

Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

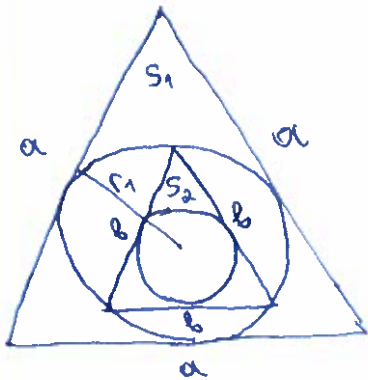
1. 1) Найдем предпоследнее число: возьмем числа от заданных: 3840, 3841, 3842 ... 3849, среднее них 1 полный квадрат:

$$62^2 = 3844 \Rightarrow \text{это число } 62$$

2) Аналогично: среди чисел 620, 621 ... 629 или 625 = 25²

3) Найдем искомого число: среди чисел: 250, 251 ... 259 или 256 = 16² $\Rightarrow$ искомого число 16
 Ответ: 16 +

2.



$$1) S_1 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$2) \text{ Найдем } r_1: \left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \\ S_1 &= \frac{1}{2} P \cdot r_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow r_1 = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

$$3) \text{ Найдем } b: \left. \begin{aligned} S_2 &= \frac{b^2 \sqrt{3}}{4} \\ S_2 &= \frac{b^2}{4 r_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = \frac{a}{2}$$

4) Строим треугольники будут уменьшаться в 2 раза.

$$5) \text{ Найдем } S_{\text{сум}}: S_{\text{сум}} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{a^2}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{a^2}{16} \dots =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \left(a^2 + \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} \dots \right)$$

$$S^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^2 (1 - (\frac{1}{4})^n)}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4a^2}{3} \Rightarrow S_{\text{сум}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} a^2$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3} a^2$ +

$$4. 1673m - pq = 2019; (2019 = 673 \cdot 3) \Rightarrow m - \frac{pq}{673} = 3$$

1) 673 - простое число $\Rightarrow$ одно из чисел p, q обязательно равно 673.

3) Из 1 и 2 пунктов следует: $673(m - x) = 673 \cdot 3$ (где x - простое число)
 $(m - x) = 3$

единственная пара простых чисел, разность которых равна 3: 5 и 2 $\Rightarrow$ $\begin{matrix} 5 \\ 5 \end{matrix} \begin{matrix} p \\ 2 \end{matrix} \begin{matrix} q \\ 673 \end{matrix}$ - все решения ур-не.

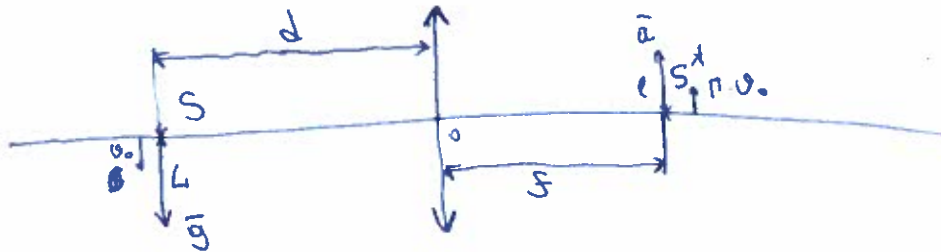
Вариант № 4

6. Дано:

$$d = 5 \text{ м}$$

$$\alpha = 0,2 \text{ м/с}^2$$

$$F = ?$$



1) Изображение S^* на световом экране (экране) $\Rightarrow$

линия наблюдения

2) Пусть за некое время t предмет S переместится на L ,
а изобр. S^* на l :

$$\begin{cases} L = v_0 t + \frac{g t^2}{2} \\ l = \Gamma \cdot v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \end{cases} \quad (\text{п.к. } \Gamma = \frac{h}{H} = \frac{v_0 \tau}{v_0 t}, \text{ где } \tau \rightarrow 0 \\ \Downarrow \Gamma = \frac{v'}{v_0}, \text{ где } v' - \text{скр.-ть изобр.})$$

$$\frac{l}{L} = \Gamma = \frac{v_0 \cdot \Gamma \cdot t + \frac{\alpha t^2}{2}}{v_0 t + \frac{g t^2}{2}} \Rightarrow g \cdot \Gamma = \alpha \Rightarrow \Gamma = \frac{\alpha}{g}$$

