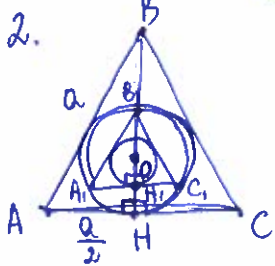




Вариант № 4

1. 384 - квадрат натурального числа
 $62^2 = 3844$ - единственный вариант, т.к. $63^2 = 3969$, а $61^2 = 3721 < 384$
 $\Rightarrow$ квадрат предшлущего числа равен 62 -
 $25^2 = 625$ - единственный верный вариант, т.к. $26^2 = 676 > 625$, а $24^2 = 576 < 625 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ квадрат предшлущего числа равен 25 -
 $16^2 = 256$ - единственный верный вариант, т.к. $15^2 = 225 < 254$, а $17^2 = 289 > 254$
 $\Rightarrow$ искомое число равно 16 +
 Ответ: 16



$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{BO}{OH} = \frac{2}{1} \text{ т.к. } \triangle ABC \text{ - равносторонний} \Rightarrow \text{радиус впис. окружности}$$

$$r = \frac{1}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\triangle A_1B_1C_1 \text{ - равносторонний} \Rightarrow \frac{B_1O}{OH_1} = \frac{2}{1} \Rightarrow r_1 = \frac{1}{3}h_1$$

$$h_1 = r + r_1 \Rightarrow r_1 = \frac{1}{3}r + \frac{1}{3}r$$

$$\frac{2}{3}r_1 = \frac{1}{3}r$$

$$2r_1 = r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = 3r_1 = \frac{3}{2}r = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}h$$

$$= \frac{1}{2}h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} a_1 \cdot h_1$$

$\triangle ABH \sim \triangle A_1B_1H_1$ (учу)

~~$\triangle ABO$ - прямоугольный, $\angle A_1H_1 = 60^\circ \Rightarrow \angle A_1B_1H_1 = 30^\circ \Rightarrow 2A_1H_1 = A_1B_1 = x$~~

$$\frac{B_1H_1}{B_1H} = \frac{AB_1}{AB} = \frac{1}{2}$$

~~по т. Пифагора: $x^2 - \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = h_1^2$~~

$$\frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}a \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$$

$$\frac{3\pi}{4} = \frac{a^2}{36}$$

$$\pi^2 = \frac{4 \cdot a^2}{3 \cdot 36} = \frac{a^2}{18}$$

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{16}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{площади треугольни-}$$

ков соотнот диаметр профес-
 сию с $q = \frac{1}{4}$

$$\frac{3\pi^2}{12} = \frac{a^2}{12}$$

$$\pi = a$$



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

сумма $S_{\infty} = \left(b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \right) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \left(\left(\frac{1}{4} \right)^{\infty} - 1 \right) \Rightarrow \frac{a^2 \sqrt{3} \cdot (-1)}{4 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right)} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{3}$

Ответ: $\frac{a^2 \sqrt{3}}{3}$

3. $4 + \frac{\lg^2 x}{\lg^2 y} + \frac{\lg^2 y}{\lg^2 x} = y$

Замени: $\frac{\lg x}{\lg y} = a$

$y = 4 + a^2 + \frac{1}{a^2}$

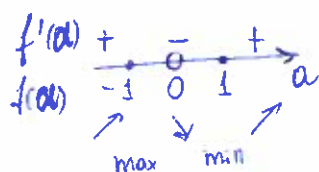
$y' = 2a - \frac{2}{a^3} = 0 \quad | \times a^3, a^3 \neq 0, a \neq 0$

$2a^4 - 2 = 0$

$a^4 - 1 = 0$

$a^4 = 1$

$a = \pm 1$



$f(1) = f_{\min} = 4 + 1 + \frac{1}{1^2} = 6$

Ответ: $f_{\min} = 6$

4. $673m - pq = 2019 \quad | : 673$

$m - \frac{pq}{673} = 3$

$m = 3 + \frac{pq}{673} \Rightarrow m \geq 4$, т.к. m, p, q — натуральные и простые $\Rightarrow m_{\min} = 5$, тогда

$\frac{pq}{673} = 2$

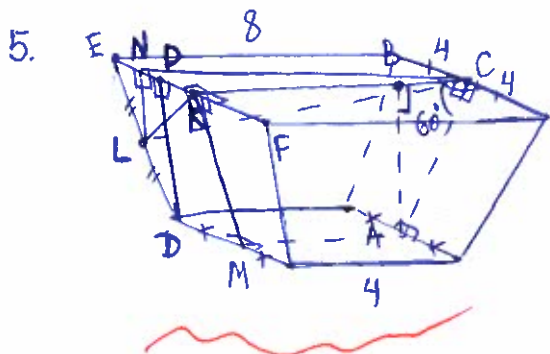
673 — простое число $\Rightarrow p = 673$ и $q = 2$ или $p = 2$ и $q = 673$

