

Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

1. $x \in \mathbb{N}$

$$x \cdot 1,7 = y$$

$$[y] \cdot 1,7 = z$$

$$[z] = 330$$

Найти: $x = ?$

Решение:

$329,5$	$330,0$
$329,6$	$330,1$
$329,7$	$330,2$
$329,8$	$330,3$
$329,9$	$330,4$

$$\text{т.к. } [y] \cdot 1,7 = z \Rightarrow z : 1,7.$$

~~Или так~~

$$\begin{array}{r} 329 \text{ а } | 17 \\ 17 \\ \hline 159 \\ 153 \\ \hline 6 \text{ а (дажно делится нацело на } 17) \\ 68 \\ \hline 0 \end{array}$$

След-но, $a = 8$. Значит z до округления было $329,8$.

$$z = 329,8.$$

$$[y] = \frac{329,8}{1,7} = 194$$

$193,8$	$194,0$
$193,7$	$194,1$
$193,6$	$194,2$
$193,5$	$194,3$
$193,4$	$194,4$

Нам нужно выбрать такое число, чтобы оно делилось на $1,7$ нацело.

$$\begin{array}{r} 193 \text{ б } | 17 \\ 17 \\ \hline 23 \\ 17 \\ \hline 6 \text{ б (66 : 17)} \\ 68 \\ \hline 0 \end{array}$$

След-но, $b = 8$. Значит y до округления $193,8$.

$$x = \frac{193,8}{1,7} = 114.$$

Ответ. 114.

Вариант № 1

2. Дано:

квадрат со стороной a . вписан круг, в него круг и т.д.

Найти: $\sum S_{кв}$?

Решение:

$$S_{кв1} = a^2$$

сторона квадрата $a = x$.

$x^2 + x^2 = 4R^2$, R - вписанная окр. в квадрат. 1.

$$R = \frac{a}{2}$$

$$2x^2 = a^2 \Rightarrow S_{кв2} = \frac{a^2}{2}$$

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$S_{кв3} = \frac{a^2}{4}$$

Площадь последующего квадрата уменьшается от предыдущего в 2 раза (методом)

$$\sum S_{кв} = a^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4} + \dots$$

Заметим, что мы получили убывающую геометрическую прогрессию

$$\sum S_{кв} = \frac{a^2}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{a^2}{\frac{1}{2}} = 2a^2$$

$$\sum S = \frac{a^2}{\frac{1}{2}} = 2a^2$$

Ответ: $2a^2$.

$$3. 1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}$$

Найти наименьшее значение;

Решение: $1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x} = 1 + \log_y^2 x + \log_x^2 y = f(x, y)$

Обс.: $x > 0$
 $y > 0$
 $\ln^2 y \neq 0$
 $\ln^2 x \neq 0$

$x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$
 $y \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$

Найдем производную $f(x, y)$

$f(x, y) = \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}$ - сложителные взаимнообратные числа

В1.

21ЕН-2403-029

Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

А сумма взаимнообратных чисел ≥ 2 .

значит наименьшим значением будет 3.

Ответ: 3.

4. $3m - pq = 2019$

m, p, q - положительные простые числа.

Найти: все решения уравнения.

Решение:

$$3m - pq = 2019$$

$$2019 : 3$$

вынесем за скобки это число (3)

$$3\left(m - \frac{pq}{3}\right) = 2019 \quad m - \frac{pq}{3} = 673$$

~~Выводим~~ числа p и q простые, а $\frac{pq}{3}$ - целое число значит.

$$p = 3 \text{ или } q = 3$$

$$1) p = 3$$

$$m = 673 + q$$

Простое число (исключая 2) нечетное.
нечет + нечет = чет

Нет решений.

Ответ: нет решений.

5. Дано: $ABDEF$ - октаэдр.

Δ - равносторонний.

$$a = 4$$

Старт на средних ребра

Финиш на вершине

Найти: пути по поверхности

Решение: 1) Проведем высоту, медиану, биссектрису в ΔAEB (ЕН)

2) соединим т. Р - «старт» с т. Н.

РН - средняя линия, $РН = \frac{1}{2} BF = 2$.

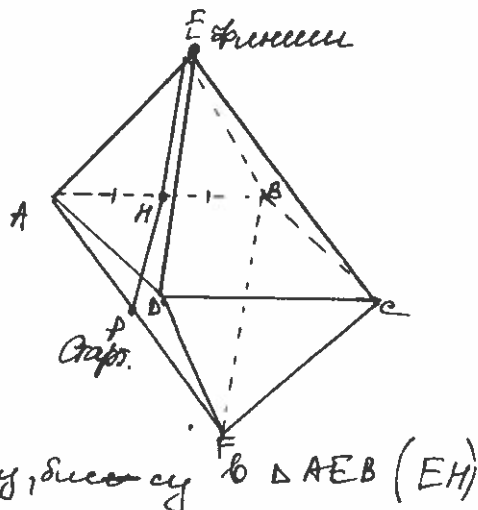
ЕН - медиана

$$ЕН = \sqrt{\frac{2HE^2 + 2EB^2 - AB^2}{4}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4^2}{4}} = \sqrt{12}$$