$$3) \text{ Формула тонкой линзы: } \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{s} \Rightarrow \begin{cases} F = \frac{d s}{d + s} \\ \Gamma = \frac{s}{d} = \frac{\alpha}{g} \Rightarrow s = \frac{d \cdot \alpha}{g} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{d \cdot \alpha}{g + \alpha} = \frac{5 \cdot 0,2}{10,2} = \frac{5}{51} \text{ м} \approx 0,1 \text{ м.}$$

$$\text{Омб. } \frac{5}{51} \text{ м} \approx 0,1 \text{ м.}$$

+50

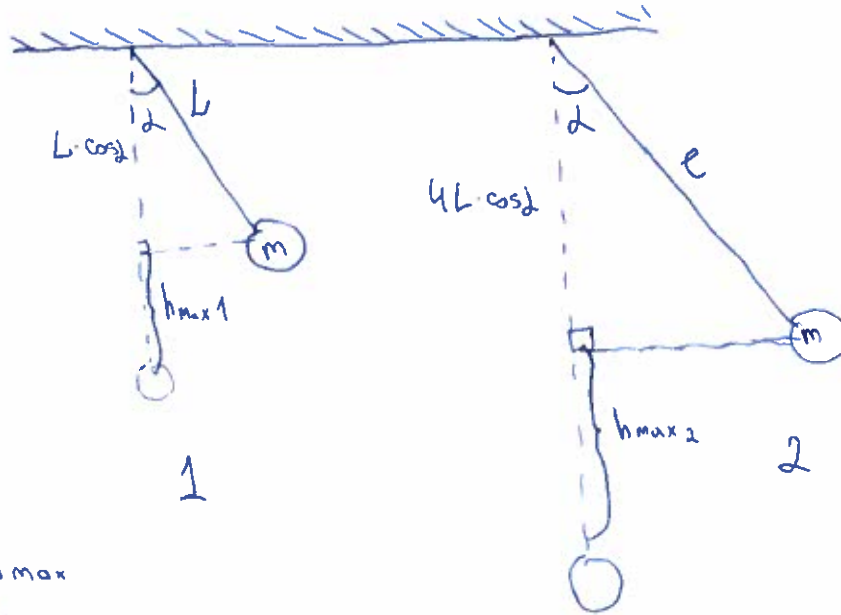
Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

7. Дано:

$$\frac{J_1}{J_2} = 2$$

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\frac{E_2}{E_1} = ?$$



$$1) E = mgh_{\max}$$

$$2) J = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 2$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{l}{L} = 4 \Rightarrow l = 4L$$

$$3) \begin{cases} h_{\max 1} = L - L \cos \alpha = L(1 - \cos \alpha) \\ h_{\max 2} = 4L(1 - \cos \alpha) \\ E = mgh_{\max} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{4L(1 - \cos \alpha) \cdot mg}{L(1 - \cos \alpha) \cdot mg} = 4$$

$$\text{Отв.: } \frac{E_2}{E_1} = 4$$

+80

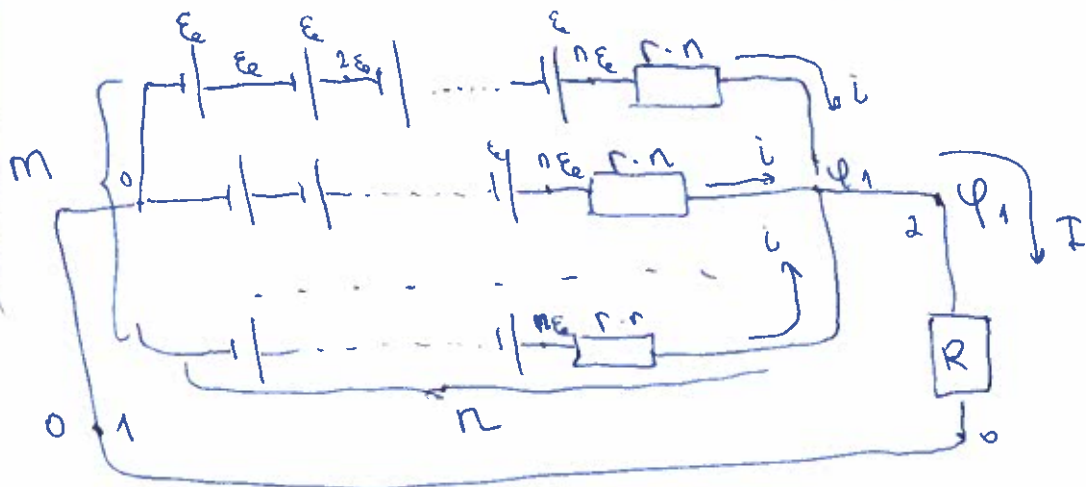
10. Дано:

$$N = 100$$

$$r = 10 \text{ м}$$

$$R = 2r$$

$$m, n = ?$$



1) Представим каждый источник как идеальный элемент, соединенный с резистором сопротивл. r .

Вариант № 4

10. продолжение.

2) пусть ток течёт в Т.1 = 0, тогда через каждый резистор ток течёт одинаково равен: $n \cdot E$.

3) ~~2~~ пусть ток течёт в Т.2 = φ_1 .

$$i = \frac{nE - \varphi_1}{n \cdot r} \Rightarrow I = m \cdot i = \frac{m(nE - \varphi_1)}{n \cdot r} \quad (r=1) \Rightarrow I = \frac{m(nE - \varphi_1)}{n}$$

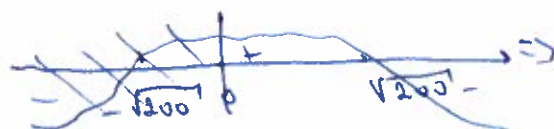
$$4) \varphi_1 = I \cdot R = \frac{m(nE - \varphi_1) \cdot 2}{n} \Rightarrow \varphi_1 n = 2mnE - 2m\varphi_1$$

$$\varphi_1 = \frac{2mnE}{n+2m}$$

$$5) I = \max \text{ если } \varphi_1 = \max \Rightarrow \begin{cases} \frac{mn}{2m+n} = \max \\ m = \frac{100}{n} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{100}{\frac{200}{n} + n} = \max \Rightarrow \frac{n}{200 + n^2} = \max$$

$$6) \text{ Введём функцию } f(n) = \frac{n^2}{200 + n^2}, \quad f'(n) = \frac{200 - n^2}{(200 + n^2)^2}$$



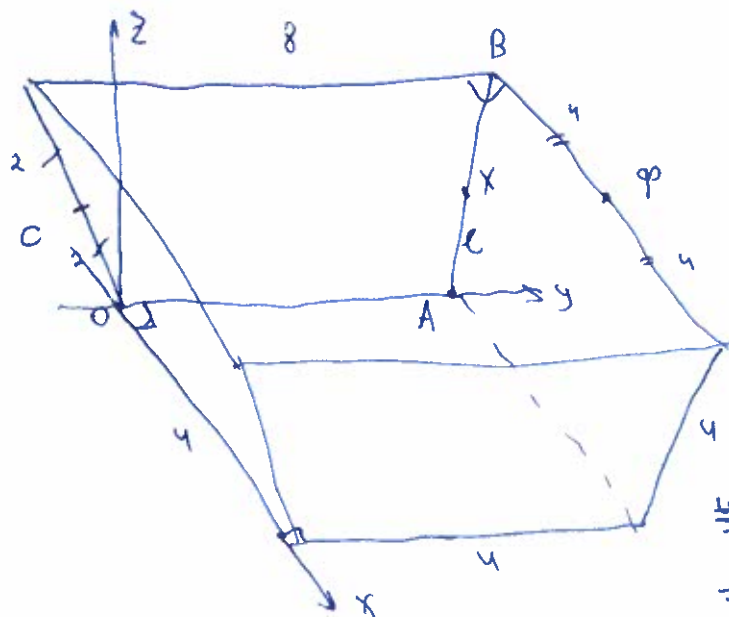
$$\Rightarrow n = 10\sqrt{2} - \text{т. максимум (} n \in \mathbb{N} \text{)} \Rightarrow n = 14.$$

$$7) n = 14; \text{ но } 100 : n \Rightarrow \begin{cases} n = 10 \\ m = 10 \end{cases}$$

+148

$$\text{Отв.: } n = 10 \\ m = 10$$

Б.