Больше не существует простых чисел, разница между которыми равна 3

Ответ: $m = 5, p = 673, q = 2$ или $m = 5, p = 2, q = 673$



Вариант № 4



$$1) \triangle ABC: \begin{cases} \angle CBA = 90^\circ \\ \angle BCA = 60^\circ \\ \angle BAC = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow BC = AC$$

$$BC = \frac{KC - MK}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$AC = 4$$

$$2) DP \parallel MK, PD = MK$$

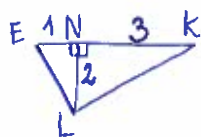
$$3) \triangle LNE \sim \triangle LPD: \begin{cases} \angle NEL - \text{общий} \\ \angle ENL = \angle EPD \\ \frac{EL}{ED} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{EN}{NP} = \frac{LN}{PD} = \frac{1}{2}$$

$$4 = PD = MK = AC \text{ т.к.}$$

угор. пирамида правильная

$$LN = \frac{1}{2} PD = 2$$

$$EN = NP = \frac{1}{2} ED = \frac{1}{4} EK = \frac{1}{8} EF = 1$$

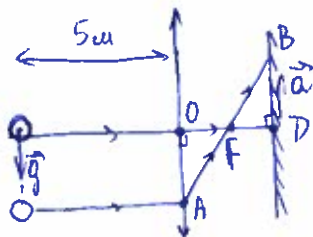


$$LK = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$CK = 8$$

$\Rightarrow$ кратчайший путь из точки L в C = $8 + \sqrt{13}$

6)



$$1) \text{ За } t=1 \text{ с. } \begin{cases} \text{тело пройдет } 10 \text{ м} \\ \text{а ускорение } 0,2 \text{ м} \end{cases} \Rightarrow \frac{OA}{BD} = \frac{10}{0,2} = 50$$

$$2) \triangle OFA \sim \triangle FBD \text{ т.к. } \begin{cases} \angle FOA = \angle FDB = 90^\circ \\ \angle OFA = \angle BFD - \text{вертикал} \end{cases} \Rightarrow \frac{OF}{FD} = \frac{OA}{BD} = 50$$

$$OF = 50FD$$

3) Уравнение для точек соприкосновения

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$$

$$d = OF + FD = 50FD \quad F + 0,02F = 1,02F$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{5} + \frac{1}{1,02F}$$

$$F = \frac{5,1F}{1,02F + 5}$$



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$1,02F + 5 = 5,1$$

$$1,02F = 0,1$$

$$F \approx 0,091 \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } F = 0,091 \text{ м}$$

3

$$7. \quad v_1 = 2v_2 \Rightarrow T_1 = \frac{1}{2}T_2$$

$$\begin{aligned} T_1 &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} \\ T_2 &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} \end{aligned} \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} = \pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} \Rightarrow \frac{4}{k_1} = k_2 \Rightarrow k_1 = 4k_2$$

то 23. Нычма

$$mg = F_{\text{упр}}$$

$$mg = k_1 n_1 \quad \text{и} \quad mg = k_2 n_2$$

$$k_1 n_1 = k_2 n_2$$

$$4k_2 n_1 = k_2 n_2$$

$$4n_1 = n_2$$

$$E_1 = \frac{k_1 n_1^2}{2}$$

$$E_2 = \frac{k_2 n_2^2}{2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1 n_1^2}{k_2 n_2^2} = \frac{4k_2 \cdot n_1^2}{16k_2 \cdot n_1^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Ответ: } \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{4}$$

1

$$10. \quad \mathcal{E} = I(R+r)$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \Rightarrow I_{\text{норм}}, \text{ когда } r_{\text{норм.}}$$

$r_{\text{норм.}}$, когда все ~~ты~~ источников тока подключено паралл.