$$L = 2 + \sqrt{3} + 2 = 5,4$$

Ответ: 3,4
5,4

не доказано
что значение
3 достигается



Вариант № 1

7. Дано

$$\frac{E_1}{E_2} = 2,25$$

$$v_2 - v_1 = 1 \text{ (м/с)}$$

$$d_1 = d_2$$

$$\Delta l = ?$$

Решение:

$$\frac{l_1}{l_2} = 2,25 \Leftrightarrow l_1 = 2,25 l_2$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}, \quad v_1 = \frac{l_1}{T_1}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}, \quad v_2 = \frac{l_2}{T_2}$$

$$T_1 = 3\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$\frac{1}{2\pi \sqrt{l_1}} = \frac{1}{3\sqrt{l_2}} \cdot \frac{1}{2\pi} = 1.$$

$$\frac{1}{\sqrt{l_1}} = \frac{1}{1,5\sqrt{l_2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}, \quad \pi \approx \sqrt{g}$$

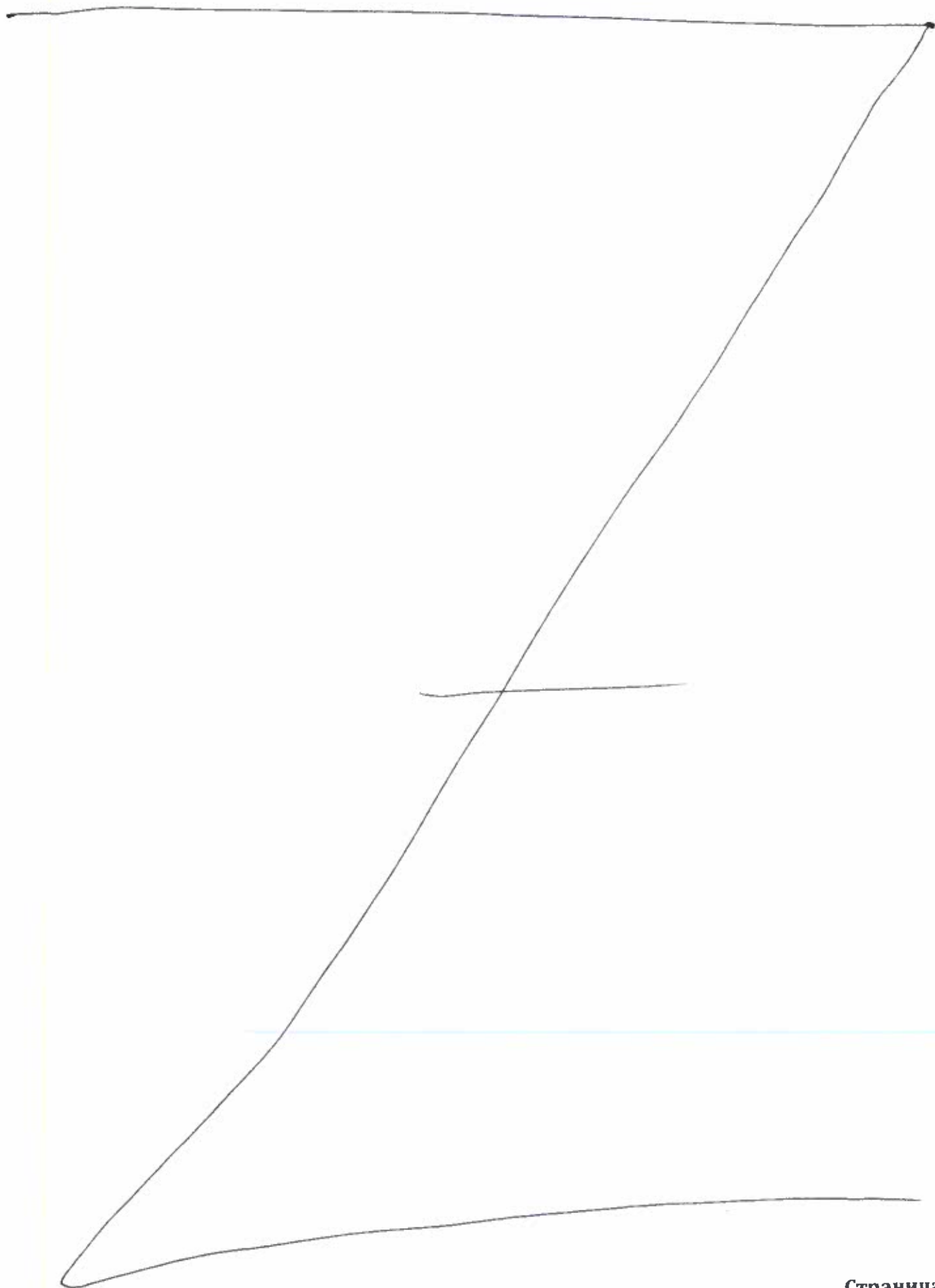
~~$$\frac{1}{\sqrt{l_1}} = \frac{1}{1,5\sqrt{l_2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$~~

$$3 \cdot \frac{1}{1,5\sqrt{l_2}} = 2$$

$$l_2 = \frac{1}{36}$$

$$\Delta l = l_1 - l_2 = 1,25 l_2 = 1,25 \cdot \frac{1}{36} = 0,035$$

Ответ. 0,035.





Вариант № 1