1) Введем ось $Oxyz$.

2) $C(-1; -1; \sqrt{3})$

$P(2; 6; 2\sqrt{3})$

3) Оптимизируем путь

и проецируем $z/8$ AB $z/8$

$\Rightarrow$ т. X (путь $AX=l$)

$\Rightarrow X(-\frac{l}{2}; 4+\frac{l}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}l)$

4) $|CX| + |XP| = \min$

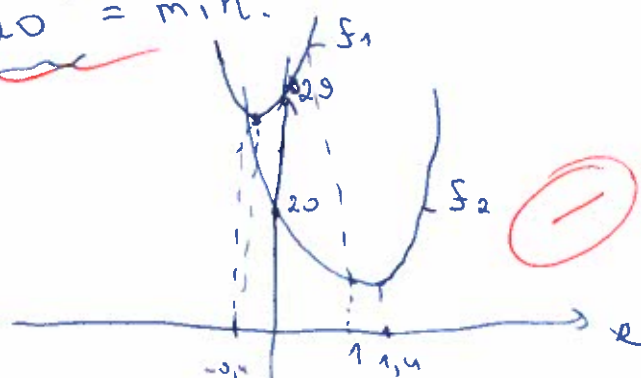
$|CX| = \sqrt{(\frac{l}{2}-1)^2 + (5+\frac{l}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}l-\sqrt{3})^2} = \sqrt{\frac{5}{4}l^2 + l + 29}$

$|XP| = \sqrt{(\frac{l}{2}+2)^2 + (2-\frac{l}{2})^2 + (2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}l)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}l^2 - 6l + 20}$

5) $\sqrt{\frac{5}{4}l^2 + l + 29} + \sqrt{\frac{5}{4}l^2 - 6l + 20} = \min.$

$X_0(S_1) = -0,4$

$X_0(S_2) = 1,4$



6) Скор-но ~~решения~~ функции $S_2 <$ скор-но ~~решения~~ $S_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow S_1 + S_2 = \min$ при $l = 1 \Rightarrow |CX| + |XP| = \frac{11}{2} + \frac{\sqrt{61}}{2}$

3. 4 + $\frac{\tan^2 x \tan^2 y}{\tan^2 y} + \frac{\tan^2 y \tan^2 x}{\tan^2 x} = \frac{(\tan^2 x + \tan^2 y)^2 - 2(\tan x \tan y)^2}{(\tan x \tan y)^2} + 4 =$

$= \left(\frac{\tan^2 x + \tan^2 y}{\tan x \tan y} \right)^2 + 2$

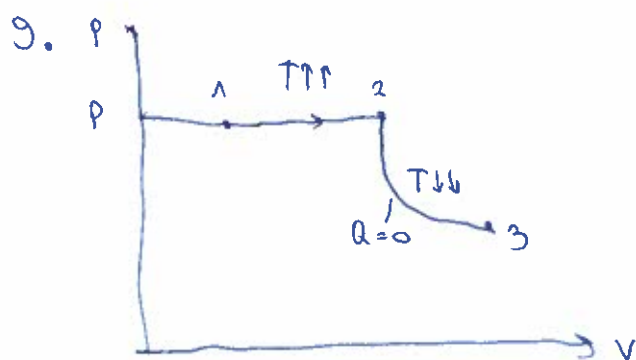
$\tan x \neq 0; \tan y \neq 0$

миним. значение $b = 1$

$1+2=3$

Омб. 3

Вариант № 4



$$1) A_{12} = \int P dV = P \Delta V$$

$$A_{23} = -\Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{23} \text{ (где } \nu \text{ — количество молей)}$$

$$2) A'_{12} = \int P dV = P \Delta V$$

$$A'_{23} = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_{23} \text{ (где } \nu \text{ — количество молей)}$$

- 3) газ-а O_2 — изобары для Ar и N_2 —
 O_1 — изобары для N_2 —
 O_3 — изобары для Ar —

+75

4) A — изотерма

изотерма



- В изотермическом процессе
 $\Delta T = 0$, а $A = Q \neq 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \Delta A$ — не равен нулю.
- Изотермический процесс:
 $\Delta V = 0 \Rightarrow A = 0$, а $\Delta T \neq 0$