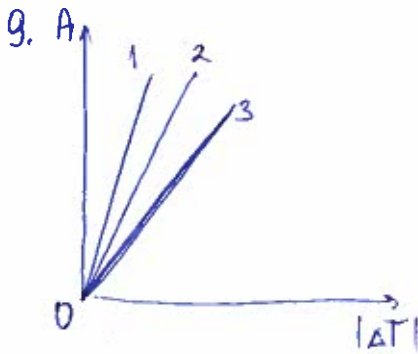
$$\text{т.е. } r = \frac{r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_{100}}{r_1 + r_2 + \dots + r_{100}} = \frac{1}{100} \text{ Ом}$$

$$\Rightarrow m = 100, n = 1$$

1

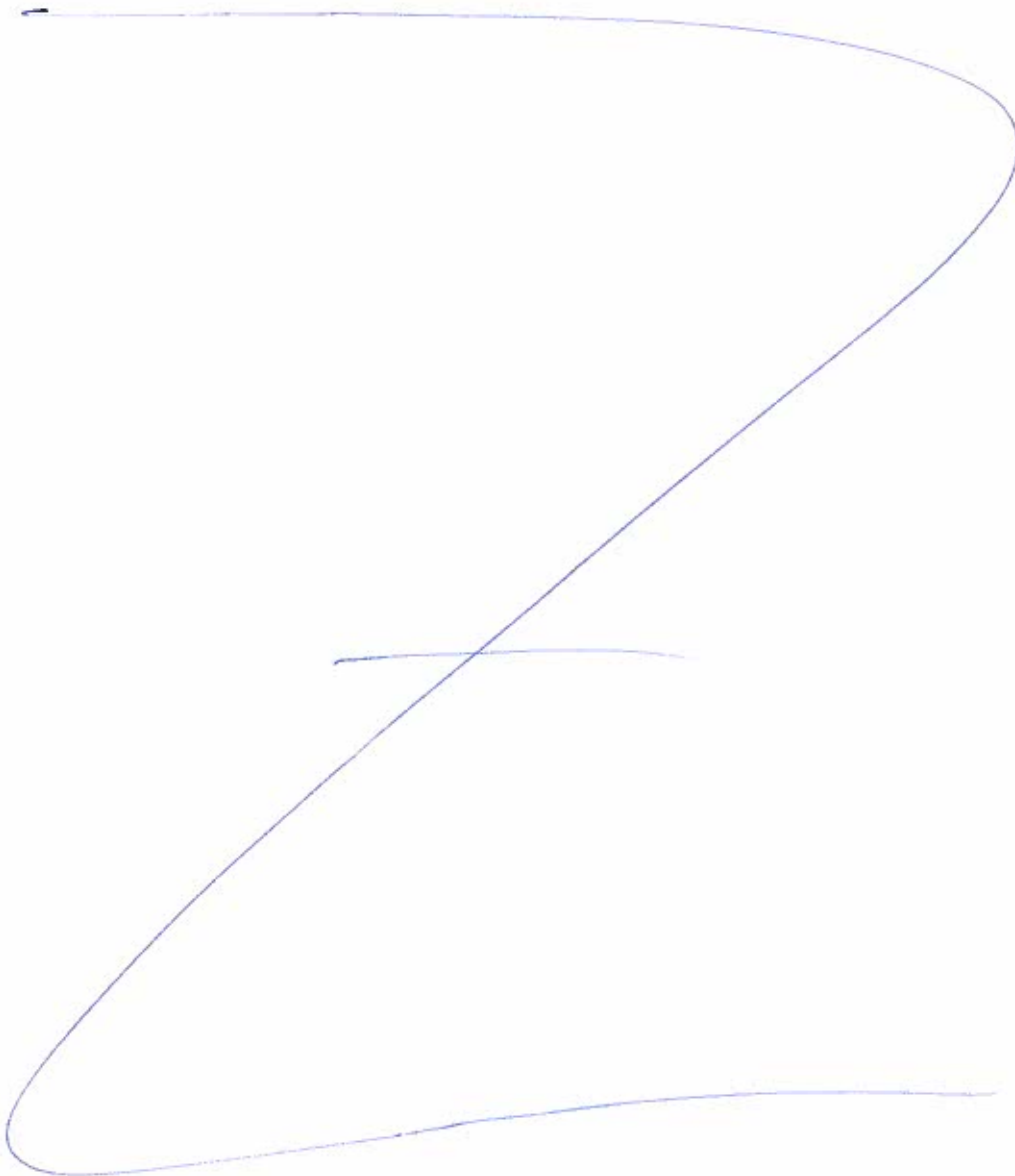


Вариант № 4



Изотерма на графике будет выглядеть как
прямая, параллельная оси OA , ^{т.к. $ΔT$ не изменяется} а шохра
будет выглядеть как прямая, ^{совпадающая} параллельная
осью $OΔT$, т.к. во время шохерного процесса $A=0$

4





Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

