \frac{320.000 \cdot \varepsilon^2 \cdot R \cdot m (400 \cdot \gamma + m^2 \cdot R) - 2Rm (160.000 \cdot \varepsilon^2 \cdot m^2 \cdot R)}{(400 \cdot \gamma + m^2 \cdot R)^2} =$$



Олимпиада школьников «Гранит науки»  
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$= \frac{2 R \cdot m (160.000 \cdot \epsilon^2 (400 \cdot z + m^2 R) - 160.000 \cdot \epsilon^2 m^2 R)}{(400 \cdot z + m^2 R)^2} =$$

$$= \frac{320.000 \cdot R \cdot m \cdot \epsilon^2 (400 z + m^2 R - m^2 R)}{(400 \cdot z + m^2 R)^2} = \frac{400 \cdot 320.000 \cdot R \cdot z \cdot m \cdot \epsilon^2}{(400 z + m^2 R)^2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow R \cdot z \cdot m \cdot \epsilon^2 \neq 0$  Анализируя функцию, становится понятно:

- числитель монотонно возрастает с увеличением  $m$
- знаменатель монотонно убывает с увеличением  $m$ .

Однако скорость возрастания знаменателя значительно больше скорости возрастания числителя  $\Rightarrow$  единственное значение  $m$ , при котором функция будет максимумом:  $m=1, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$$\Rightarrow R=400$$

ответ:  $m=1; R=400$

№9.



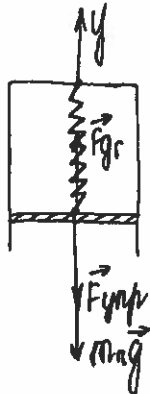
Рассмотрим стержень как систему из 2-х последовательно соединенных резисторов:

$$\Delta \varphi_{01} = U_{01} = \frac{U_{01 \text{ макс}}}{2} \quad (\text{т.к. } O - \text{центр стержня}) \quad \boxed{U = \frac{U_{01 \text{ макс}}}{2} - \text{з. ОЦА}} \quad (\text{на стержне})$$

$$U_{01} = \frac{U \cdot R}{2} \quad (\text{так как участок размыкания - обрыв тока в цепи,}$$

т.к., по усл., концентрация электронов на единице площади и длины стержня постоянна).

№7.



1) II-ой з. Нютона:  $\vec{F}_{gr} + \vec{F}_{upr} + m \vec{g} = 0$

На ОЦ:  $F_{gr1} = F_{upr1} + m_1 g$  или  $F_{gr2} = F_{upr2} + m_2 g$

$$F_{gr2} = F_{upr2} + (F_{gr1} - F_{upr1}) \Leftrightarrow \boxed{\Delta F_{gr} = \Delta F_{upr}}$$

2) Из ЗСЭ:  $A_{газа} = \Delta E_{пр} = \frac{k}{2} (\Delta l_2 - \Delta l_1^2) =$

$$= \frac{k}{2} \cdot (\Delta l_2 + \Delta l_1) \cdot \frac{(P_2 - P_1) \cdot S}{k}$$

$$= \frac{(P_2 - P_1) \cdot S}{2} (\Delta l_1 + \Delta l_2) = \frac{(P_2 - P_1) \cdot S \cdot (V_2 - V_1)}{2 \cdot S}$$

$$= \frac{(P_2 - P_1) \cdot (V_2 - V_1)}{2}$$

$$\Delta P \cdot S = k \cdot (\Delta l_2 - \Delta l_1)$$

$$(\Delta l_2 - \Delta l_1) = \frac{\Delta P \cdot S}{k}$$

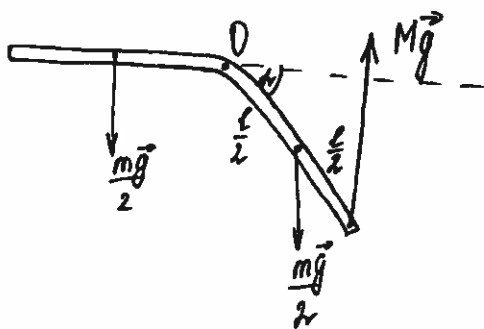
$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{V_2 - V_1}{S}$$

ответ:  $\frac{(P_2 - P_1) (V_2 - V_1)}{2}$



Вариант № 2

№6.



ответ:  $M = \frac{m}{4}$

«Длины груза > плеча падающей  
шм. тяжести (отпущенной падающей)  
в 4 раза, тогда, согласно правилу  
моментов относительно (:) O:

$$\frac{mg}{2} \cdot \frac{l}{2} = Mg \cdot l \Rightarrow Mg = \frac{mg}{4}$$

$$M = \frac{m}{4}$$



**Олимпиада школьников «Гранит науки»**  
**БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ**

